

Загальна кінематична гранична умова в теорії фільтраційної консолідації ґрунтів

Володимир Герус¹, Петро Мартинюк², Ольга Мічута³

¹ Національний університет водного господарства та природокористування, вул. Соборна, 11, Рівне, 33000, e-mail: v.a.gerus@nuwm.edu.ua

² д. т. н., професор, Національний університет водного господарства та природокористування, вул. Соборна, 11, Рівне, 33000, e-mail: Martinjuk@ukr.net

³ к. т. н., доцент, Національний університет водного господарства та природокористування, вул. Соборна, 11, Рівне, 33000, e-mail: Michuta@ukr.net

В роботі виведено загальну кінематичну граничну умову на верхній рухомій межі масиву ґрунту у випадку його ущільнення в процесі фільтраційної консолідації. Запропоноване узагальнення дозволяє враховувати ряд фізико-хімічних факторів (включаючи тепломасоперенесення, хімічну суфозію, механічну суфозію, термічне розширення фаз ґрунту тощо) без зміни вигляду кінематичної граничної умови.

Ключові слова: консолідація ґрунтів, просідання, кінематична умова, задача Стефана.

Вступ. Математичні моделі класичної теорії консолідації ґрунтів розроблені в 20-х-30-х роках 20-го століття [1, 2]. Однак, дослідження динаміки зміни надлишкових напорів у поровій рідині пористого середовища (до визначення яких і зводяться задачі в теорії фільтраційної консолідації) залишаються актуальними і донині [3, 4]. В роботах [5-8] побудовано та досліджено математичні моделі фільтраційної консолідації ґрунтів в умовах впливу техногенних факторів [9, 10]. Актуальність дослідження взаємозв'язаних процесів фільтраційної консолідації та теплосолеперенесення обґрунтовано в цих же роботах. У праці [11] побудовано математичну модель фільтраційної консолідації ґрунтів із частинками нанопористої структури.

Фільтраційна консолідація (незалежно від урахування чи не врахування впливу техногенних факторів) супроводжуються ущільненням (набуханням) ґрунту. Тому математична модель вказаних процесів буде описуватись задачею стефанівського типу (дослідження й огляд робіт з якісної теорії відповідних нелінійних крайових задач наведено у праці [12]) із відповідними кінематичними умовами на рухомих межах. У роботах [13,14] таку умову побудовано на випадок урахування теплосолеперенесення, у праці [15] — на випадок контактної багатofракційної механічної суфозії, в роботі [16] — з урахуванням контактної механічної суфозії, у праці [17] — з урахуванням хімічної суфозії. Однак, урахування нових факторів впливів (наприклад, механічної суфозії, багатofракційної

суфозії, механіко-хімічної суфозії, різних типів масообмінних процесів тощо) вимагає нових модифікацій кінематичної граничної умови. Це є незручним.

Тому метою статті є узагальнення кінематичної граничної умови на випадок консолідації ґрунтів з урахуванням довільної кількості факторів. Отримана умова має забезпечити можливість використання будь-яких залежностей (експериментальних або теоретичних) параметрів ґрунтів від фізико-хімічних факторів, що можуть впливати на просідання ґрунтів.

1. Узагальнена кінематична гранична умова

Аналогічно до робіт [15, 17], припустимо, що ґрунт може просідати лише внаслідок вертикальних зміщень. У момент часу t верхня межа ґрунту в точці $\mathbf{Z} = (x, y, z)$ визначається рівнянням $z = l(\mathbf{X}, t)$, де $\mathbf{X} = (x, y)$ (рис. 1).

Повторюючи міркування робіт [15, 17], отримуємо

$$\frac{dl(\mathbf{X}, t)}{dt} = - \int_{l(\mathbf{X}, t)}^{L(\mathbf{X}, t)} \frac{d\varepsilon(\mathbf{Z}, t)}{dt} dz, \quad (1)$$

де інтегрування проводиться по вертикальному відрізку $[l(\mathbf{X}, t); L(\mathbf{X}, t)]$, $l(\mathbf{X}, t)$ — верхня межа ґрунту, $L(\mathbf{X}, t)$ — нижня межа ґрунту, $\varepsilon(\mathbf{Z}, t)$ — відносна об'ємна деформація ґрунту [2].

Умова (1) виводиться з інтегральної суми

$$\frac{l(t + \Delta t) - l(t)}{\Delta t} = - \sum_{i=1}^n \frac{\varepsilon_i(t + \Delta t) - \varepsilon_i(t)}{\Delta t} \Delta z_i.$$

Тут n — кількість фрагментів об'ємами $V_i (i = \overline{1, n})$ пористого середовища, які покривають вертикальний проміжок $[l(\mathbf{X}, t); L(\mathbf{X}, t)]$. Під записом $l(t + \Delta t)$

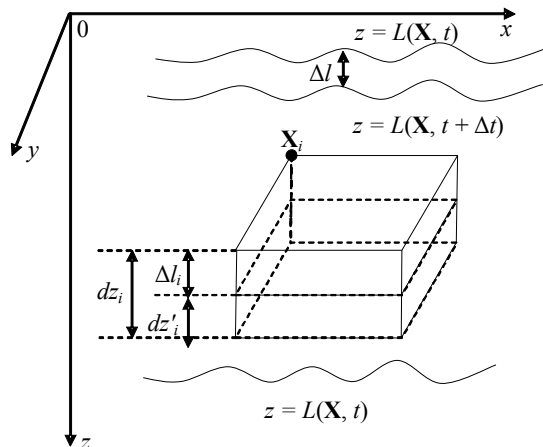


Рис. 1. Просідання верхньої межі ґрунту

розуміється $l(\mathbf{X}(t + \Delta t), t + \Delta t)$, де $\mathbf{X}(t + \Delta t) = (x(t + \Delta t); y(t + \Delta t))$. Аналогічне стосується інших функцій, які залежать від часу. Саме тому в формулу (1) входять повні похідні по часу.

Далі використаємо методу, запропоновану в роботах [6, 17], дещо узагальнивши та модифікувавши її. З метою збереження цілісності викладок матеріалу повторимо деякі вже відомі міркування. Зокрема, припустимо, що тверді частинки ґрунту, які формують його скелет, є нестисливі. Тоді їх об'єм у виділеному фрагменті середовища загальним об'ємом $V_i(t)$ залишається незмінним. Тобто, зміна об'єму V_i за проміжок часу Δt можлива лише внаслідок зміни об'єму пор, який дорівнює $\Pi_i V_i$. Тоді

$$V_i(t) - V_i(t + \Delta t) = \Pi_i(t) V_i(t) - \Pi_i(t + \Delta t) V_i(t + \Delta t), \quad (2)$$

де $\Pi_i(t)$ — осереднена пористість ґрунту у виділеному фрагменті. Зміна об'єму пор може відбуватися не лише внаслідок ущільнення, але і внаслідок хімічної суфозії, механічної суфозії, термічного розширення фаз ґрунту тощо. Урахування вказаних ефектів і, можливо, нових, які до цього не враховувались, і має забезпечити узагальнена кінематична гранична умова. В роботах [6, 17] такі ефекти враховувались явно, виходячи з певних фізичних міркувань. Це є незручним, оскільки урахування нових факторів вимагало б модифікації умови та нових викладок. У співвідношенні (2) запис « $\Pi_i(t + \Delta t)$ » означає

$$\Pi_i(t + \Delta t) = \Pi_i \left[t + \Delta t, \mathbf{S}(\mathbf{Z}(t + \Delta t), t + \Delta t) \right],$$

де $\mathbf{S}(\mathbf{Z}(t + \Delta t), t + \Delta t) = \{s_j(\mathbf{Z}(t + \Delta t), t + \Delta t)\}_{j=1}^m$ — вектор факторів впливу на зміну пористості (температура, концентрації солей у рідкій і твердій фазах ґрунту, концентрації суфозійних частинок тощо).

Враховуючи, що $\Delta V_i = V_i(t) - V_i(t + \Delta t)$, отримаємо

$$\frac{\Delta V_i}{V_i(t)} = \Pi_i(t) - \Pi_i(t + \Delta t) + \Pi_i(t + \Delta t) \frac{\Delta V_i}{V_i(t)}.$$

Оскільки за визначенням відносної об'ємної деформації ґрунту $\frac{\Delta V_i}{V_i(t)} = \Delta \varepsilon_i$ [2], то

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_i &= \Pi_i(t) - \Pi_i(t + \Delta t) + \Pi_i(t + \Delta t) \Delta \varepsilon_i, \\ (1 - \Pi_i(t + \Delta t)) \Delta \varepsilon_i &= -\frac{d\Pi_i(t)}{dt} \Delta t, \end{aligned}$$

де у вищевказаному співвідношенні знехтувано нескінченно малими вищих порядків (при $\Delta t \rightarrow 0$).

Враховуючи, що $\Pi_i = e_i / (1 + e_i)$, де e_i — осереднений коефіцієнт пористості у виділеному фрагменті середовища, маємо

$$\left(1 - \frac{e_i(t + \Delta t)}{1 + e_i(t + \Delta t)}\right) \Delta \varepsilon_i = - \frac{d}{dt} \left(\frac{e_i(t)}{1 + e_i(t)} \right) \Delta t,$$

$$\frac{\Delta \varepsilon_i}{\Delta t} = - \frac{1 + e_i(t + \Delta t)}{(1 + e_i(t))^2} \frac{de_i(t)}{dt}$$

або (при $\Delta t \rightarrow 0$)

$$\frac{d\varepsilon_i}{dt} = - \frac{1}{1 + e_i(t)} \frac{de_i(t)}{dt}.$$

Підставляючи вище отриману рівність у співвідношення (1), маємо кінематичну граничну умову

$$\frac{dl(\mathbf{X}, t)}{dt} = \int_{l(\mathbf{X}, t)}^{L(\mathbf{X}, t)} \frac{1}{1 + e(t, \mathbf{S}(\mathbf{Z}, t))} \frac{de(t, \mathbf{S}(\mathbf{Z}, t))}{dt} dz. \quad (3)$$

Умова (3) власне і є кінематичною граничною умовою, якою описується зміна положення верхньої рухомої межі ґрунту внаслідок зміни коефіцієнта пористості ґрунту. Вказана умова може використовуватись у задачах фільтраційної консолідації, фільтрації в деформівних пористих середовищах (за виконання умови лише вертикальних просідань) при відомих залежностях $e = e(t, \mathbf{S}(\mathbf{Z}, t))$, де $\mathbf{S}(\mathbf{Z}, t) = \{s_j(\mathbf{Z}, t)\}_{j=1}^m$ — вектор-функція фізико-хімічних факторів впливу.

2. Кінематична гранична умова в теорії фільтраційної консолідації ґрунтів

У роботі [16] виведено узагальнене рівняння фільтраційної консолідації ґрунтів

$$\frac{de}{dt} + e \left(\frac{1}{\rho_p} \frac{d\rho_p}{dt} - \frac{1}{\rho_m} \frac{d\rho_m}{dt} \right) = (1 + e) (\nabla \cdot (\mathbf{K}_h(t, \mathbf{S}) \nabla h) - \nabla \cdot \mathbf{F}_{osm}). \quad (4)$$

Тут $\mathbf{K}_h(t, \mathbf{S})$ — коефіцієнт (тензор) фільтрації; h — надлишковий напір; ρ_m — густина твердих частинок ґрунту (включаючи водорозчинні та нерозчинні компоненти); ρ_p — густина порової рідини; \mathbf{F}_{osm} — вектор-функція осмотичних впливів. Наприклад, у роботах [5, 6, 14]

$$\mathbf{F}_{osm} = \mathbf{K}_c \nabla c + \mathbf{K}_T \nabla T,$$

де \mathbf{K}_c — коефіцієнт (тензор) хімічного осмосу; \mathbf{K}_T — коефіцієнт (тензор) термічного осмосу; c — концентрація домішкової речовини. У роботах [6, 17] осмотичні впливи узагальнені на випадок багатоконпонентного хімічного розчину.

Підставивши вираз (4) у формулу (3), отримаємо

$$\frac{dl(\mathbf{X},t)}{dt} = \int_{l(\mathbf{X},t)}^{L(\mathbf{X},t)} \left[-\frac{e}{1+e} \left(\frac{1}{\rho_p} \frac{d\rho_p}{dt} - \frac{1}{\rho_m} \frac{d\rho_m}{dt} \right) + \nabla \cdot (\mathbf{K}_h(t, \mathbf{S}) \nabla h) - \nabla \cdot \mathbf{F}_{osm} \right] dz. \quad (5)$$

Більше того, якщо врахувати узагальнений закон Дарсі-Герсеванова (тут \mathbf{u} — швидкість фільтрації)

$$\mathbf{u} - e\mathbf{v} = -\mathbf{K}_h(t, \mathbf{S}) \nabla h + \mathbf{F}_{osm},$$

то із співвідношення (5) (у разі нехтування швидкістю \mathbf{v} руху твердих частинок ґрунту) отримаємо

$$\frac{dl(\mathbf{X},t)}{dt} = - \int_{l(\mathbf{X},t)}^{L(\mathbf{X},t)} \left[\frac{e}{1+e} \left(\frac{1}{\rho_p} \frac{d\rho_p}{dt} - \frac{1}{\rho_m} \frac{d\rho_m}{dt} \right) + \nabla \cdot \mathbf{u} \right] dz. \quad (6)$$

Для можливого практичного застосування умови (5) (або (6)) мають бути відомі залежності коефіцієнта пористості e , густин ρ_p та ρ_m від фізико-хімічних факторів. Зручність умов (5) і (6) для подальшого використання полягає в тому, що відомі на даний час залежності легко можна замінити іншими точнішими, адекватнішими для розглядуваних процесів. Окрім того, мають бути відомими або визначатись як розв'язки крайових задач математичної фізики (математичних моделей) відповідні техногенні функції факторів впливів $s_j(\mathbf{Z},t)$ ($j = \overline{1,m}$).

3. Залежності густин фаз ґрунту та коефіцієнта пористості суфозійних частинок від температури, концентрацій хімічних речовин

Формулу залежності густини водного розчину NaCl від його концентрації c (%) та від температури T (°C) наведено у праці [18].

У роботі [19] запропоновано густину ρ_p багатокомпонентного хімічного розчину розраховувати згідно модифікованого методу Езрохі за формулою

$$\lg \rho_p = \lg \rho_0 + \sum_{i=1}^n A_i c_i,$$

де ρ_0 — густина води; A_i — коефіцієнти; c_i — концентрація хімічних компонент (%); ρ_0, A_i ($i = \overline{1,n}$) — функції від температури.

Про залежність густини води від температури та її немонотонність вказано в роботі [20], а про залежності густини розчину NaCl від температури — у праці [21].

У роботі [22] запропоновано таку формулу для визначення зміни густини глинистих частинок залежно від зміни температури:

$$\Delta \rho_m = - \frac{\alpha_m \Delta T}{1 + \alpha_m \Delta T} \rho_m, \quad (7)$$

де α_m — коефіцієнт об'ємного термічного розширення глинистих частинок (значення варіюється від $1,5 \cdot 10^{-5} 1/^\circ\text{C}$ до $5,2 \cdot 10^{-5} 1/^\circ\text{C}$); $\Delta\rho_m$, ΔT — зміна густини та температури відповідно.

Із співвідношення (7) маємо

$$\frac{\Delta\rho_m}{\Delta T} = -\frac{\alpha_m}{1 + \alpha_m \Delta T} \rho_m$$

і, переходячи до границі при $\Delta T \rightarrow 0$, отримаємо

$$\frac{\partial\rho_m}{\partial T} = -\alpha_m \rho_m.$$

Для визначення коефіцієнта пористості залежно від механічної та хімічної суфозій виділимо елементарний фрагмент ґрунту загальним об'ємом V , який повністю насичений поровою рідиною. Виділений фрагмент ґрунту буде містити: 1) поровий розчин об'ємом V_Π , який дорівнює об'єму пор; 2) тверді структурні частинки об'ємом $V_m^{(0)}$, які утворюють «скелет» пористого середовища; 3) тверді суфозійні багатофракційні вільнорухомі частинки об'ємами $V_m^{(i)}$ ($i = \overline{1, l}$), де номер i відповідає частинкам певної фракції; 4) тверді водорозчинні хімічні речовини об'ємами $V_N^{(j)}$ ($j = \overline{1, k}$), де номер j відповідає частинкам певних солей.

Згідно означення

$$\Pi = \frac{V_\Pi}{V}; \quad \sigma_m^{(0)} = \frac{V_m^{(0)}}{V}; \quad \sigma_m^{(i)} = \frac{V_m^{(i)}}{V}; \quad \sigma_N^{(j)} = \frac{V_N^{(j)}}{V}; \quad \sigma_m = \sigma_m^{(0)} + \sum_{i=1}^l \sigma_m^{(i)} + \sum_{j=1}^k \sigma_N^{(j)}.$$

Тут Π — пористість, $\sigma_m^{(i)}$ — концентрація суфозійних нерозчинних частинок ґрунту i -ої фракції ($i = \overline{1, l}$) [13]; $\sigma_N^{(j)} = N_j / \rho_N^{(j)}$, де $\rho_N^{(j)}$ — густина солей i -ого хімічного компонента у твердій фазі, N_j — концентрація цих солей у твердій фазі пористого середовища.

Оскільки $\sigma_m = 1/(1+e)$, то коефіцієнт пористості визначається як $e = 1/\sigma_m - 1$ [2]. Тоді

$$e = \frac{1}{\sigma_m^{(0)} + \sum_{i=1}^l \sigma_m^{(i)} + \sum_{j=1}^k \frac{1}{\rho_N^{(j)}} N_j} - 1.$$

Нехай m — маса твердих частинок у виділеному фрагменті пористого середовища об'ємом V . Густина твердої фази ґрунту визначиться як

$$\rho_m = \frac{m}{V} = \frac{\rho_m^{(0)} V_m^{(0)} + \sum_{i=1}^l \rho_m^{(i)} V_m^{(i)} + \sum_{j=1}^k \rho_N^{(j)} V_N^{(j)}}{V} = \sigma_m^{(0)} \rho_m^{(0)} + \sum_{i=1}^l \sigma_m^{(i)} \rho_m^{(i)} + \sum_{j=1}^k N_j.$$

Тут $\rho_m^{(0)}$ — густина твердих частинок, які утворюють скелет ґрунту (поки що вважаємо його однорідним, але в загальному випадку скелет теж може складатись із різнотипних частинок — глин, пісків тощо); $\rho_m^{(i)}$ ($i = \overline{1, l}$) — густина твердих суфозійних частинок i -ої фракції. Тоді, наприклад в умові (6), маємо

$$\frac{d\rho_m}{dt} = -\alpha_m \rho_m \frac{\partial T}{\partial t} + \sum_{i=0}^m \rho_m^{(i)} \frac{\partial \sigma_m^{(i)}}{\partial t} + \sum_{j=1}^k \frac{\partial N_j}{\partial t}.$$

Висновки. У роботі виведено узагальнену кінематичну граничну умову на рухомій межі ґрунту у випадку його (ґрунту) фільтраційної консолідації, яка дозволяє системно враховувати вплив різних факторів на цей процес. Для формування математичної моделі досліджуваних процесів узагальнене рівняння фільтраційної консолідації (4) потрібно доповнити умовою (5), рівняннями, які описують зміну функцій-техногенних впливів, відповідними початковими та граничними умовами, а також експериментальними або теоретичними залежностями параметрів ґрунтів від фізико-хімічних факторів. Подальші роботи будуть стосуватися формування нелінійних математичних моделей, чисельного розв'язання відповідних нелінійних крайових задач на випадок урахування сумісних процесів механічної та хімічної суфозії.

Література

- [1] *Флорин В. А.* Основы механики грунтов. В 2 т. Т. 2. — Москва: Госстройиздат. — 1961. — 544 с.
- [2] *Иванов П. Л.* Грунты и основания гидротехнических сооружений. Механика грунтов. — Москва: Высшая школа, 1991. — 447 с.
- [3] *Strzelecki T., Strzelecki M.* Relation between filtration and soil consolidation theories // *Studia Geotechnica et Mechanica*. — 2015. — Vol. 37, No 1. — P. 105-114.
- [4] *Ito M., Azam S.* Large-strain consolidation modeling of mine waste tailings // *Environmental Systems Research*. — 2013. — Vol. 2(7). — P. 2-12. — <http://www.environmentalsystemsresearch.com/content/2/1/7>.
- [5] *Власюк А. П., Мартинюк П. М.* Математичне моделювання консолідації ґрунтів при фільтрації сольових розчинів в неізотермічних умовах. — Рівне : НУВГП, 2008. — 416 с.
- [6] *Мичута О. Р., Власюк А. П., Мартинюк П. Н.* Моделирование влияния химической суффозии на фильтрационную консолидацию засоленных грунтов в неизоермических условиях // Математическое моделирование. — 2013. — Т. 25, № 2. — С. 3-18.
- [7] *Булавацкий В. М., Скопецкий В. В.* Неклассические дифференциальные модели динамики пространственно-временных консолидационных процессов // *Кибернетика и системный анализ*. — 2011. — Т. 43, № 3. — С. 78-87.
- [8] *Благовещенская Т. Ю., Булавацкий В. М.* Задача моделирования дробно-дифференциальной консолидационной динамики двухслойной геопористой среды // *Компьютерная математика*. — 2014. — Вып. 1. — С. 3-8.
- [9] *Чапля Є. Я., Чернуха О. Ю., Дмитрук В. А.* Математичне моделювання стаціонарних процесів конвективно-дифузійного масопереносу у бінарних періодичних структурах // *Доповіді НАН України*. — 2011. — № 7. — С. 46-51
- [10] *Чапля Є. Я., Чернуха О. Ю.* Математичне моделювання дифузійних процесів у випадкових і регулярних структурах. — Київ: Наукова думка, 2009. — 302 с.
- [11] *Petryk M. R., Mykhalyuk D. M.* Nonlinear mathematical model of two-level transfer of the "Filtration-consolidation" type // *Journal of Automation and Information Sciences*. — 2010. — Vol. 42, No 3. — P. 58-70.

- [12] *Martynyuk P. M.* Existence and uniqueness of a solution of the problem with free boundary in the theory of filtration consolidation of soils with regard for the influence of technogenic factors // Journal of Mathematical Sciences. — 2015. — Vol. 207, No 1. — P. 59-73.
- [13] *Власюк А. П., Мартинюк П. М., Каленик М. В.* Числове розв'язування двовимірної задачі фільтраційної консолідації ґрунтового масиву за наявності тепло-масопереносу в деформівній області // Вісник Львів. ун-ту. Сер. прикл. матем. інформ. — 2007. — Вип. 13. — С. 78-89.
- [14] *Власюк А. П., Мартинюк П. М.* Математичне моделювання фільтраційної консолідації з урахуванням просідань та повзучості скелету ґрунту // Вісник Київського ун-ту. Сер. фіз.-мат. науки. — 2013. — Вип. 2. — С. 113-117.
- [15] *Мартинюк П. М., Гошко О. В.* Математична модель фільтраційної консолідації ґрунтів з урахуванням багатofракційної суфозії // Вісник Київського ун-ту. Сер. фіз.-мат. науки. — 2013. — Вип. 4. — С. 136-141.
- [16] *Мартинюк П. М., Герус В. А.* Про узагальнення рівняння фільтраційної консолідації ґрунтів // Труды XVII Международного симпозиума «Методы дискретных особенностей в задачах математической физики» (МДОЗМФ-2015), Харьков-Сумы, 2015. — С. 161-164.
- [17] *Мічута О. Р., Власюк А. П., Мартинюк П. М.* R- вимірна задача впливу багатокомпонентних хімічних розчинів на процеси фільтраційної консолідації ґрунтів // Вісник Київського нац. ун-ту ім. Тараса Шевченка. Сер. фіз.-мат. науки. — 2013. — Вип. 2. — С. 196-204.
- [18] *Mathematical modeling of density and viscosity of NaCl aqueous solutions / A. I. Simio, C.-G. Grigoras, A.-M. Rosu, L. Gavril // J. of Agroalimentary Processes and Technologies. — 2015. — Vol. 21(1). — P. 41-52.*
- [19] *Зайцев И. Д., Асеев Г. Г.* Физико-химические свойства бинарных и многокомпонентных растворов неорганических веществ. Справ. изд. — Москва: Химия, 1988. — 416 с.
- [20] *Букреев В. И.* Влияние немонотонной зависимости плотности воды от температуры на свободную конвенцию от нелинейного источника тепла // Прикладная механика и техническая физика. — 2011. — Т. 52, № 1. — С. 31-39.
- [21] *Rogers P. S. Z., Kenneth S. Pitzer* Volumetric Properties of Aqueous Sodium Chloride Solutions // J. Phys. Chem. Ref. Data. — 1982. — Vol. 11, No 1. — P. 15-81.
- [22] *Tsutsumi A., Tanaka H.* Combined effects of strain rate and temperature on consolidation behavior of clayey soils // Soils and Foundations. — 2012. — Vol. 52(2). — P. 207-215.

General kinematic boundary condition in the theory of soil filtration consolidation

Volodimir Gerus, Petro Martynyuk, Olga Michuta

The general kinematic boundary condition on the upper moving bound of soil has been proposed for the case of its consolidation during filtration. The suggested generalization takes into account a number of physical and chemical factors (including heat and mass transfer, chemical suffusion, mechanical suffusion, thermal expansion of soil, etc.) without changing the form of the kinematic boundary condition.

Общее кинематическое граничное условие в теории фильтрационной консолидации грунтов

Владимир Герус, Пётр Мартынюк, Ольга Мичута

В работе выведено общее кинематическое граничное условие на верхней подвижной границе массива грунта в случае его уплотнения в процессе фильтрационной консолидации. Предложенное обобщение позволяет учитывать ряд физико-химических факторов (включая тепло-масоперенос, химическую суффозию, механическую суффозию, термическое расширение фаз грунта и т. д.) без изменения вида кинематического граничного условия.

Представлено професором Є. Чаплею

Отримано 10.07.15