

УДК 521.21/22

О.М. МАРЧЕНКО¹, Д.О. МАРЧЕНКО² О.М. ЛОПУШАНСЬКИЙ³¹Кафедра вищої геодезії та астрономії, Національний університет "Львівська політехніка", вул. Карпінського, 6, Львів, Україна, 79013.²Карпатське відділення Інституту геофізики ім. С.І. Субботіна, вул. Наукова, 36, Україна, Львів, 79601.³Кафедра вищої геодезії та астрономії, Національний університет "Львівська політехніка", вул. Карпінського, 6, Львів, Україна, 79013, тел +380632968800, ел. пошта mister.sa.lo@gmail.com.

ПРО ПОБУДОВУ МОДЕЛЕЙ ГРАВІТАЦІЙНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛІ ЗА ДАНИМИ GOCE

Стрімкий розвиток геодезії характеризується не тільки розширенням типів різноманітних вимірів з традиційним підвищенням їх рівня точності, але й розв'язуванням основної задачі геодезії – визначення фігури, гравітаційного поля Землі та варіацій у часі. Починаючи з фундаментальних досліджень Лапласа, Лежандра і Гаусса в області теорії ньютонівського потенціалу, класичним представленням гравітаційного потенціалу небесних тіл став його запис у вигляді нескінченних рядів кульових функцій Лежандра-Лапласа-Гаусса-Максвелла, яке прийняло міждисциплінарне значення під час вивчення статичних і залежних від часу полів Землі і планет [Moritz Н., 1979]. Необхідно зауважити, що така параметризація гравітаційного потенціалу не тільки вважається стандартною, але й однією з найкращих для розв'язування сучасних наукових і прикладних задач небесної механіки, супутникової геодезії, глобальної геодинаміки [Marchenko A.N., 2003]. З 2000 по 2009 рр. були запущені супутники CHAMP, GRACE та GOCE, які належать до категорії супутників LEO (Low Earth Orbit), висота їх орбіти не перевищує 500 км [Hofmann-Wellenhof В., Н. Moritz, 2005]. Дані з цих супутників LEO уточнили та дуже розширили наші відомості про гравітаційне поле Землі. Останніми досягненнями науки у сфері супутникової геодезії є проект Європейського космічного агентства (ESA) – місія GOCE, що використовує метод супутникової градієнтометрії. За супутниковими спостереженнями можна впевнено визначати тільки низькочастотну складову геопотенціальних коефіцієнтів [Seeber G., 2003]. Вибір алгоритму, який дає змогу визначити гармонічні коефіцієнти геопотенціалу за компонентами тензора гравітаційного градієнта, що вимірюється у межах сучасного підходу до супутникової градієнтометрії місії GOCE, став актуальним завданням істотного покращення низькочастотної та середньочастотної складових гравітаційного поля за допомогою опрацювання даних вимірювання. Робота розглядає реалізацію другого методу Неймана, що ґрунтується на квадратурних формулах Гаусса для побудови моделі гравітаційного поля Землі за даними супутникової градієнтометрії.

Ключові слова: супутникова градієнтометрія; квадратурні формули; GOCE; гармонічні коефіцієнти.

Вихідні дані

Вихідними даними є дані EGG_TRF_2 градієнтометра супутника GOCE (гравітаційні градієнти V_{zz} у системі LNOF, їх точність та географічні координати φ, λ, r) за період приблизно три роки. Використовуючи радіальні градієнти V_{zz} , можна обчислити гармонічні коефіцієнти гравітаційного поля Землі. Гравітаційні градієнти EGG_TRF_2 рекомендовано використовувати для побудови регіональних моделей гравітаційного поля Землі [Seeber G., 2003].

Перед початком обробки було проведено відбраковування даних, застосовувалось воно за критерієм 3δ .

Після процесу відбраковування кількість даних набула такого вигляду, як показано у табл. 1.1.

Таблиця 1.1

Процес відбраковування

	Кількість вимірів до відбраковування	Кількість вимірів після відбраковування
Загальна кількість V_{zz}	80 860 570	80 849 326

Фільтрація даних та побудова рівномірної сітки Гаусса

Фільтр Кальмана – це математичний метод, відкритий Рудольфом Кальманом у 1960 році. Метою цього методу є використання вимірювань, які спостерігаються в часі і спотворені шумом (випадковими відхиленнями) та іншими неточностями, і генерація значень, що ближчі до справжніх вимірювань та їхніх значень.

Усі вихідні дані пройшли етап попередньої обробки та усереднення на рівномірній сітці (4×6) шляхом використання статичного фільтра Кальмана (рекурсивного методу найменших квадратів), ідея якого полягає в уточненні (оновленні) попередньо обчисленого середнього значення. Коли нові дані з'являються, вони змінюють оцінюване середнє значення вимірів x [Kalman R.E., 1960]:

А оскільки у випадку супутника GOCE вихідна інформація доступна через певні проміжки часу порціями, то і вибір статичного фільтра Кальмана або рекурсивного методу найменших квадратів, сенс якого полягає в ідеї оновлення, стає зрозумілим.

За побудови моделей з великою кількістю даних, які створені похибками вимірів, в усіх випадках необхідним етапом є попередня їх фільтрація, наприклад, методом швидкого перетворення Фур'є (FFT) [Sideris M. G., 2005].

Застосування процедури “видалення-відновлення” для визначення C_{nm}, S_{nm} .

Для обчислення моделі використовується різниця виміряних та модельних градієнтів, що, в принципі, являє собою техніку “видалення – відновлення”.

На першому етапі було знайдено:

$$V_{ZZ} = V_{ZZ_M} + \delta V_{ZZ}, \quad (1.1)$$

де V_{ZZ} – градієнти, виміряні супутником; V_{ZZ_M} – градієнти, побудовані за певною моделлю; δV_{ZZ} – різниця між виміряними та модельними градієнтами.

Співвідношення (1.1) традиційно пов'язане з таким рівнянням:

$$\begin{Bmatrix} C_{nm} \\ S_{nm} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} C_{nm} \\ S_{nm} \end{Bmatrix}_M + \begin{Bmatrix} \delta C_{nm} \\ \delta S_{nm} \end{Bmatrix}, \quad (1.2)$$

де $\begin{Bmatrix} C_{nm} \\ S_{nm} \end{Bmatrix}$ – значення гармонічних коефіцієнтів,

визначених за даними супутника; $\begin{Bmatrix} C_{nm} \\ S_{nm} \end{Bmatrix}_M$ –

модельні значення гармонічних коефіцієнтів;

$\begin{Bmatrix} \delta C_{nm} \\ \delta S_{nm} \end{Bmatrix}$ – різниці між модельними та визначеними значеннями коефіцієнтів.

Зрозуміло, що складові V_{ZZ_M} і $\begin{Bmatrix} C_{nm} \\ S_{nm} \end{Bmatrix}_M$

можуть бути обчислені за допомогою однієї і тієї самої моделі геопотенціалу, тому можливо виконати їх видалення:

$$\Delta V_{ZZ} = V_{ZZ} - V_{ZZ_M}; \quad (1.3)$$

$$\begin{Bmatrix} \delta C_{nm} \\ \delta S_{nm} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} C_{nm} \\ S_{nm} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} C_{nm} \\ S_{nm} \end{Bmatrix}_M. \quad (1.4)$$

Побудова моделей GOCE-LP01s та GOCE-LP02s

Отже, визначення гармонічних коефіцієнтів може бути виконане на основі 2-го методу Неймана [Sneeuw N., 1994]:

$$\begin{Bmatrix} A_m(\theta_i) \\ B_m(\theta_i) \end{Bmatrix} = \frac{1}{L(1 + \delta_{m0} + \delta_{mL})} \sum_{j=0}^{2L-1} V_{zz}(\theta_i, \lambda_j) \begin{Bmatrix} \cos m\lambda_j \\ \sin m\lambda_j \end{Bmatrix}; \quad (1.5)$$

$$\begin{Bmatrix} \bar{C}_{nm} \\ \bar{S}_{nm} \end{Bmatrix} = \frac{1}{4} (1 + \delta_{m0}) \sum_{i=1}^N w_i \bar{P}_{nm}(\cos \theta_i) \begin{Bmatrix} A_m(\theta_i) \\ B_m(\theta_i) \end{Bmatrix}; \quad (1.6)$$

$$w_i = \frac{2(1 - x_i^2)}{[(L+1)P_L(x_i)]^2}, \quad (1.7)$$

де w_i – ваги введені для дискретної ортогональності системи функцій на рівномірній сітці Гаусса-Лежандра.

Отже, на основі цього підходу побудована модель гармонічних коефіцієнтів за даними V_{zz} супутника GOCE – **GOCE-LP01s** до 220 степеня/порядку стосовно нормального поля WGS84 до 10 степеня/порядку.

Після необхідних аналітичних перетворень вони дають змогу знайти гауссову і середню кривизни поверхні геоїда:

$$W(x, y, z) = W_0 = \text{const}.$$

Якщо для середньої кривизни отримано точнішу формулу, то співвідношення для гауссової кривизни є правильним з точністю до четвертого степеня кутової швидкості Землі [Marchenko A.N., 1998]. Побудована модель **GOCE-LP01s** недостатньо точна у визначенні низьких порядків моделі. Було прийнято рішення зафіксувати 0-й, 1-й та 2-й порядки і прийняти їх рівними відповідно до моделі EGM2008. Після обчислень отримана модель **GOCE-LP02s** до 250 степеня/порядку включно стосовно нормального поля GOCO-03s до 180 степеня/порядку.

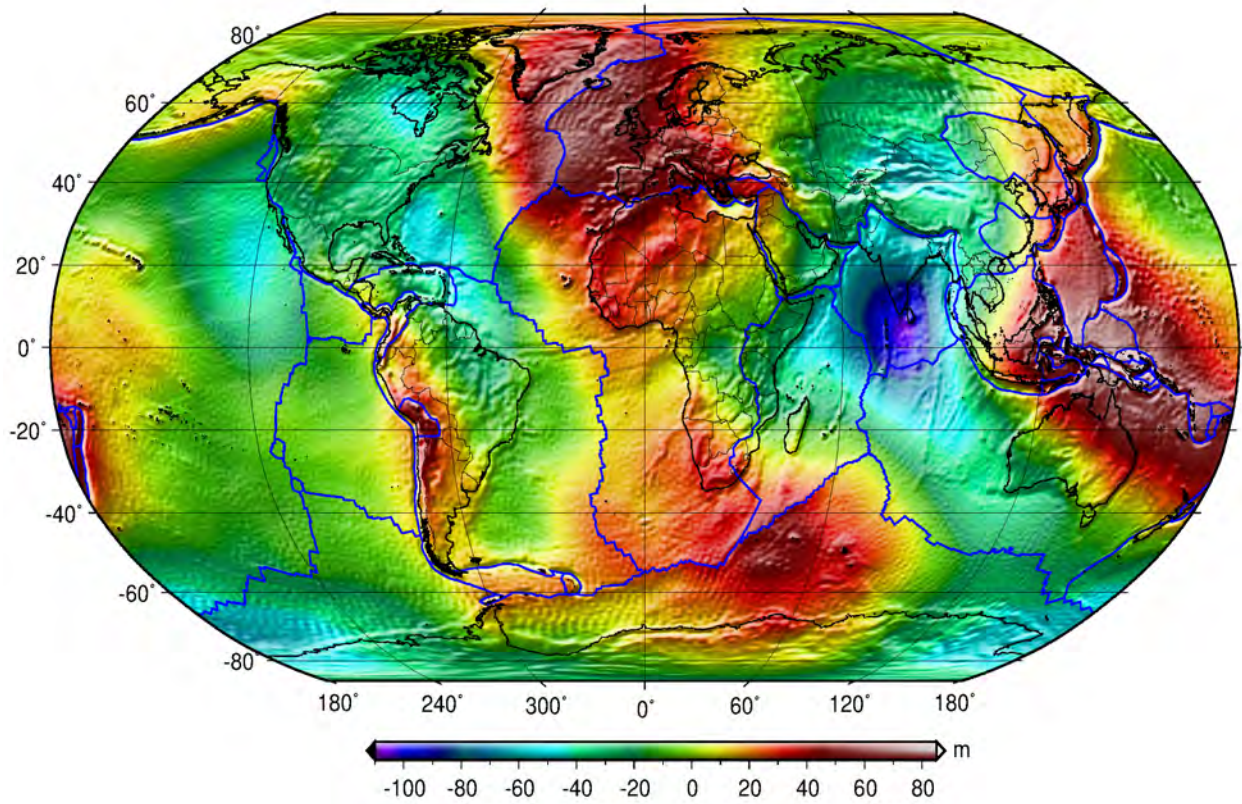


Рис. 1.1. Висоти геоїда за даними моделі *GOCE-LP02s*

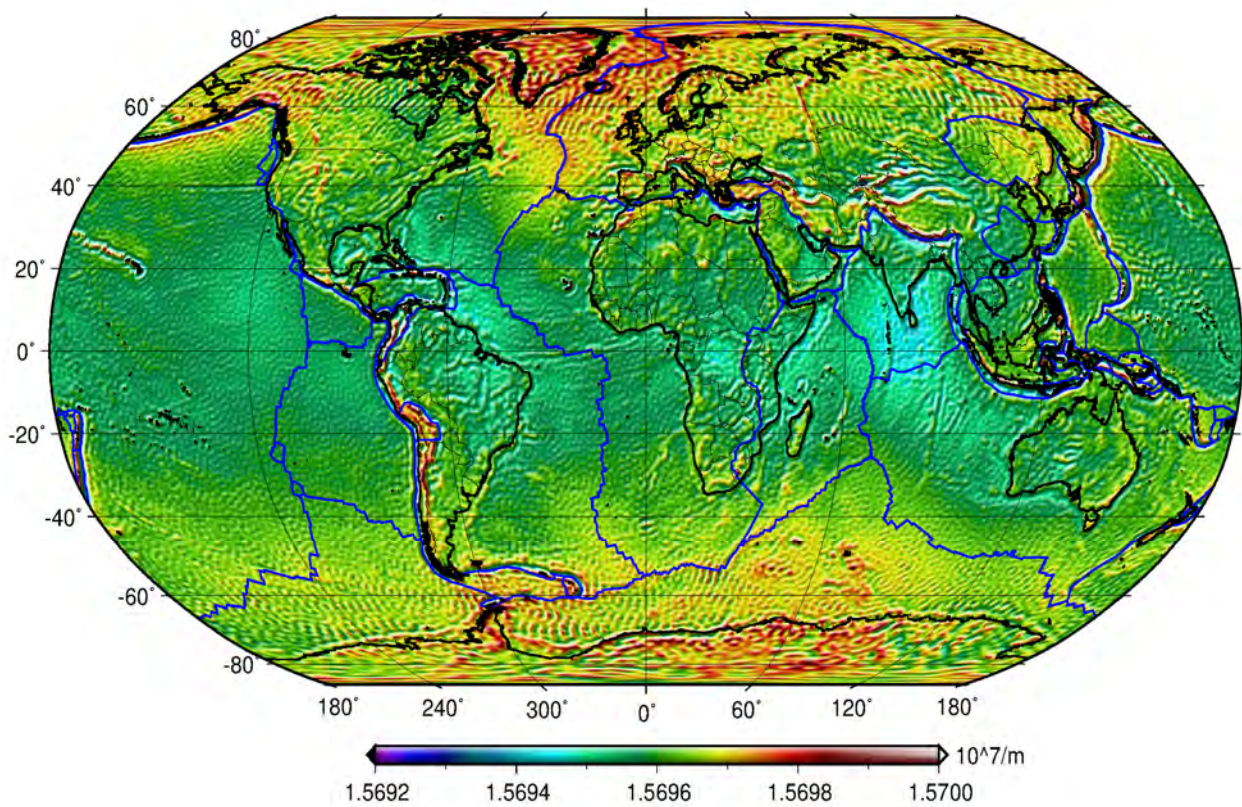


Рис. 1.2. Середня кривизна геоїда за даними моделі *GOCE-LP02s*

Важливими оцінками моделей геопотенціалу є порівняння з відібраним новим комбінованим розв'язком відповідних спектральних характеристик гравітаційного потенціалу Землі [Moritz H., 1989].

Як зазначені спектральні характеристики, названі “степеневими амплітудами сигналу” та “різницями степеневих амплітуд сигналу”, використовуються відомі степеневі дисперсії висот (квазі)геоїда:

$$k_n^\zeta = R^2 \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm}^2 + \bar{S}_{nm}^2), \quad (1.8)$$

та степеневі дисперсії різниць висот (квазі)геоїда двох моделей:

$$\Delta k_n^\zeta = R^2 \sum_{m=0}^n (\Delta \bar{C}_{nm}^2 + \Delta \bar{S}_{nm}^2), \quad (1.9)$$

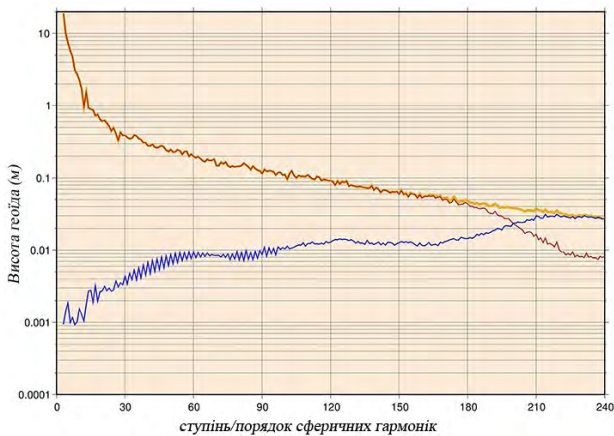


Рис. 1.3. Спектральні характеристики моделей EGM2008 та **SpwR2** (— EGM2008, — **SpwR2** — різниця функцій EGM2008 та **SpwR2**)

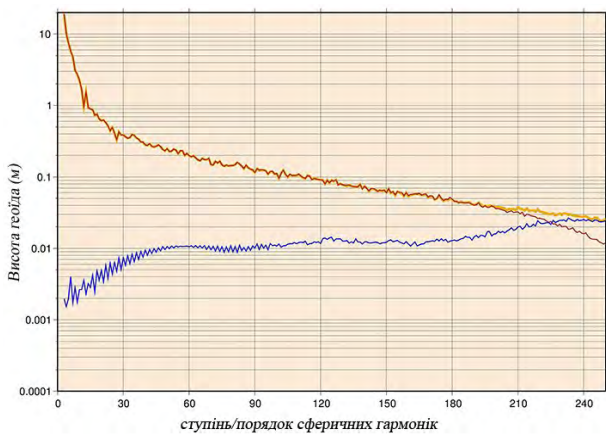


Рис. 1.4. Спектральні характеристики моделей EGM2008 та **TimeR2** (— EGM2008, — **TimeR2**, — різниця функцій EGM2008 та **TimeR2**)

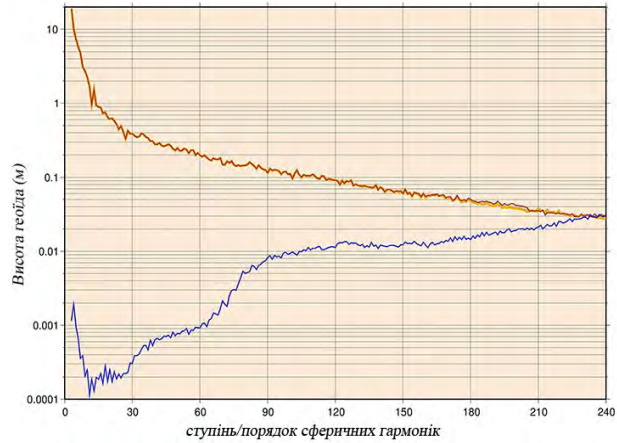


Рис. 1.5. Спектральні характеристики моделей EGM2008 та **DirR2** (— EGM2008, — **DirR2**, — різниця функцій EGM2008 та **DirR2**)

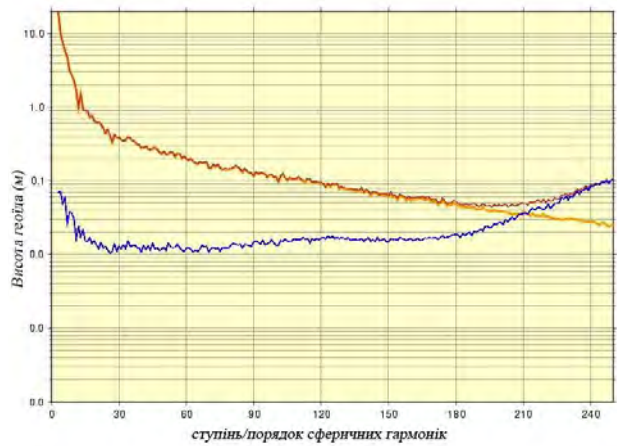


Рис. 1.6. Спектральні характеристики моделей EGM2008 та **GOCE-LP01s** (— EGM2008, — **GOCE-LP01s**, — різниця функцій EGM2008 та **GOCE-LP01s**)



Рис. 1.7. Спектральні характеристики моделей EGM2008 та **GOCE-LP02s** (— EGM2008, — **GOCE-LP02s**, — різниця функцій EGM2008 та **GOCE-LP02s**)

У формулах (1.8), (1.9) \bar{C}_{nm} , \bar{S}_{nm} – повністю нормовані гармонічні коефіцієнти однієї з моделей геопотенціалу, що порівнюються; $\Delta\bar{C}_{nm}$, $\Delta\bar{S}_{nm}$ – різниці гармонічних коефіцієнтів двох моделей геопотенціалу; R – середній радіус Землі ($R = 6371$ км). Крім того, використовується сумарна степенева дисперсія різниць висот (квазі)геоїда двох моделей геопотенціалу для поточного порядку N^* :

$$\sum_{\Delta k_n^\zeta}^{N^*} = \sum_{n=2} \Delta k_n^\zeta. \quad (1.10)$$

У моделях EGM2008 та **GOCE-LP01s**, **GOCE-LP02s** з 200 по 250 порядок є невеликі розбіжності у степеневих дисперсіях, які можуть бути зумовлені тим, що в моделях **GOCE-LP01s** **GOCE-LP02s** застосовувались

лише супутникові дані, а EGM2008 [Pavlis N.K., Holmes S.A., 2008] ґрунтувались лише на наземних даних та даних морської гравіметрії.

Перевірка побудованої моделі за даними GPS-нівелювання

Побудовані моделі апробовано на даних GPS-нівелювання та отриманих стандартних відхиленнях 40 см, що відповідає іншим сучасним розв'язкам (табл. 1.2).

Визначення нормальних висот H^γ за допомогою GPS-спостережень вимагає віднімання висоти квазігеоїда (DFHRS) від геодезичної висоти. Під час розрахунків використовувалась основна формула GPS-нівелювання (1.11):

$$H = H^\gamma + \zeta. \quad (1.11)$$

Таблиця 1.2

Статистики різниць між виміряними висотами GPS-нівелювання та обчисленими за моделями гравітаційного поля

Модель	Мінімальне відхилення, м	Максимальне відхилення, м	Середнє відхилення, м	Стандартне відхилення, м
GO_CONS_GCF_2_DIR_R2(240;240)	-0,417	2,257	0,524	0,317
GOCO03S(240;240)	-0,586	2,058	0,523	0,279
GO_CONS_GCF_2_SPW_R2(240;240)	-0,420	2,525	0,538	0,317
EGM08 (360;360)	-0,038	1,186	0,529	0,144
EGM08 (250;250)	-0,451	1,832	0,526	0,236
GO_CONS_GCF_2_TIM_R3(250;250)	-0,592	2,024	0,530	0,288
GOCE-LP01s(250;250)	-0,422	2,379	0,577	0,339
GOCE-LP02s(250;250)	-0,541	1,943	0,544	0,294

Висновки

Отже, вищезгадані результати можна сформулювати так.

Розроблено методику побудови моделей за даними супутникової градієнтометрії, що ґрунтується на квадратурних формулах Гаусса.

Побудовано модель гравітаційного поля **GOCE-LP01s** за даними супутникової градієнтометрії до 220 степеня/порядку стосовно нормального поля WGS84 (до 10 степеня), а також модель гравітаційного поля **GOCE-LP02s** за даними супутникової градієнтометрії до 250 степеня/порядку стосовно нормального поля GOCO-03s (до 180 степеня)

Побудовану модель перевірено за даними GPS-нівелювання з отриманим стандартним відхиленням ~30 см, що відповідає іншим

сучасним розв'язкам, побудованим за даними GOCE.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- Heiskanen W.A., Moritz H. Physical Geodesy. W.H. Freeman. – San Francisco, 1967. – 364 p.
- Hofmann-Wellenhof B., Moritz H., Physical Geodesy. Springer. – Wien–New York, 2005. – 403 p.
- Kalman R.E. A new approach to linear filtering and prediction problems // Journal of Basic Engineering. – 1960. – Vol. 82 (1): 35–45.
- Marchenko A.N. (1998) Parameterization of the Earth's Gravity Field: Point and Line Singularities. Published by Lviv Astronomical and Geodetic Society. – Lviv, 1998. – 210 p.
- Marchenko A.N. and Schwintzer P. Estimation of the Earth's tensor of inertia from recent global gravity field solutions // Journal of Geodesy. – 2003. – Vol. 76. – P. 495–509.

- Moritz H. Introduction to Interpolation and Approximation // Proceedings of the 2nd International School "Approximation Methods in Geodesy". Ramsau, Austria, August 23 – September 2, 1977. – Wichmann: Karlsruhe, 1978. – P. 1–45.
- Moritz H. Report of Special Study Group 539, Fundamental Geodetic Constants, Paper presented at the XVII General Assembly of the IUGG, Int. Assoc. of Geodesy. – Canberra, 1979.
- Moritz H. Advanced Physical Geodesy. 2nd edition, H. Wichmann. – Karlsruhe, 1989.
- Moritz H. and B. Hofmann-Wellenhof Geometry, Relativity, Geodesy. Wichmann. – Karlsruhe, 1993.
- Moritz H., Muller I.I. Earth's Rotation. Theory and estimations. – New York, 1987.
- Overhauser A.W. Analytic definition of curves and surfaces by parabolic blending // Tech. Report, No. SL68-40, Scientific research staff publication. – Ford Motor Company, Detroit, 1968.
- Pavlis N.K., Holmes S.A., Kenyon S.C., Factor J.K. An Earth Gravitational Model to Degree 2160:EGM2008. Geophysical Research Abstracts, Vol. 10, EGU2008–A–01891, 2008, EGU General Assembly 2008.
- Seeber G. Satellite Geodesy 2nd completely revised and extended edition. Walter de Gruyter, Berlin New York, 2003. – 589 p.
- Sideris M.G. (2005) Geoid determination by FFT techniques // International School for the Determination and Use of the Geoid. – Budapest University of Technology and Economics, 2005. – 64 p.
- Sneeuw N. (1994) Global spherical harmonic analysis by least-squares and numerical quadrature methods in historical perspective // Physical Geodesy. Springer. – Wien–New York, 1994. – 713 p.
- Wessel P., Smith W.H.F. The Generic Mapping Tools (GMT, Version 4). Technical Reference and Cookbook, Honolulu, HI and Silver Spring, MD, January 2004. – 123 p.

А.Н. МАРЧЕНКО¹, Д.А. МАРЧЕНКО² А.Н. ЛОПУШАНСЬКИЙ³

¹Кафедра высшей геодезии и астрономии, Национальный университет "Львовская политехника", ул. С. Бандеры 12, Львов, Украина, 79013.

²Карпатское отделение Института геофизики им. С.И. Субботина НАН Украины, ул. Научная, 3 б, г. Львов, Украина, 79060.

³Кафедра высшей геодезии и астрономии, Национальный университет "Львовская политехника", ул. С. Бандеры 12, Львов, Украина, 79013, тел +380632968800, ел. пошта mister.sa.lo@gmail.com.

О ПОСТРОЕНИИ МОДЕЛЕЙ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ ПО ДАННЫМ GOCE

Стремительное развитие геодезии характеризуется не только расширением типов различных измерений с традиционным повышением их уровня точности, но и развязыванием основной задачи геодезии – определение фигуры и их изменения во времени на более качественном уровне. Начиная с фундаментальных исследований Лапласа, Лежандра и Гаусса в области теории ньютонова потенциала, классическим представлением гравитационного потенциала небесных тел стала его запись в виде бесконечных рядов шаровых функций Лежандра-Лапласа-Гаусса-Максвелла, принявшая междисциплинарное значение при изучении статических и зависящих от времени полей Земли и планет. Следует заметить, что такая параметризация гравитационного потенциала не только считается стандартной, но и одной из лучших для решения современных научных и прикладных задач небесной механики, спутниковой геодезии, глобальной геодинамики. С 2000 по 2009 годы были запущены спутники CHAMP, GRACE и GOCE, которые относятся к категории спутников LEO (Low Earth Orbit), высота их орбиты не превышает 500 км. Спутниковые данные LEO значительно уточнили и расширили наши сведения о гравитационном поле Земли. Последними достижениями науки в области спутниковой геодезии является проект Европейского космического агентства (ESA) – спутник GOCE, который использует метод спутниковой градиентометрии. По спутниковым наблюдениям можно уверенно определять только низкочастотную составляющую геопотенциальных коэффициентов. Выбор алгоритма, который позволяет определение гармонических коэффициентов геопотенциала по компонентам тензора гравитационного градиента, которые меряются в рамках миссии GOCE на основе современного подхода спутниковой градиентометрии, стал актуальной задачей существенного улучшения низкочастотной и среднечастотной составляющих гравитационного поля обработкой данных. Работа посвящается, в отличие от других подходов, реализации второго метода Неймана, который основан

на квадратурных формулах Гаусса для построения модели гравитационного поля Земли по данным спутниковой градиентометрии.

Ключевые слова: спутниковая градиентометрия, квадратурные формулы, GOCE, гармонические коэффициенты.

A.N. MARCHENKO¹, D.A. MARCHENKO² A.N. LOPUSHANSKY³

¹Department "Higher geodesy and astronomy" of National university Lviv polytechnic, 12 Bandera street, Lviv, Ukraine, 79013

²Carpathian Branch of S. I. Subbotin Institute of Geophysics, 3-b Naukova St., Ukraine, Lviv, 79060

³Department "Higher geodesy and astronomy" of National university Lviv polytechnic, 12 Bandera street, Lviv, Ukraine, 79013, tel. +380632968800, e-mail mister.sa.lo@gmail.com

ON THE CONSTRUCTION OF THE MODELS OF EARTH'S GRAVITY FIELD FROM GOCE DATA

As well-known, one of the oldest geodetic problems has today a new development. There is the method of satellite gradientometry allowing essentially improvement of the Earth's gravity field. So, the development of geodesy together with the expansion of various types of measurements is characterized by traditional increase of their level of accuracy and solving the basic problems of geodesy – definition of shape and gravity field of the Earth on the new level. Since basic researches of Laplace, Legendre and Gauss in the theory of Newtonian potential, the classical Legendre-Laplace-Gauss-Maxwell representation of the Earth gravitational potential as a series of solid spherical functions has taken an interdisciplinary significance for the static and time-dependent fields of the Earth and planets. Note that this parameterization of the gravitational potential is not considered to be a standard only, but also as one of the best for modern scientific and applied problems of celestial mechanics, satellite geodesy, and global geodynamics. From 2000 to 2009 years were launched satellites CHAMP, GRACE and GOCE, which are classified as satellites LEO (Low Earth Orbit), the height of the orbit is lower than 500 km. The data from these satellites are LEO significantly clarified and expanded our knowledge of the Earth gravity field. The last achievements of the satellite geodesy is the project of European Space Agency – the GOCE satellite mission (Gravity of field and steady – state of Ocean Circulation Explorer) which is using the satellite gradientometry method. The choice of algorithm, which allows the determination of harmonic coefficients geopotential from gravity gradient tensor components, which is measured as part of the modern approach satellite mission GOCE gradientometry, became significant task for improving long and mean components of the gravitational field via data processing. As a result, in this paper two version of the corresponding harmonic coefficients C_{nm} , S_{nm} (gravity field models **GOCE-LP01s** and **GOCE-LP02s** up to degree/order 250) were derived based on the second Neumann method including the construction of the corresponding Gauss grid.

Key words: satellite gradientometry, quadrature formulas, GOCE, harmonic coefficients.

REFERENCES

- Heiskanen W.A., Moritz H. (1967) *Physical Geodesy*. W.H. Freeman, San Francisco, 364 p.
- Hofmann-Wellenhof B., H. Moritz, *Physical Geodesy*. Springer, Wien New York, 2005, 403 p.
- Kalman R.E. A new approach to linear filtering and prediction problems. *Journal of Basic Engineering*, 1960, Vol. 82 (1): 35–45.
- Marchenko A.N. (1998) *Parameterization of the Earth's Gravity Field: Point and Line Singularities*. Published by Lviv Astronomical and Geodetic Society. Lviv, Ukraine, 1998, 210 p.
- Marchenko A.N. and Schwintzer P. (2003) Estimation of the Earth's tensor of inertia from recent global gravity field solutions. *Journal of Geodesy*, Vol. 76. – P. 495–509.
- Moritz H. (1977) Introduction to Interpolation and Approximation. Proceedings of the 2nd International School "Approximation Methods in Geodesy". Ramsau, Austria, August 23 – September 2, 1977. – Wichmann: Karlsruhe, 1978. – P. 1–45.
- Moritz H. (1979) Report of Special Study Group 539, Fundamental Geodetic Constants, Paper presented at the XVII General Assembly of the IUGG, Int. Assoc. of Geodesy, Canberra, 1979.
- Moritz H. (1989) *Advanced Physical Geodesy*. 2nd edition, H. Wichmann, Karlsruhe.

- Moritz H. and B. Hofmann-Wellenhof (1993) *Geometry, Relativity, Geodesy*. Wichmann, Karlsruhe.
- Moritz H., Muller I.I. (1987) *Earth's Rotation. Theory and estimations*, New York, Ungar.
- Overhauser A.W. (1968) Analytic definition of curves and surfaces by parabolic blending. Tech. Report, No. SL68-40, Scientific research staff publication. Ford Motor Company, Detroit, 1968.
- Pavlis N.K., Holmes S.A., Kenyon S.C., Factor J.K. (2008) An Earth Gravitational Model to Degree 2160:EGM2008. Geophysical Research Abstracts, Vol. 10, EGU2008–A–01891, 2008, EGU General Assembly 2008.
- Seeber G. (2003) *Satellite Geodesy 2nd completely revised and extended edition*. Walter de Gruyter, Berlin New York, 2003. – 589 p.
- Sideris M. G. (2005) Geoid determination by FFT techniques // International School for the Determination and Use of the Geoid. – Budapest University of Technology and Economics, 2005. – 64 p.
- Sneeuw N. (1994) Global spherical harmonic analysis by least-squares and numerical quadrature methods in historical perspective. *Physical Geodesy*. Springer, Wien New York, 1994. – 713 p.
- Wessel P., Smith W.H.F. (2004) *The Generic Mapping Tools (GMT, Version 4). Technical Reference and Cookbook*, Honolulu, HI and Silver Spring, MD, January 2004. – 123 p.

Надійшла 28.01.2014 р.