

Моделювання й оптимізація масопереносу в системі «пласт підземного сховища газу – магістральний газопровід»

Сергій Гладун

ПАТ «Укртрансгаз», Кловський узвіз, 9/1, Київ, 01021, e-mail: gladun-sv@utg.ua

У праці розглянуто основні моделі об'єктів підсистеми пласт підземного сховища газу – магістральний газопровід, враховуючи роботу компресорної станції. Побудовано газодинамічну ув'язку всіх технологічних об'єктів. Отримані співвідношення дають можливість визначити оптимальні прогностичні параметри сумісної роботи пласт підземного сховища газу – магістральний газопровід.

Ключові слова: математична модель, технологічні об'єкти, оптимальні параметри, методи розв'язування, неусталений рух газу, пористе середовище, газопровід.

Вступ. Підземні сховища газу працюють у сукупності з роботою ГТС. Відомо, що моделювання окремих технологічних об'єктів (ТО) з подальшим їх об'єднанням на базі граничних умов не дає можливості побудувати адекватну математичну модель системи. Тому необхідно будувати модель роботи підсистеми пласт ПСГ – магістральний газопровід з урахуванням газодинамічної ув'язки всіх ТО. Таким чином побудована адекватна математична модель дає можливість розв'язувати ряд практичних задач, зокрема розрахувати параметри оптимальної роботи розглядуваної підсистеми, яка полягає в такому:

- досягнення піковості на заданий проміжок часу;
- оптимальність роботи за мінімумом використання енергії;
- надійність і стійкість роботи на заданому проміжку часу.

При цьому необхідно дотримуватись як фізичних, так і технологічних обмежень. Фізичні обмеження полягають у тому, що процес масопереносу має бути таким, щоб узгоджувалися відповідні закони збереження, зокрема рівність тисків у вузлах з'єднань технологічних об'єктів, нерозривність поля швидкостей тощо. До технологічних обмежень можна віднести те, що за значної депресії тиску можливий винос твердих частинок породи та наявної води, які можуть погіршити вибійну зону свердловин.

Метою праці є побудова гідравлічної ув'язки системи пласт підземного сховища газу – магістральний газопровід з урахуванням основних технологічних об'єктів (в тому числі і компресорної станції) та особливостей поведінки функції

тиску в околі свердловини, на основі якої можна буде розв'язувати поставлені оптимізаційні задачі.

Для спрощення викладок будемо розглядати шлейфовий спосіб збору газу. До основних технологічних об'єктів віднесемо: пласт ПСГ; вибійна зона; робоча колона; обв'язка свердловини; шлейф; звужуючий пристрій; компресорна станція.

1. Математичні моделі, які описують рух газу у вказаних ТО

1.1. Розподіл пластового тиску в околі свердловини описується формулою [1, 2]

$$p_{nl}^2 - p_c^2 = 2DFG, \quad (1)$$

де

$$D(r, \tau) = \frac{(b\lambda_m) Z_1(b\lambda_m) Z_0(r\lambda_m)}{(a\lambda_m)^2 Z_0^2(a\lambda_m) - (b\lambda_m)^2 Z_1^2(b\lambda_m)},$$

$$\frac{1}{F} = \frac{4\pi nkhg}{\beta(n+1)\mu} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(b\lambda_m)^2 Z_1(b\lambda_m) Z_1(r\lambda_m) \exp\left(-\frac{p_0 \tau \lambda_m^2}{D}\right)}{(a\lambda_m)^2 Z_0^2(a\lambda_m) - (b\lambda_m)^2 Z_1^2(b\lambda_m)}.$$

1.2. Зв'язок пластового тиску з вибійним:

$$p_{nl}^2 - p_b^2 = Aq + Bq^2, \quad A = \frac{A_1}{k_{nl}} + \frac{A_2}{k_b}, \quad B = \frac{B_1}{k_{nl}^{3/2}} + \frac{B_2}{k_b^{3/2}}. \quad (2)$$

1.3. Для обчислення розподілу тиску в шлейфах і горизонтальних трубопроводах достатньо використати стаціонарні моделі руху газу [3, 4]:

у робочій колоні

$$p(x) = \sqrt{p_0^2 e^{-b} - \lambda z \frac{RT}{D} \left(\frac{M}{S}\right)^2 \frac{1 - e^{-b}}{b} x}, \quad (3)$$

та горизонтальній трубі (шлейфі) [2, 3]

$$p(x) = \sqrt{p_0^2 - \lambda z \frac{gRT}{D} \left(\frac{M}{S}\right)^2 x}, \quad S = \frac{\pi D^2}{4}, \quad b = \frac{2g\Delta h}{zRT}. \quad (4)$$

Коефіцієнт стисливості газу можна обчислювати за формулою

$$z = \frac{1}{1 + fp}, \quad (5)$$

де $f = (24 - 0,21t^\circ\text{C}) \cdot 10^{-4}$, а $p(x)$ вимірюється в атмосферах.

1.4. Для розрахунку параметрів обв'язки свердловин і місцевих опорів використовується емпірична формула

$$\Delta p = p_g - p_o = \frac{\xi}{2} \rho v^2,$$

яка зводиться до вигляду

$$p_g^2 - p_o^2 = \xi \frac{zRT}{s^2} q^2, \quad (6)$$

де q — дебіт свердловини, v — швидкість руху газу, ξ — коефіцієнт, який залежить від типу місцевого опору. На основі останньої формули та замірних даних побудовано емпіричну формулу для обчислення параметру обв'язки свердловини ξ

$$\xi = \begin{cases} 201,87 + 18455 e^{-3,1455q}, & q \leq 1,46, \\ 1011,8 - 540,71q + 78,039q^2, & q \geq 1,46. \end{cases} \quad (7)$$

1.5. Рух газу через звужуючий пристрій. У структурі технологічних об'єктів ГТС значне місце займають звужуючі пристрої — крани, діафрагми тощо. Масова витрата газу ω , яка проходить через звуження площею S , визначається таким чином [3, 4]

$$\omega = k_q S \sqrt{2 \frac{k}{k-1} p_{z1} \rho_{z1} \left[\left(\frac{p_{z2}}{p_{z1}} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_{z2}}{p_{z1}} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]}, \quad (8)$$

де k_q — коефіцієнт врахування впливу багатьох факторів і відома емпірична формула його розрахунку, k — показник адіабати, p_{z1}, ρ_{z1} — тиск і густина газу справа, а p_{z2} — тиск зліва від звужуючого пристрою. Тут $p_{z2}/p_{z1} \leq 1$.

Проведемо деякі математичні перетворення рівності (8). Оскільки $p_{z2}/p_{z1} \leq 1$, то зі співвідношення (8) отримуємо рівність

$$\omega^2 = 2k_q^2 S^2 \frac{k}{k-1} p_{z1} \rho_{z1} \left[\left(\frac{p_{z2}}{p_{z1}} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_{z2}}{p_{z1}} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right], \quad p = \rho z RT.$$

Далі, оскільки

$$\left(\frac{p_{z2}}{p_{z1}} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_{z2}}{p_{z1}} \right)^{\frac{k+1}{k}} = \frac{\omega^2 (k-1)}{2k_q^2 S^2 p_{z1} \rho_{z1} k},$$

то остання рівність зводиться до вигляду

$$\left(1 - \frac{p_{z1} - p_{z2}}{p_{z1}}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(1 - \frac{p_{z1} - p_{z2}}{p_{z1}}\right)^{\frac{k+1}{k}} = \frac{\omega^2 (k-1)}{2k_q S p_{z1} \rho_{z1} k}.$$

Враховуючи нерівність $(p_{z1} - p_{z2})/p_{z1} < 1$, отримаємо

$$\left(\frac{k+1}{k} - \frac{2}{k}\right) \frac{p_{z1} - p_{z2}}{p_{z1}} = \frac{\omega^2 (k-1)}{2k_q^2 S^2 p_{z1} \rho_{z1} k}.$$

Таким чином

$$p_{z1} - p_{z2} = \frac{\omega^2}{2k_q^2 S^2 \rho_{z1}}.$$

Якщо використати наближене співвідношення

$$\frac{1}{\rho_{z1}} = \frac{zRT}{p_{z1}} = \frac{2zRT}{p_{z1} + p_{z2}},$$

то отримуємо співвідношення

$$p_{z1}^2 - p_{z2}^2 = q^2 \frac{zRT\omega^2}{q^2 k_q^2 S^2} = a_{zz} q^2, \quad a_{zz} = \frac{zRT\omega^2}{q^2 k_q^2 S^2}. \quad (9)$$

2. Розрахунок параметрів роботи КС

Потужність компресорної станції, необхідна для перекачування газу об'ємом Q , обчислюється за формулою [2, 4-6]

$$N = \xi \frac{zR}{m} Q T_{k1} \left[\left(\frac{p_{k2}}{p_{k1}} \right)^{m/\eta_{\text{ноз}}} - 1 \right]. \quad (10)$$

Тут Q — розхід газу через КС ($\text{м}^3/\text{добу}$), T_{k1} — температура газу на вході в КС, m — показник політропи, який обчислюється так

$$m = \left(1 - \lg \frac{T_{k2}}{T_{k1}} / \lg \frac{p_{k2}}{p_{k1}} \right)^{-1}, \quad (11)$$

$K = \frac{C_p}{C_v}$, $\varepsilon = \frac{p_2}{p_1}$, C_v , C_p — питомі теплоємності газу за сталого об'єму та тиску відповідно, p_{k1} — тиск на вході в КС, p_{k2} — тиск на виході з КС, T_{k2} — температура газу на виході КС, T_{k1} — температура газу на вході КС, $\eta_{пол}$ — політропний к.к.д., який визначається так

$$\eta_{пол} = \frac{m}{m-1} \frac{k-1}{k}, \quad (12)$$

де k — показник адіабатичного процесу, ξ — розмірний коефіцієнт.

Потужність ГПА на муфті приводу

$$N_m = N_i + N_{mex}. \quad (13)$$

Тут N_{mex} механічні втрати (квт), а внутрішня потужність нагнітача обчислюється за формулою

$$N_i = \left[\frac{N_1}{\rho_n} \right]_{pr} \rho \left(\frac{n}{n_n} \right)_{pr}^3. \quad (14)$$

Тоді з формул (13) і (14) отримується

$$N_m = \left[\frac{N_1}{\rho_n} \right]_{pr} \rho \left(\frac{n}{n_n} \right)_{pr}^3 + N_{mex}. \quad (15)$$

Свою чергою, наявна потужність ГПА визначається таким чином

$$N_e^p = N_m K_{Ne} \left(1 - K_t \frac{t_3 - t_3^0}{t_3 + 273} \right) \frac{p_a}{0,1033}. \quad (16)$$

Враховуючи залежності (13)-(16), отримуємо формулу для визначення наявної потужності ГПА

$$N_e^p = \left(\left[\frac{N_1}{\rho_n} \right]_{pr} \rho \left(\frac{n}{n_n} \right)_{pr}^3 + N_{mex} \right) K_{Ne} \left(1 - K_t \frac{t_3 - t_3^0}{t_3 + 273} \right) \frac{p_a}{0,1033}. \quad (17)$$

Якщо $\varepsilon = p_{k2}/p_{k1}$, то необхідна потужність для перекачування Q газу за початкового тиску p_{k1} та вихідного p_{k2}

$$N = \xi \frac{zR}{m} Q T_1 \left(\varepsilon^{m/\eta_{пол}} - 1 \right). \quad (18)$$

Для того, щоб компресорна станція могла перекачати об'єм газу Q , необхідно виконання нерівності

$$\xi \frac{zR}{m} Q T_1 \left(\varepsilon^{m/\eta_{\text{mol}}} - 1 \right) < \left(\left[\frac{N_1}{\rho_n} \right]_{pr} \frac{p_1}{zRT} \left(\frac{n}{n_n} \right)^3 + N_{\text{mex}} \right) K_{Ne} \left(1 - K_t \frac{t_3 - t_3^0}{t_3 + 273} \right) \frac{p_a}{0,1033}.$$

Оскільки

$$\left(\frac{n}{n_n} \right)^3 = \left(\frac{n}{n_n} \right)^3 \left(\frac{z_n R_n T_n}{zRT} \right)^{1.5},$$

то останню нерівність можна записати у вигляді

$$\xi \frac{zR}{m} Q T_1 \left(\varepsilon^{m/\eta_{\text{mol}}} - 1 \right) < \left(\left[\frac{N_1}{\rho_n} \right]_{pr} \frac{p_1}{zRT} \left(\frac{n}{n_n} \right)^3 \left(\frac{z_n R_n T_n}{zRT} \right)^{1.5} + N_{\text{mex}} \right) K_{Ne} \left(1 - K_t \frac{t_3 - t_3^0}{t_3 + 273} \right) \frac{p_a}{0,1033}. \quad (19)$$

Таким чином мінімальні параметри ГПА, необхідні для виконання завдання, визначаються з рівності

$$\xi \frac{zR}{m} Q T_1 \left(\varepsilon^{m/\eta_{\text{mol}}} - 1 \right) = \left(\left[\frac{N_1}{\rho_n} \right]_{pr} \frac{p_1}{zRT} \left(\frac{n}{n_n} \right)^3 \left(\frac{z_n R_n T_n}{zRT} \right)^{1.5} + N_{\text{mex}} \right) K_{Ne} \left(1 - K_t \frac{t_3 - t_3^0}{t_3 + 273} \right) \frac{p_a}{0,1033}. \quad (20)$$

При цьому необхідна кількість паливного газу обчислюється за формулою

$$q_n = 0,02064 \frac{N_{KC}}{1,16 \eta_{\text{zmy}} Q_n} \left[\frac{3}{4} + 0,025 \frac{p_a}{1,033 K_3} \sqrt{\frac{T_1}{288}} \right], \quad (21)$$

де Q_n — нижня теплотворна здатність газу (дж/м³), η_{zmy} — к.к.д. газотурбінного приводу компресора, p_a — атмосферний тиск (МПа), K_3 — коефіцієнт завантаження двигуна.

Робота компресорної станції характеризується коефіцієнтом стиску ε . У такому випадку, якщо p_{k2} — тиск газу після виходу з КС, то $p_{k2} = \varepsilon p_{z2}$ або $p_{k2}^2 = \varepsilon^2 p_{z2}^2$.

Використовуючи формули (1)-(9), які необхідні для побудови газодинамічної ув'язки, отримуємо таку формулу для визначення дебіту свердловини q

$$p_{pl}^2 - \varepsilon^{-2} p_{k2}^2 e^b = \frac{2}{q} qDFG + Aq + q^2 \left(B + a_r + \xi \frac{zRT}{s^2} + a_s + a_{zz} \right) e^b,$$

звідки

$$p_{pl}^2 - \varepsilon^{-2} p_{k2}^2 e^b = q \left(A + \frac{2}{q} DFG \right) + q^2 \left(B + a_r + \xi \frac{zRT}{s^2} + a_s + a_{zz} \right) e^b. \quad (22)$$

Формула (22) є вихідною для моделювання роботи системи пласт підземного сховища газу – газозбірний пункт. Залежно від вхідних даних вона дозволяє розв’язувати низку задач, які при цьому виникають, зокрема оптимізаційних. У праці сформульовано ряд оптимізаційних задач, які необхідно розв’язати в процесі сумісної роботи пласт ПСГ – ГТС. Подамо їх коротке формулювання. Для цього спочатку введемо необхідні позначення.

Початковий стан газосховища визначає набір $S_0 = (P(x, y, t_0), T, Q_\Sigma(t_0))$, де (x, y) — відносні декартові координати, які належать двомірній області пласту сховища; $P(x, y, t)$ — пластовий тиск, T — середня температура газу в робочій зоні пласту, Q_Σ — сумарний об’єм газу в пласті — колекторі (сума об’ємів активного та буферного газу) в момент часу t_0 .

Поточний стан газосховища на момент часу t визначає набір параметрів $S = (P(x, y, t), Q(t), \{N(t)\})$, де $Q(t)$ — об’єм відбору (закачування) газу, $\{N(t)\}$ — набір працюючих свердловин у момент часу t .

Прогноз роботи газосховища на часовому інтервалі (t, t_k) визначає пара значень $(P_m(t_k), Q(t_k))$, де $Q(t_k)$ — розподіл (у часі) об’ємів відбору (закачування) газу, а $P_m(t_k)$ — розподіл тиску газу в точці входження з’єднувального газопроводу ПСГ з магістральним газопроводом.

Стан i -тої свердловини в момент часу t , коли ПСГ працює в режимі відбору газу, визначає $D_i = (S, q_i(t), P_{ks}(t))$, де $q_i(t)$ — дебіт i -тої свердловини; $P_{ks}(t)$ — тиск на вході ДКС.

Потенціал газосховища Q_p , віднесений до часового інтервалу $[t_1, t_2]$, визначає величина $Q_p = \int_{t_1}^{t_2} \max_{Q(t)} S dt$ і означає максимальний відбір (закачування) за час $[t_1, t_2]$.

2.1. Для однопластової системи і з одним ГЗП, за відомим початковим станом сховища $S_0 = (P(x, y, t_0), T, Q_\Sigma(t_0))$

- і прогнозом $(Q(t_k), P_m(t_k))$ знайти стан i -тої експлуатаційної свердловини $D_i = (S, q_i(t), P_{ks}(t))$.
- і станом кожної експлуатаційної свердловини $D_i = (S, q_i(t), P_{ks}(t))$ знайти прогнозні значення $(Q(t_k), P_m(t_k))$.

- і станом кожної експлуатаційної свердловини $D_i = (S, q_i(t), P_{ks}(t))$ знайти «пікові», тобто максимальні значення $(Q(t_k), P_m(t_k))$.

2.2. За заданим тиском $P_{ks}(t)$ та початковим станом сховища $S_0 = (P(x_i, y_i, t_0), T, Q_\Sigma(t_0))$, для часового інтервалу $[t_1, t_2]$ знайти стан кожної експлуатаційної свердловини та сумарний відбір (закачування) газу $Q = \int_{t_1}^{t_2} S dt$, і в тому числі $Q_p = \int_{t_1}^{t_2} \max_{Q(t)} S dt$.

Сформульовані задачі використовуються як для прогнозу, так і формування параметрів оперативного керування роботою ПСГ.

3. Оптимальний режим відбору газу

Оптимальний режим відбору газу визначається таким розподілом об'ємів відборів/закачування газу $Q(t)$ на проміжку часу $[t_0, t]$, за якого виконуються умови:

$$\int_{t_1}^{t_2} Q(t) dt = Q \quad \text{і} \quad Q_{pg\Sigma} = \int_{t_1}^{t_2} Q_{pg}(Q(t)) dt \rightarrow \min,$$

де $Q_{pg\Sigma}$ — сумарна витрата паливного газу.

Висновки.

1. Застосування циліндричної системи координат для визначення розподілу тиску в околі свердловини оправдано тим, що в цих зонах швидкість газу в пластах підземних сховищ є невелика.
2. Формулу для обчислення спаду тиску на обв'язці свердловини побудовано на базі побудови регресійної залежності експериментальних даних. Очевидно, що вибір іншої регресійної залежності дозволить побудувати іншу формулу. Однак розраховані за запропонованою формулою параметри роботи сховища добре узгоджуються з експериментальними даними роботи Дашавського підземного сховища газу.
3. Оскільки в побудовану формулу (20) входять як параметри працюючих ГПА, так і параметри транспортованого газу, то вона дає можливість, по-перше, визначати необхідні значення робочих параметрів для перекачування заданого об'єму газу і, по-друге, оптимізувати процес транспортування залежно від заданих критеріїв, зокрема мінімуму паливного газу.

Література

- [1] П'янило Я., Гладун С., П'янило Г. Аналітичний спосіб розрахунку параметрів гідравлічної ув'язки колекторного збору газу // Вісник Національного університету «Львівська політехніка»: Комп'ютерна інженерія та інформаційні технології. — Львів, 2011. — № 652. — С. 239-243.

Сергій Гладун

Моделювання та оптимізація масопереносу в системі «сховище-газопровід»

- [2] *Притула Н. М., П'янило Я. Д., Притула М. Г.* Підземне зберігання газу (математичні моделі та методи) / Центр математичного моделювання Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Філія «Науково-дослідний інститут транспорту газу» ПАТ «Укртрансгаз» — Львів: В-во «Растр-7», 2015. — 266 с. (ум. друк. арк.15,46). — 300. — ISBN 978-617-7045-77-8.
- [3] Трубопроводный транспорт газа / *С. А. Бобровский, С. Г. Щербаков, Е. И. Яковлев* и др. — Москва: Наука, 1976. — 495 с.
- [4] *Тетерев И. Г., Шешуков Н. Л., Нанивский Е. М.* Управление процессами добычи газа. — Москва: Недра, 1981. — 248 с.
- [5] *Притула Н. М., Притула М. Г., Шимко Р. Я., Гладун С. В.* Розрахунок режимів роботи Більче-Волицько-Угорського підземного сховища газу (програмний комплекс) // Нафтогазова галузь України. — 2013. — № 3. — С. 36-41.
- [6] *Ryanylo Ya. D., Gladun S. V.* Optimization of energy costs for gas transportation in complex gas transmission systems //ANNALS of Faculty Engineering Hunedoara — International Journal of Engineering 31 | Fascicule 3 Tome XIII [2015] — Fascicule 3 [August].

Modeling and optimization of mass transfer in the system «the underground gas storage reservoir - the main gas pipeline»

Sergiy Gladun

In this paper the basic models of objects of «underground gas storage reservoir – gas main pipeline» subsystem are considered with taking into account a compressor station operation. The gas-dynamic connection of all technological facilities is constructed. The obtained results make it possible to determine the optimal prognostic parameters of the combined operation of underground gas storage reservoir and the main gas pipeline.

Моделирование и оптимизация массопереноса в системе «подземный резервуар для хранения газа - магистральный газопровод»

Сергей Гладун

В работе рассмотрены основные модели объектов подсистемы «пласт подземного хранилища газа – магистральный газопровод», учитывая работу компрессорной станции. Построена газодинамическая увязка всех технологических объектов. Полученные соотношения позволяют определять оптимальные прогнозные параметры совместной работы «пласт подземного хранилища газа - магистральный газопровод».

Представлено доктором технічних наук Я. П'янилом

Отримано 19.02.2015