

Визначення напружено-деформованого стану зернини в залежності від її місцерозміщення в газозваженому стані в імпульсному режимі осушення

Богдана Гайвась¹, Вероніка Дмитрук², Анатолій Дмитрук³

¹ д. т. н., с. н. с., Центр математичного моделювання Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Дудаєва, 15, Львів, 79005, e-mail: haj@cmm.lviv.ua.

² к. т. н., Центр математичного моделювання Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Дудаєва, 15, Львів, 79005; Національний університет «Львівська політехніка», вул. С.Бандери, 12, e-mail: dmytruk15@gmail.com

³ Львівський національний університет ім.І.Франка, вул. Університетська, 1, Львів, 79000, e-mail: dmytruk.anatoliy@gmail.com

Розглянуто напружено-деформований стан зерна в газозваженому стані за імпульсної дії температури та пароповітряної суміші сушильного агента. На основі фундаментальних розв'язків задачі теплопровідності та механодифузії отримано формули для визначення напружено-деформованого стану, що виникає в зернівці при її сушінні в такому режимі, досліджено та встановлено закономірності виникнення цих напружень з урахуванням двошарової структури окремої зернівки. Проведено числове дослідження переміщень, деформацій та напружень в структурних елементах зернівки залежно від температури, концентрації вологи та місця розміщення зернівки в шарі і визначено їхні оптимальні значення з метою зменшення напружень в зернині.

Ключові слова: сушіння, газозважений стан, імпульсний режим, переміщення, деформація, напруження, пшениця.

Вступ. Під час сушіння зерна можуть відбуватися його структурно-механічні зміни, зокрема пошкодження, утворення тріщин аж до повного руйнування зернини, що знижує біологічну цінність зерна та його ринкову вартість [1]. Проблема тріщинуватості зерна пшениці залишається актуальною економічною та промисловою проблемою. Тріщини можуть з'являтися в результаті зовнішніх механічних чинників, а можуть виникати під впливом внутрішніх напружень, появою яких супроводжується, наприклад, процес сушіння зерна [2]. Хоча ефект впливу напружень на поведінку біологічного матеріалу широко досліджувався, нами не зафіксовано визначення таких напружень при сушінні зерна пшениці в імпульсному режимі та з врахуванням двошаровості будови зернівки пшениці.

Дана робота є продовженням системного дослідження особливостей сушіння зерна пшениці в газозваженому стані за імпульсної дії сушильного агента, з якого, зокрема, виконано постановку нової моделі теплопровідності та механодифузії в зерні та міжзерновому шарі [3], а також запропоновано метод розв'язування зв'язаної задачі про зміну концентрації вологи та температури в зернині в

часі з врахуванням неоднорідності структури зернини та швидкості продуву між-зернового середовища [3] та визначено оптимальні значення функцій керування (пароповітряної суміші та температури) сушильного агента за врахування основних характеристик зерна [4]. В даній роботі розглянуто напружено-деформований стан зерна в газозваженому стані та встановлено закономірності виникнення напружень з урахуванням двошарової структури окремої зернівки.

Оптимальним є режим сушіння, при якому забезпечується висока якість зерна і досягаються найкращі техніко-економічні показники роботи сушарки. Різні конструкції теплообмінних апаратів передбачають різні варіанти теплової обробки зерна: в щільному або розрихленому шарі, в газозваженому стані [5]. При загальному розгляді зерна виділяють два випадки: обробка шару зерна та обробка одиничної зернини [6]. В даній роботі розглянуто сушильний апарат коридорного типу. Агент сушіння подають як в нижній, так і в верхній коридори: як зверху вниз, так і знизу вгору. Електрична схема управління забезпечує контроль роботи вентилятора подачі агента сушіння, напряму його подачі в верхній або нижній коридори сушарки, температури агента сушіння. Температуру повітря регулюють під'єднанням чи від'єднанням одного чи групи нагрівних елементів калорифера. Для сушіння застосовують осцилюючий режим, тобто після нагріву зерно піддають проміжному охолодженню. Потім цикл повторюють [7].

Експериментально встановлено, що при правильно вибраному співвідношенні між кількістю зерна, проміжного теплоносія і величиною розходу повітря зерно не тоне, а бере участь в загальному пульсаційному русі суміші. Отриманий шар дозволяє забезпечити розділення зерен одне від другого і збільшити поверхні контактів з основним і проміжним теплоносіями. В залежності від швидкості газу та характеристик матеріалу зважений шар може знаходитись в стані спокійного псевдорозрідження [2].

1. Формулювання та розв'язок задачі

Випаровування вологи всередині зерна означає наявність джерела парової фази і відповідного стоку теплоти, яка витрачається на пароутворення [9]. Потік вологи всередині зерна матеріалу визначається через приведений коефіцієнт дифузії, градієнт концентрації вологи, температури та термоградієнтний коефіцієнт. Значення усереднених потенціалів переносу всередині зернини визначаються інтегруванням нестационарних розподілів тепла та вологи за радіусом частинки. Зернина розглядається як двошарова частинка.

Потоки вологи і теплоти на зовнішній поверхні зернини представлені рівняннями конвективної масо і тепловіддачі а також входять джерельним членом в рівняння тепло і масопереносу міжзернового середовища.

Гранично допустимі температури зерна залежать від роду зерна, його цільового призначення, вихідної вологості і конструкції сушарень. Крім температури має значення організація потоків дисперсної і газової фаз, місце, момент часу, тривалість контакту. Сприятливі умови взаємодії фаз досягаються в прямочасних сушарнях ідеального витіснення [2]. Суть моделі ідеального витіснення

базується на ідеалізації потоку і представленні руху газоподібного середовища у вигляді поршневого при повній відсутності перемішування вздовж потоку. Це обумовлено однаковою швидкістю частинок, тобто лінійністю профілю поршневого потоку. Основне співвідношення для моделі ідеального витіснення витікає з умови неперервного потоку $v = const$. Ця умова накладає обмеження на зміну швидкості на вході і виході зони ідеального витіснення. На вході допустиме збурення по концентрації і розходу [7].

В задачах сушіння [10, 11] є актуальним питання ефективності процесу та забезпечення якості продукту сушіння, що вимагає дослідження напружено-деформованого стану осушуваного продукту, зокрема в імпульсному режимі та порівняння результатів дослідження сушіння в стаціонарних режимах зовнішнього середовища, врахування впливів змінного в часі режиму керування процесом.

Проінтегрувавши рівняння зміни деформацій зернини в центросиметричній задачі масопереносу від концентрації пароповітряної суміші та температури [4]. отримаємо для внутрішньої області зернини

$$\varepsilon^{(1)}(r, z, \tau) = \xi^{(1)} \left(\beta^{(1)} c^{(1)}(r, z, \tau) + \alpha^{(1)} T^{(1)}(r, z, \tau) \right) + L^{(1)}(z, \tau), \quad (1)$$

де $L^{(1)}(z, \tau)$ величина, що залежить від місця заходження зернини в шарі в газозваженому стані,

$$c^{(1)}(r, z, \tau) = c_{z0} + \frac{1}{r} \sum_{j=1}^{\infty} e^{-\mu_{jc}^2 \tau} \left(B_{1j}^{(1)} + B_{2j}^{(1)}(z) \right) \sin \lambda_j^{(1)} r, \quad (2)$$

$$T^{(1)}(r, z, \tau) = T_{z0} + \frac{1}{r} \sum_{j=1}^{\infty} e^{-\mu_{jT}^2 \tau} \left(B_{1jT}^{(1)} + B_{2jT}^{(1)}(z) \right) \sin \lambda_{jT}^{(1)} r. \quad (3)$$

Величини, які входять в дані вирази, означено в [3, 12].

Тоді

$$L^{(1)}(z, \tau) = -\xi^{(1)} \left(\beta^{(1)} c^{(1)}(0, z, \tau) + \alpha^{(1)} T^{(1)}(0, z, \tau) \right).$$

Деформація у внутрішньому шарі зернини

$$\varepsilon^{(1)}(r, z, \tau) = \xi^{(1)} \left[\beta^{(1)} \sum_{j=1}^{\infty} e^{-\mu_{jc}^2 \tau} \lambda_j^{(1)} \left(\tilde{B}_j^{(1)}(z) \right) \left(\frac{\sin \lambda_j^{(1)} r}{\lambda_j^{(1)} r} - 1 \right) + \alpha^{(1)} \sum_{j=1}^{\infty} e^{-\mu_{jT}^2 \tau} \lambda_{jT}^{(1)} \left(\tilde{B}_{jT}^{(1)}(z) \right) \left(\frac{\sin \lambda_{jT}^{(1)} r}{\lambda_{jT}^{(1)} r} - 1 \right) \right]. \quad (4)$$

Деформація в зовнішньому шарі зернини

$$\varepsilon^{(2)}(r, z, \tau) = \xi^{(2)} \left(\beta^{(2)} c^{(2)}(r, z, \tau) + \alpha^{(2)} T^{(2)}(r, z, \tau) \right) + L^{(2)}(z, \tau) =$$

$$= \xi^{(2)} \left\{ \beta^{(2)} \left\langle c_{z_0} + \frac{1}{r} \sum_{j=1}^{\infty} e^{-\mu_j^2 \tau} \left[\tilde{A}_j^{(2)}(z) \cos \lambda_j^{(2)} r + \tilde{B}_j^{(2)}(z) \sin \lambda_j^{(2)} r \right] \right\rangle + \right. \\ \left. + \alpha^{(2)} \left\langle T_{z_0} + \frac{1}{r} \sum_{j=1}^{\infty} e^{-\mu_{jT}^2 \tau} \left[\tilde{A}_{jT}^{(2)}(z) \cos \lambda_{jT}^{(2)} r + \tilde{B}_{jT}^{(2)}(z) \sin \lambda_{jT}^{(2)} r \right] \right\rangle \right\} + L^{(2)}(z, \tau), \quad (5)$$

де $\tilde{A}_j^{(i)}(z) = (A_{1j}^{(i)} + A_{2j}^{(i)}(z)), \quad \tilde{B}_j^{(i)}(z) = (B_{1j}^{(i)} + B_{2j}^{(i)}(z)).$

$$\tilde{A}_{jT}^{(i)}(z) = (A_{1jT}^{(i)} + A_{2jT}^{(i)}(z)), \quad \tilde{B}_{jT}^{(i)}(z) = (B_{1jT}^{(i)} + B_{2jT}^{(i)}(z)).$$

Для визначення напружено-деформованого стану в окремому зерні, що перебуває в газозваженому стані, в залежності від його місцерозміщення за висотою, розглянемо граничну умову на радіальне напруження для $r = R$:

$$\sigma_{rr}^{(2)}|_{r=R} = \left(K^{(2)} + \frac{4}{3} G^{(2)} \right) \frac{\partial u_r^{(2)}}{\partial r} + 2 \left(K^{(2)} - \frac{2}{3} G^{(2)} \right) \frac{u_r^{(2)}}{R} - K^{(2)} (\beta^{(2)} c^{(2)} + \alpha^{(2)} T^{(2)}) = \\ = \left[\left(K^{(2)} + \frac{4}{3} G^{(2)} \right) \varepsilon^{(2)} - 4 G^{(2)} \frac{u_r^{(2)}}{R} - K^{(2)} (\beta^{(2)} c^{(2)} + \alpha^{(2)} T^{(2)}) \right]_R = 0. \quad (6)$$

Підставимо вираз (5) в (6) і отримаємо

$$\left(\frac{3K^{(2)} + 4G^{(2)}}{3} \right) \left(\frac{3K^{(2)}}{3K^{(2)} + 4G^{(2)}} (\beta^{(2)} c^{(2)} + \alpha^{(2)} T^{(2)})|_{r=R} + L^{(2)}(z, \tau) \right) - 4G^{(2)} \frac{u_r^{(2)}}{R}|_{r=R} - K^{(2)} (\beta^{(2)} c^{(2)} + \alpha^{(2)} T^{(2)})|_{r=R} = 0.$$

Звідси знаходимо

$$L^{(2)}(z, \tau) = \frac{12G^{(2)}}{3K^{(2)} + 4G^{(2)}} \frac{u_r^{(2)}(R, z, \tau)}{R}, \quad (7)$$

а об'ємна деформація $\varepsilon^{(2)}(r_*, z, \tau)$ на межі розділу ядра і оболонки зернини набуде вигляду

$$\varepsilon^{(2)}(r_*, z, \tau) = \xi^{(2)} \left\{ \left\{ \beta^{(2)} \left\langle c_{z_0} + \frac{1}{r_*} \sum_{j=1}^{\infty} e^{-\mu_j^2 \tau} \left[\tilde{A}_j^{(2)}(z) \cos \lambda_j^{(2)} r_* + \tilde{B}_j^{(2)}(z) \sin \lambda_j^{(2)} r_* \right] \right\rangle + \right. \right. \\ \left. \left. + \alpha^{(2)} \left\langle T_{z_0} + \frac{1}{r_*} \sum_{j=1}^{\infty} e^{-\mu_{jT}^2 \tau} \left[\tilde{A}_{jT}^{(2)}(z) \cos \lambda_{jT}^{(2)} r_* + \tilde{B}_{jT}^{(2)}(z) \sin \lambda_{jT}^{(2)} r_* \right] \right\rangle \right\} \right\} + \frac{4G^{(2)} \xi^{(2)}}{K^{(2)}} \frac{u_r^{(2)}(R, z, \tau)}{R}. \quad (8)$$

Для визначення радіальних переміщень $u_r^{(i)}$ в i -ому шарі врахуємо, що

$$\frac{\partial u_r^{(i)}}{\partial r} + \frac{2}{r} u_r^{(i)} = \varepsilon^{(i)}, \quad (9)$$

де $\varepsilon^{(1)}(r, \tau)$, $\varepsilon^{(2)}(r, \tau)$ визначаються формулами (4), (5) відповідно. Розв'язок для переміщень шукаємо у вигляді

$$u_r^{(i)}(r, z, \tau) = \frac{U^{(i)}(r, z, \tau)}{r^2}. \quad (10)$$

З врахуванням (9) отримаємо

$$U^{(i)}(r, z, \tau) = \int r^2 \varepsilon^{(i)}(r, z, \tau) dr + L_3^{(i)}(z, \tau). \quad (11)$$

Згідно (4), величина $U^{(1)}(r, z, \tau)$ прийме вигляд

$$U^{(1)}(r, z, \tau) = \xi^{(1)} \left\{ \beta^{(1)} \sum_{j=1}^{\infty} e^{-\mu_{jc}^2 \tau} \lambda_j^{(1)} \tilde{B}_j^{(1)}(z) \left[\left(\frac{\sin \lambda_j^{(1)} r}{\lambda_j^{(1)2}} - \frac{r \cos \lambda_j^{(1)} r}{\lambda_j^{(1)}} \right) - r^3 \right] + \right. \\ \left. + \alpha^{(1)} \sum_{j=1}^{\infty} e^{-\mu_{jT}^2 \tau} \lambda_{jT}^{(1)} \tilde{B}_{jT}^{(1)}(z) \left[\left(\frac{\sin \lambda_{jT}^{(1)} r}{\lambda_{jT}^{(1)2}} - \frac{r \cos \lambda_{jT}^{(1)} r}{\lambda_{jT}^{(1)}} \right) - r^3 \right] \right\} + L_3^{(1)}(z, \tau).$$

З використанням (10), (11) визначимо переміщення у внутрішній області зернини

$$u_r^{(1)}(r, z, \tau) = \frac{\xi^{(1)}}{r^2} \left\{ \beta^{(1)} \sum_{j=1}^{\infty} e^{-\mu_{jc}^2 \tau} \lambda_j^{(1)} \tilde{B}_j^{(1)}(z) \left[\left(\frac{\sin \lambda_j^{(1)} r}{\lambda_j^{(1)2}} - \frac{r \cos \lambda_j^{(1)} r}{\lambda_j^{(1)}} \right) - r^3 \right] + \right. \\ \left. + \alpha^{(1)} \sum_{j=1}^{\infty} e^{-\mu_{jT}^2 \tau} \lambda_{jT}^{(1)} \tilde{B}_{jT}^{(1)}(z) \left[\left(\frac{\sin \lambda_{jT}^{(1)} r}{\lambda_{jT}^{(1)2}} - \frac{r \cos \lambda_{jT}^{(1)} r}{\lambda_{jT}^{(1)}} \right) - r^3 \right] \right\} + \frac{L_3^{(1)}(z, \tau)}{r^2}. \quad (12)$$

З умови обмеженості переміщень $u_r^{(1)}(r, z, \tau)|_{r \rightarrow 0}$ слідує, що $L_3^{(1)}(z, \tau) = 0$.

З виразу (12) визначимо переміщення $u_r^{(1)}(r_*, z, \tau)$ на зовнішній границі внутрішнього шару зернини $r = r_*$. Згідно (9) при визначеній деформації і переміщеннях

$$\frac{\partial u_r^{(i)}}{\partial r} = \varepsilon^{(i)} - \frac{2}{r} u_r^{(i)}. \quad (13)$$

Визначимо радіальні переміщення в зовнішньому шарі зернини. Прийнявши позначення (11)

$$\begin{aligned} \varepsilon^{(2)}(r_*, z, \tau) = & \xi^{(2)} \left\{ \left\{ \beta^{(2)} \left\langle c_{z0} + \frac{1}{r_*} \sum_{j=1}^{\infty} e^{-\mu_{jc}^2 \tau} \left[\tilde{A}_j^{(2)}(z) \cos \lambda_j^{(2)} r_* + \tilde{B}_j^{(2)}(z) \sin \lambda_j^{(2)} r_* \right] \right\rangle + \right. \\ & \left. + \alpha^{(2)} \left\langle T_{z0} + \frac{1}{r_*} \sum_{j=1}^{\infty} e^{-\mu_{jT}^2 \tau} \left[\tilde{A}_{jT}^{(2)}(z) \cos \lambda_{jT}^{(2)} r_* + \tilde{B}_{jT}^{(2)}(z) \sin \lambda_{jT}^{(2)} r_* \right] \right\rangle \right\} + \frac{4G^{(2)} \xi^{(2)} u_r^{(2)}(R, z, \tau)}{K^{(2)} R} \quad (14) \end{aligned}$$

і врахувавши, що

$$\begin{aligned} U^{(2)}(r, z, \tau) = & \xi^{(2)} \int r^2 \left\{ \left\{ \beta^{(2)} \left\langle c_{z0} + \frac{1}{r} \sum_{j=1}^{\infty} e^{-\mu_{jc}^2 \tau} \left[\tilde{A}_j^{(2)}(z) \cos \lambda_j^{(2)} r + \tilde{B}_j^{(2)}(z) \sin \lambda_j^{(2)} r \right] \right\rangle dr + \right. \\ & \left. + \alpha^{(2)} \left\langle T_{z0} + \frac{1}{r} \sum_{j=1}^{\infty} e^{-\mu_{jT}^2 \tau} \left[\tilde{A}_{jT}^{(2)}(z) \cos \lambda_{jT}^{(2)} r + \tilde{B}_{jT}^{(2)}(z) \sin \lambda_{jT}^{(2)} r \right] \right\rangle dr + \frac{4G^{(2)} u_r^{(2)}(R, z, \tau)}{K^{(2)} R} \right\} \Bigg\} + L_3^{(2)}(z, \tau), \end{aligned}$$

радіальне переміщення в зовнішньому шарі зернини набуде вигляду:

$$\begin{aligned} u_r^{(2)}(r, z, \tau) = & \frac{U^{(2)}(r, z, \tau)}{r^2} = \frac{\xi^{(2)}}{r^2} \left\{ \left\{ \beta^{(2)} \left\langle c_{z0} \frac{r^3}{3} + \sum_{j=1}^{\infty} e^{-\mu_{jc}^2 \tau} \left[\tilde{A}_j^{(2)}(z) \left(\frac{\cos \lambda_j^{(2)} r}{\lambda_j^{(2)2}} + \right. \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. + \frac{r \sin \lambda_j^{(2)} r}{\lambda_j^{(2)}} \right] + \tilde{B}_j^{(2)}(z) \left(\frac{\sin \lambda_j^{(2)} r}{\lambda_j^{(2)2}} - \frac{r \cos \lambda_j^{(2)} r}{\lambda_j^{(2)}} \right) \right\rangle \right\} + \\ & + \alpha^{(2)} \left\langle T_{z0} \frac{r^3}{3} + \sum_{j=1}^{\infty} e^{-\mu_{jT}^2 \tau} \left[\tilde{A}_{jT}^{(2)}(z) \left(\frac{\cos \lambda_{jT}^{(2)} r}{\lambda_{jT}^{(2)2}} + \frac{r \sin \lambda_{jT}^{(2)} r}{\lambda_{jT}^{(2)}} \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \tilde{B}_{jT}^{(2)}(z) \left(\frac{\sin \lambda_{jT}^{(2)} r}{\lambda_{jT}^{(2)2}} - \frac{r \cos \lambda_{jT}^{(2)} r}{\lambda_{jT}^{(2)}} \right) \right] \right\rangle + \frac{4G^{(2)} u_r^{(2)}(R, z, \tau) r^3}{K^{(2)} R} \Bigg\} + \frac{L_3^{(2)}(z, \tau)}{r^2}. \quad (15) \end{aligned}$$

Визначивши $u_r^{(2)}$ на межі розділу зовнішньої і внутрішньої областей $r = r_*$ та врахувавши умову рівності переміщень на межі розділу областей отримаємо

$$\frac{L_3^{(2)}(z, \tau)}{r_*^2} = u_r^{(1)}(r_*, z, \tau) - \frac{\xi^{(2)}}{r_*^2} \left\{ \left\{ \beta^{(2)} \left\langle c_{z0} \frac{r_*^3}{3} + \sum_{j=1}^{\infty} e^{-\mu_{jc}^2 \tau} \left[\tilde{A}_j^{(2)}(z) \left(\frac{\cos \lambda_j^{(2)} r_*}{\lambda_j^{(2)2}} + \right. \right. \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
 & \left. \left. \left. \left. \left. \frac{r_* \sin \lambda_j^{(2)} r_*}{\lambda_j^{(2)}} \right] + \tilde{B}_j^{(2)}(z) \left(\frac{\sin \lambda_j^{(2)} r_*}{\lambda_j^{(2)2}} - \frac{r_* \cos \lambda_j^{(2)} r_*}{\lambda_j^{(2)}} \right) \right] \right\} + \right. \\
 & \left. + \alpha^{(2)} \left\{ T_{z0} \frac{r_*^3}{3} + \sum_{j=1}^{\infty} e^{-\mu_{jT}^2 \tau} \left[\tilde{A}_{jT}^{(2)}(z) \left(\frac{\cos \lambda_{jT}^{(2)} r_*}{\lambda_{jT}^{(2)2}} + \frac{r \sin \lambda_{jT}^{(2)} r_*}{\lambda_{jT}^{(2)}} \right) + \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. \tilde{B}_{jT}^{(2)}(z) \left(\frac{\sin \lambda_{jT}^{(2)} r_*}{\lambda_{jT}^{(2)2}} - \frac{r_* \cos \lambda_{jT}^{(2)} r_*}{\lambda_{jT}^{(2)}} \right) \right] \right\} + \frac{4G^{(2)}}{K^{(2)}} \frac{u_r^{(2)}(R, z, \tau) r_*^3}{R} \frac{1}{3} \right\} \right\}. \quad (16)
 \end{aligned}$$

Деформації $\varepsilon_{rr}^{(i)} = \frac{\partial u_r^{(i)}}{\partial r}$, $\varepsilon_{\varphi\varphi}^{(i)} = \varepsilon_{\theta\theta}^{(i)} = \frac{u_r^{(i)}}{r}$ визначено за приведеними формулами.

За визначеними переміщеннями та деформаціями знаходимо напруження

$\sigma_{rr}^{(i)}(r, z, \tau)$, $\sigma_{\varphi\varphi}^{(i)}(r, z, \tau)$, $\sigma_{\theta\theta}^{(i)}(r, z, \tau)$ згідно формул

$$\sigma_{rr}^i = 2G^i \frac{\partial u_r^i}{\partial r} + \left(K - \frac{2}{3} G \right)^i \left(\frac{\partial u_r^i}{\partial r} + \frac{2u_r^i}{r} \right)^i - K^i (\beta^i c^i + \alpha^i T^i), \quad (17)$$

$$\sigma_{\varphi\varphi}^i = \sigma_{\theta\theta}^i = 2G^i \frac{u_r^i}{r} + \left(K - \frac{2}{3} G \right)^i \left(\frac{\partial u_r^i}{\partial r} + \frac{2u_r^i}{r} \right)^i - K^i (\beta^i c^i + \alpha^i T^i). \quad (18)$$

На основі отриманих формул у наступному розділі проведені дослідження напружено-деформованого стану зернини в залежності від параметрів режиму осушення і характеристик зерна.

2. Числовий аналіз напружено-деформованого стану у структурних елементах зернівки

Обчислення радіальних переміщень проводилися на основі формул (12), (15) для шару зерна пшениці і виконувались з точністю 10^{-7} . Приймались наступні базові значення параметрів: товщина шару зерна $L=1$ м, середній радіус зернівки $R=2.00086 \cdot 10^{-3}$ м, межа неоднорідності між ядром та оболонкою $r_*=0.9R$. На основі праць [1, 10] для такого матеріалу: коефіцієнт теплоємності $c_p=0.5$ ккал/(кг °К), коефіцієнти теплопровідності $\lambda_z=0.16$ Вт/(м °К), $\lambda^{(2)}=0.2$ Вт/(м °К), температуропровідності $a_{Tz}=4.64253 \cdot 10^{-5}$ м²/с, $\tilde{a}_T^{(2)}=4.17827 \cdot 10^{-5}$ м²/с в міжзерновій області та в оболонці зернини відповідно. Температура та концентрація вологи у початковий момент часу $T_{z0}=291$ °К, $c_0=5 \cdot 10^{-4}$ кг/м³, концентрація насиче-

ної пари $c_z^n = 1.34 \cdot 10^{-2} \text{ кг/м}^3$. Обирались встановлені в [11] оптимальні величини: швидкість продування $v_z = 1.5 \text{ м/с}$ та коефіцієнт тертя сушильного агента з зерном $\tilde{\alpha} = 2.5$, циклічність нагріву та охолодження $\Omega_{IT} = 8\pi/\tau_p$, повний час сушіння $\tau_p = 1 \text{ год}$.

На рис. 1 показані розподіли радіальних переміщень в структурних елементах зернівки, враховуючи її двошарову будову.

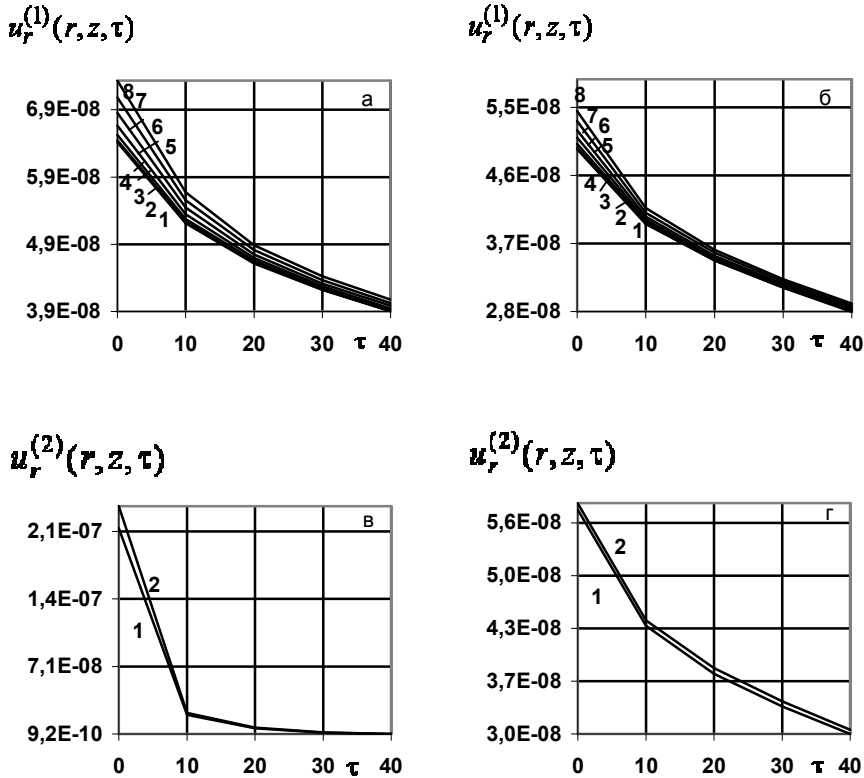


Рис. 1. Розподіли переміщень $u_r^{(i)}(r, z, \tau)$ в часі τ в ядрі зернівки (а,б) та в шкірці (в,г) сушильним агентом температури 341°K (а,в) та температури 291°K (б,г). Значення $\tau_1=0$, $\tau_2=10$, $\tau_3=20$, $\tau_4=30$, $\tau_5=40$ хв. відповідно.

Тут і надалі на рисунках а,б представлені переміщення, коли зерно сушиться потоком сушильного агента температури 341°K , початкові збурення по розходу $A_{T1}=50$, а на рисунках в,г – потоком сушильного агента температури 291° , початкове збурення $A_{T1}=5$. Потік сушильного агента направляєється з нижньої камери. Криві 1-8 (рис. а,б) відповідають значенням безрозмірного радіуса $\bar{r}=0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8$, криві 1-2 (рис. в,г) відповідають $\bar{r}=0.9, 1$.

Треба зазначити, що величина температури сушильного агента помітно впливає на кількісні та якісні характеристики розподілу переміщень в зернівці. Найбільші переміщення відбуваються протягом перших десяти хвилин сушіння. До кінця процесу сушіння переміщення зерна зменшується приблизно вдвічі.

На рис. 2 подані розподіли об'ємних деформацій зернини в часі. З рисунків видно, що на усіх графіках деформації від'ємні, що говорить про стискання зернини в процесі сушіння. Проте воно відбувається по-різному в різних структурних елементах. Найбільшій деформації зазнає центральна частина - ядро (рис. а,б, криві 1-4) в перші десять хвилин сушіння. Далі від центру (рис. а,б, криві 5-8) ці деформації менші і в шкірці (рис. в,г, криві 1-2) вони найменші.

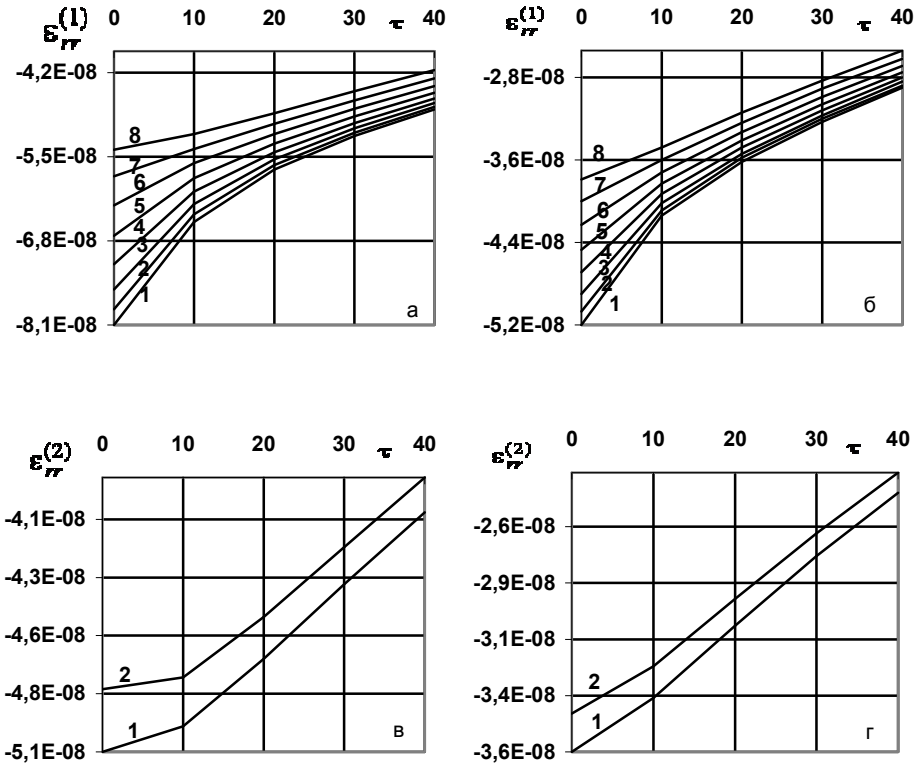


Рис. 2. Розподіли об'ємних деформацій $\epsilon_{rr}^{(i)}$ в часі τ в ядрі (а,б) та в шкірці (в,г) сушильним агентом температури 341°K (а,в) та температури 291°K (б,г).

Криві 1-8 (а,б) відповідають значенням безрозмірного радіуса $\bar{r}=0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8$, криві 1-2 (в,г) відповідають значенням безрозмірного радіуса $\bar{r}=0.9, 1$.

Значення $\tau_1=0, \tau_2=10, \tau_3=20, \tau_4=30, \tau_5=40$ хв. відповідно.

Але для різних температур сушіння абсолютні значення деформацій відрізняються: для більших температур сушіння характерні більші об'ємні деформації

зерна. Від координати \bar{r} деформація є нелінійною функцією і найбільший градієнт спостерігається за наближення до центра зернівки.

На рис. 3 представлені радіальні напруження, розподілені за без розмірним радіусом зернини в залежності від різних значень температури сушильного агента та початкової вологості зерна пшениці, яку треба висушити. На рис. а,б – для 20%-вологості пшениці. На рис. в,г – при її вологості 16%.

Треба зазначити, що для вологішої пшениці (більше 18%) небезпечно використовувати високі температури сушильного агента (більше 333° К), оскільки тоді напруження, що виникають в зернівці, перевищують границю міцності зерна $1.92123 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2$ [13, 14] (рис. а, крива 1а).

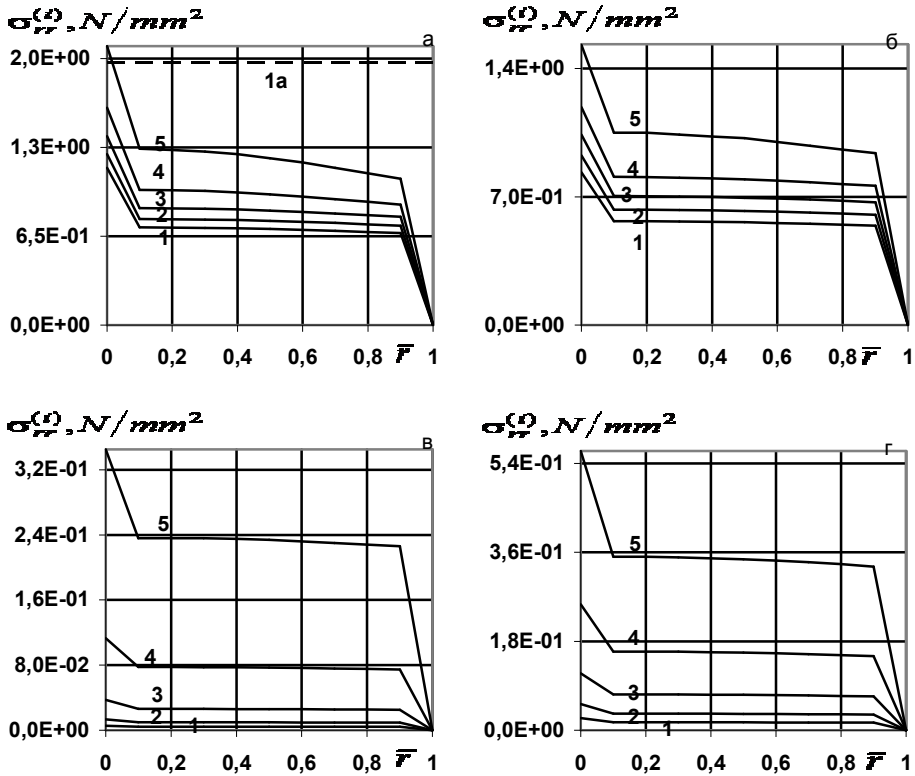


Рис. 3. Розподіли радіальних напружень $\sigma_{rr}^{(i)}$ за безрозмірним радіусом \bar{r} в зерніні вологістю 20% - $c_0 = 6.25 \cdot 10^{-4} \text{ кг/м}^3$ (а,б) та 16% - $c_0 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ кг/м}^3$ (в,г) сушильним агентом температури 341°К (а,в) та температури 291°К (б,г).
Значення $\bar{r} = 0.1, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1$ відповідно.
Криві 1-5 відповідають значенням $\tau_1 = 0, \tau_2 = 10, \tau_3 = 20, \tau_4 = 30, \tau_5 = 40$ хв. Крива 1а відповідає значенню границі міцності зерна.

На рис. 4 представлені розподіли дотичних напружень зернини за без розмірним радіусом в залежності від різних значень температури сушильного агента

та початкової вологості пшениці. На рис. а,б – для 20% вологості пшениці, а на рис. в,г – при її вологості 16%. Найбільші дотичні та радіальні напруження спостерігаються в центрі зернини. При підвищенні температури напруження зростають ще більше. Але вони залежать ще від кількості води, яка є в матеріалі. Чим зерно сухіше, тим нижча границя міцності зерна.

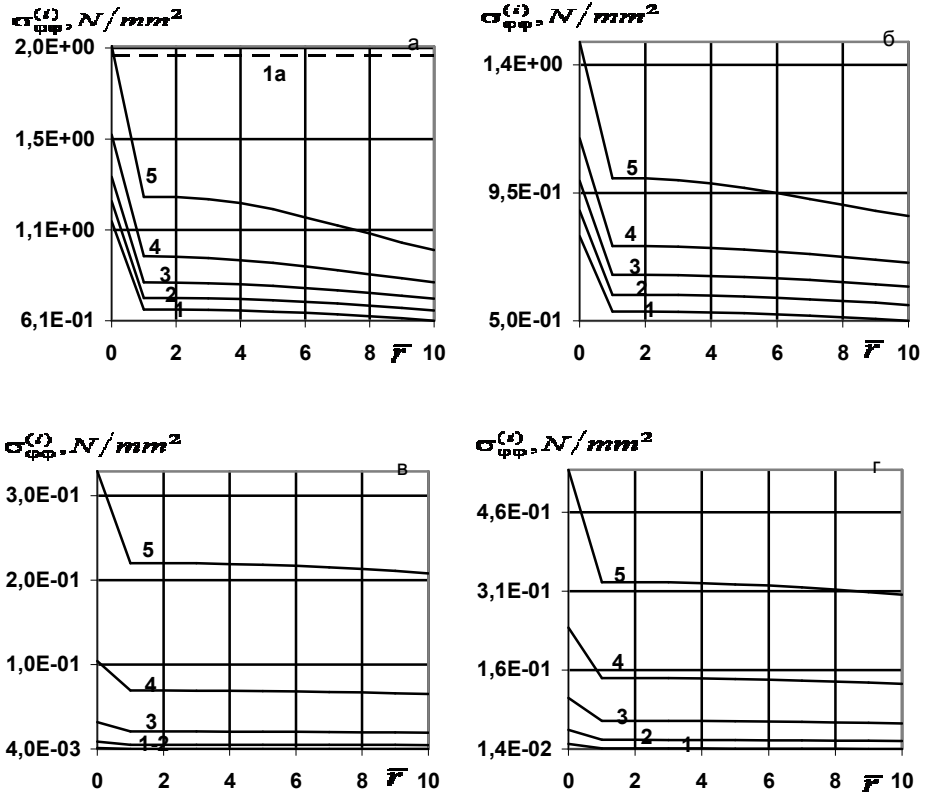


Рис. 4. Розподіли дотичних напружень $\sigma_{\phi\phi}^{(i)}$ за безрозмірним радіусом \bar{r} в зернині вологістю 20% - $c_0 = 6.25 \cdot 10^{-4}$ кг/м³ (а,б) та 16% - $c_0 = 5 \cdot 10^{-4}$ кг/м³ (в,г) сушильним агентом температури 341°K (а,в) та температури 291°K (б,г). Значення $\bar{r} = 0.1, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1$ відповідно. Криві 1-5 відповідають значенням $\tau_1 = 0, \tau_2 = 10, \tau_3 = 20, \tau_4 = 30, \tau_5 = 40$ хв. Крива 1а відповідає значенню границі міцності зерна

Висновки. Дослідивши вплив параметрів задачі на напружено-деформований стан зернини при активних гідродинамічних режимах сушіння ми встановили, що одним з найвпливовіших чинників є температура сушильного агента. Різниця між максимумами температур агента та ядра зернівки може бути суттєвою і це треба враховувати при моделюванні процесу. Зростаюче температурне поле направлене з поверхні зернівки в ядро, а згасаюче поле вологи рухається в цьому ж

напрямку, але значно повільніше. Під дією високої температури, при високій швидкості сушильного агента радіальні напруження біля поверхні зерна значно зростають. Поле напружень зростає з поверхні зернівки до центра ядра. Залежно від рівня вологості зернини для неї встановлюються різні границі міцності. Чим сухіший матеріал, тим границя міцності нижча, і залежно від рівня напружень в конкретній точці всередині ядра фізична структура ядра може не витримати перевищений поріг міцності, що призводить до утворення тріщинуватості в ядрі. Температура сушильного агента вище 333К для зерна із початковою вологістю 20% в імпульсному режимі сушіння призведе до розтріскування зерна.

Встановлено, що на розтріскування зерна дуже впливає початкова вологість матеріалу для сушіння. Якщо обрати температуру сушіння 333К для зерна із початковою вологістю 16%, то значення напружень, які виникають в зерні, далекі від границі його міцності. Отже, на вологий матеріал не можна одразу подавати гарячий сушильний агент, а рекомендовано почати його сушити при невеликому (5°) його нагрітті. При сушінні необхідно також враховувати відносну вологість повітря: на кожних додаткових 20% вологості повітря треба додавати 5° до температури сушильного агента.

Отриманий в результаті обраного режиму сушіння газозважений стан зерна дозволяє забезпечити розділення зерен одне від другого і збільшити поверхні контактів з основним і проміжним теплоносіями. Нами проводились дослідження напружено-деформованого стану зернини залежно від її місця розташування в цьому шарі, які показали, що цей параметр для таких режимів сушіння не відіграє такого суттєвого значення, як, наприклад, при сушінні зерна нерухомим шаром, що призводить до рівномірного осушення шару зерна. В роботі [11] було встановлено оптимальні значення швидкості сушильного агента, зменшення яких призводить до запарювання матеріалу, а збільшення – до значних механічних пошкоджень зерна.

Отже, корегуючи співвідношення керуючих функцій (температури сушильного агента, вологості та часу сушіння), можна досягти бажаного рівномірного осушення партії зерна пшениці за мінімальної тріщиноутворюваності.

Література

- [1] *Егоров Г. А.* Технологические свойства зерна. - 1985. — М. : Агропромиздат, 1985. — 334 с.
- [2] *Муштаев В. И.* Основные теоретические положения конвективной сушки и уточненный метод расчета сушильных аппаратов. — М. : МИХМ, 1971. — 81 с.
- [3] *Гайвась Б. І., Дмитрук В. А.* Сушіння зерна в імпульсному режимі агента сушіння з врахуванням шаруватості структури зернини // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. - 2015. — Вип. 22. - С. 7-23.
- [4] *Гайвась Б. І., Дмитрук В. А., Дмитрук А. А.* Сушіння зерна в активних гідродинамічних режимах з урахуванням шаруватості його структури // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. - 2015. — Вип. 23. - С. 29-41.
- [5] *Гірник Н. Л., Гербей В. М., Федоткін В. І.* Математичне моделювання процесів конвективного сушіння. — К. : Будівельник, 1993. — 248 с.
- [6] *Фролов В. Ф.* Моделирование сушки дисперсных материалов. — Ленинград : Химия, 1987. — 206 с.
- [7] *Сажин Б. С.* Гидродинамика взвешенного слоя. — М. : Изд. МТИ, 1978. — 87 с.

- [8] Гамаюнов Н. И., Ильченко Л. И. Моделирование сушки порозных материалов. — Хим. пром., 1979. — № 6. — С. 344-348.
- [9] Смагина Т. В. Исследование влагопереноса в зерне пшеницы с учетом его анизотропии применительно к способу сушки в плотном и взвешенном состоянии. — Минск, 1982. — С. 143-151.
- [10] Егоров Г. А. Теплофизические свойства единичного зерна // ЦНИТЭИ, Хлебпромформ, Информационный сборник. - Научно технические достижения и передовой опыт в области хлебопродуктов. — М. : 1996. — 68 с.
- [11] Кретович В. П. Биохимия зерна и продуктов его переработки. — М. : Агропромиздат, 1989. — 368 с.
- [12] Гайвась Б. І., Чапля Є. Я. Конвективне осушення зернистого матеріалу з врахуванням двошарової структури окремої зернини // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. - 2014. — Вып. 20. - С. 69-80.
- [13] Карнаушенко Л. И., Циналевский В. Т., Корнев Н. К. Модули деформации пшеницы. — М. : Известия вузов, 1978. — № 6. - 784 с.
- [14] Адро Ф. А., Наумов И. А., Егоров Г. А. Прочностные свойства пшеницы Сирийской AP // Изв.вузов. - 1978.- № 5. - С. 150-152.
- [15] Новоселов С. В. Снижение трещиноватости зерна в процессе сушки. — М. : ЦНИИТЭИ Минзага СССР, 1983. — Вып. 6 - 76 с.

Determination of stress-strain state of hanging grain in pulse mode of drying depending on its placement

Bogdana Gayvas, Veronika Dmytruk, and Anatoliy Dmytruk

The stress-strain state of a grain is considered in active regimes of drying. Based on the fundamental solutions of the thermal conductivity and mechanodiffusivity model, the formulae for determining the viscous-elastic stresses arising in the grain during its drying in active regimes are obtained and patterns of arising stresses depending on the bilayer structure of the individual grains are investigated and established. A numerical study of displacements, deformations, and stresses in structural elements of grains depending on the temperature and the concentration of moisture is carried out and their optimal values to achieve uniform drying of wheat are determined.

Определение напряженно-деформированного состояния зерна в зависимости от его местоположения в газозвешенном состоянии в импульсном режиме осушения

Богдана Гайвась, Вероника Дмитрук, Анатолий Дмитрук

Рассмотрено напряженно-деформированное состояние зерна в газозвешенном состоянии при импульсном действии температуры и паровоздушной смеси сушильного агента. На основании фундаментальных решений задачи теплопроводности и механодиффузии получены формулы для определения напряженно-деформированного состояния, возникающего в зерновке при ее сушке в таком режиме, исследованы и установлены закономерности возникновения этих напряжений с учетом двухслойной структуры отдельной зерновки. Проведено численное исследование перемещений, деформаций и напряжений в структурных элементах зерновки в зависимости от температуры, концентрации влаги, места расположения зерновки в слое и определены их оптимальные значения с целью уменьшения напряжений в зерновке.

Отримано 06.10.16