

УДК 631.524:51

**П.Е. БУЛАХ**

Национальный ботанический сад им. Н.Н. Гришко НАН Украины  
Украина, 01014 г. Киев, ул. Тимирязевская, 1

---

---

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КАК МЕТОД ИНТРОДУКЦИОННОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

---

---

*Обсуждаются принципы и методы математического моделирования в интродукции растений. Моделирование рассматривается с позиций системного анализа. Предлагается модель зависимости устойчивости растений от действия не менее двух факторов среды. Она основана на теории оптимизации исследований, представляет собой систему уравнений регрессии и позволяет не только характеризовать устойчивость растений в новых условиях, но и осуществлять подбор такого сочетания факторов среды, при котором устойчивость растений будет максимальной.*

Выделяя основные этапы развития теории интродукции растений, Н.А. Базилевская и А.М. Мауринь [2] именуют последний шестой этап, начавшийся в 60-х годах XX ст., этапом моделирования и автоматизации исследований. В силу общей закономерности развития наук происходит неизбежная смена описательного (идиографического) периода их становления номографическим, когда обобщаются факты и формируются теоретические положения. В этом периоде наибольшее значение приобретает логика и затем, как ее следствие, — математика, которая рассматривается как формализованное выражение логики [16]. Мнение о том, что наука только тогда достигает своего совершенства, когда она использует математический аппарат, является бесспорным. В любой науке применение математических методов приводит к повышению общего методического уровня исследований при условии наличия полноценных исходных данных.

Одним из важнейших этапов интродукционного процесса является прогнозирование интродукционной способности

растений. Интродукционный прогноз — это первый этап интродукции, на котором выявляют требования растений к эколого-ценотическим условиям, и как следствие — определяют пути и методы переселения растений. В предлагаемой нами системе классификации методов прогнозирования адаптационной способности кандидатов в интродуценты одно из мест отводится моделированию их будущего поведения в условиях культуры [3]. Моделирование в широком понимании — это процесс искусственной имитации определенного природного явления или процесса. При этом имитация должна адекватно отражать характерные особенности исследуемого явления или объекта.

Общепризнанным является классификация моделей на реальные и идеальные. Реальные модели, тесно связанные с экспериментальными методами исследования, получили название "модельные эксперименты". Идеальные модели, в отличие от реальных, подразделяют на вербальные (словесные), графические и математические. Обычно моделирование начинается с создания вербальной модели, потом графической и заканчивается построением

математической модели. В настоящее время большинство математических моделей делят на два больших класса: математические (аналитические) модели и имитационные (системные) модели. В математических моделях используют аналитические методы, в частности аппарат математического анализа и других разделов математики. К сожалению, не всегда возможно построить математическую модель реального процесса или явления. Далекое не все сложные модели поддаются строгому математическому описанию. В этом случае используют имитационное моделирование, суть которого состоит в последовательном использовании вербальных, графических и остальных методов формализации и математического описания модели, включая методы системного анализа, информатики и математического моделирования. При этом требование полного математического описания реальной системы не является обязательным. Необходимое условие построения имитационной модели — использование компьютера.

Ценность любой модели обусловлена не ее типом, а прогностической способностью, т.е. тем, насколько точно с ее помощью можно спрогнозировать развитие какого-либо события и сбылся ли прогноз при использовании той или иной модели [14, 17]. Кроме прогнозирования последствий влияния человека на среду его обитания, использование методов моделирования позволяет глубже познать механизмы функционирования природных экосистем и значительно уменьшить количество экспериментов по изучению природных процессов.

Математическое моделирование в биологии значительно отличается от моделирования в "точных" науках. Многие биологические явления "не удобны" для моделирования, тем не менее, они могут быть формализованы созданием частных теорий или построением описывающих их моделей. В ряде случаев математическое

моделирование является единственным методом исследования природных систем. Особенности математического моделирования биологических и экологических систем обусловлены тем, что все основные принципы и законы, в соответствии с которыми происходят различные процессы в неживой природе, верны и для живой материи. Таким образом, любая математическая (имитационная) модель должна основываться на законах сохранения и превращения веществ и энергии, а ведущую роль в ее построении играет изучение вещественно-энергетически-информационных потоков как в систему, так и из системы в зависимости от состояния ее компонентов [19].

Методы математического моделирования обычно используют для определения возможности реализации каких-либо условий [21, 25, 35]. В интродукции растений моделирование помогает предсказать, возможно ли существование организмов в новых для них местообитаниях при наличии исходных данных (эколого-фитоценотическая характеристика регионов: источника интродукционного материала и центра его экспериментального испытания в условиях первичной культуры, а также основные биологические особенности кандидатов в интродуценты).

В настоящее время накоплен большой опыт по использованию методов математического моделирования в биологии, разработаны общие положения и условия реализации моделей [11, 13, 34]. Методы моделирования нашли применение при исследовании природных и искусственных биогеоценозов [1, 9, 15, 27, 34, 36] и в области интродукционного прогнозирования [6, 23, 29, 30]. Сложность использования методов математического моделирования в интродукционном прогнозировании заключается в необходимости знания специфического языка математики и выборе той или иной схемы моделирования. Перспективным для моделирования интродукционного

процесса является использование принципов оптимальности [16, 26] и надежности функционирования биологических систем [12].

Общей теоретической основой для большинства моделей является теория оптимума. Идея оптимизации в настоящее время широко эксплуатируется в эколого-биологических дисциплинах, а в понятие "оптимизация" вкладывается разное содержание [10]. Исключения составляют математика и кибернетика, где это понятие толкуют однозначно и объединяют его с вопросами моделирования и управления.

Принцип оптимальности состоит в поиске экстремальных (минимальных или максимальных) значений некоторой величины (функционала, целевой функции). Из математической теории оптимума следует, что процесс оптимизации заканчивается в момент достижения экстремума соответствующего критерия (цели). По существу, весь процесс развития мира представляет собой процесс оптимизации [20]. Одним из достоинств экстремальных принципов является то, что они остаются неизменными в любой системе отсчета [28], а алгоритмы оптимизации легко рассчитать с помощью компьютера. Принцип минимизации часто используют в биологии для познания тех или иных явлений. С позиций оптимального функционирования живых организмов открывается перспектива разработки общей теории интродукции растений, способной объяснить множество фактов и явлений, на основе которой можно строить частные теории [4].

Понятие "оптимизация" применимо только к тем явлениям или процессам, которые имеют отношение к сфере управления. Оно трактуется как четкий адресный (по отношению к предмету или объекту исследования) конкретный процесс, характеризующийся определенной технологией, постоянным сбором информации о поведении управляемой системы под влиянием оптимизационных факторов и постоянным

контролем за эффективностью оптимизационного процесса [10]. К управляемым процессам, которые можно оптимизировать в кибернетическом понимании этого термина, относится интродукция растений. Оптимизация интродукционного процесса связана с повышением эффективности ряда характеризующих его показателей. К наиболее важным из них мы относим те, которые характеризуют устойчивость растений в новых условиях и их полезные качества (декоративность, продуктивность, выход биологически активных веществ (БАВ) и т.д.). Результатом оптимизации будет приближение этих показателей к максимально высоким значениям путем управления интродукционным процессом (подбора сочетания факторов среды). Теория оптимальности, в строгом понимании, рассматривается нами как новая научная концепция в интродукции растений, способствующая интенсификации интродукционного процесса [4, 5].

Важнейшим методическим принципом прогнозирования в любой из сфер человеческой деятельности является системный анализ. В биологических дисциплинах его обычно применяют для исследования механизмов функционирования таких сложных систем, как экосистемы или биогеоценозы. Понятие "система" используют в двух значениях. С одной стороны, система рассматривается как совокупность (множество) элементов, которые реально взаимодействуют между собой и с окружающей средой. Среда в этом определении является необходимым элементом организации системы. Такая трактовка понятия "система" наилучшим образом отвечает эколого-ценотической сущности растительных сообществ. С другой стороны, система рассматривается как выделенное (изолированное) из окружающей среды целостное сообщество элементов, объединенных между собой комплексом внутренних связей и отношений. При этом сила и характер связи элементов внутри системы

должны быть сильнее (или качественно другими), чем связи между элементами разных систем. Такая формулировка понятия "система" не учитывает внешние связи, т.е. среда не рассматривается как элемент системы. Подобное определение системы не является корректным, так как оно не учитывает всего многообразия связей элементов в системе "организм—среда".

Интродукция растений предполагает изучение связей в системе "организм—среда", поэтому основным методом исследований в этой науке является системный анализ. В этом отношении для интродукторов растений примером являются исследования А.А. Уранова [31], заложившего основы системного анализа в фитоценологии. Во многом благодаря его заслугам фитоценология от аналитического этапа своего развития перешла к более высокому — синтетическому [18].

Методы системного анализа в интродукции растений используют для изучения функционирования природных и искусственных экосистем. Понятие "экосистема" включает в себя растительное сообщество разного уровня организации (популяция или фитоценоз) и его физико-химическое окружение (биотоп). Последний компонент представляет собой определенный комплекс абиотических факторов среды и физическую основу растительного сообщества. Взаимовлияние биотопа и растительного сообщества проявляется в непрерывном обмене веществом, энергией и информацией как между ними, так и внутри каждого из них. Каждая экосистема характеризуется наличием определенных взаимоотношений и причинных связей между ее элементами, благодаря чему она представляет собой единый функционально целостный компонент биосферы. Сложность функционирования экосистем обусловлена также существованием определенного типа взаимодействий между их элементами, которые в технике называ-

ются "обратными связями". Этот кибернетический термин нельзя механически переносить из теории информации в биологию. В противном случае это приведет к дискредитации понятия и сомнению в правомерности его использования. Резюмируя разнообразие взглядов на это понятие можно сделать вывод о том, что изменения организма (особи или сообщества) под влиянием внешних условий оказывают влияние на эти условия, в свою очередь изменяя их. Обратные связи бывают отрицательными и положительными. Под первыми понимают такие связи, в результате которых происходит снижение эффекта от поступающих в организм сигналов (экологических факторов). Вторые вызывают противоположный эффект (усиление информационных сигналов). В биологии, в частности, в интродукции растений, особую роль играют отрицательные обратные связи, выполняющие регуляторную функцию. Например, снижение температуры окружающей среды обуславливает такую адаптивную перестройку организма, которая на разных иерархических уровнях противодействует этому явлению. Учитывая сложность организации экосистем и их функциональную целостность можно предположить, что для изучения этих компонентов биосферы наиболее подходящими являются методы системного анализа и математического моделирования.

Для использования системного подхода при построении математических моделей как на концептуальном, так и на формализованном уровне целесообразно рассмотреть понятие "система" с позиций математики и знаковой символики. Это позволяет формализовать понятие "система" и составные элементы системы. Рассматриваемые аспекты математического моделирования нашли достаточное отражение в специальной литературе [19, 33], а ее анализ позволяет дать следующее формализованное определение понятия "система".

Системой  $S(t)$ , функционирующей в окружающей среде  $V(t)$ , называется множество объектов  $S(t) = S(X, V, \Sigma, F)$ , образованное из внутренних элементов  $X(t)$ , которые связаны между собой и с  $V(t)$  совокупностью связей  $\Sigma(t)$ , изменяющихся во времени в соответствии с множеством функций  $F(t)$ .

Таким образом, системный подход к изучению реальных систем состоит: 1) в определении составных частей  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  и взаимосвязанных с ними элементов (факторов) окружающей среды  $V_1, V_2, V_3, \dots, V_m$ ; 2) в изучении структуры внешних связей, а также связей между элементами экосистемы и внешними факторами; 3) в определении законов функционирования экосистемы  $F = (F_1, F_2, F_3, \dots, F_n)$ , объясняющих характер изменения (динамику) основных компонентов экосистемы под действием факторов окружающей среды.

Решение этих задач связано с использованием методов исследования, принятых в современной экологии: полевые исследования; проведение экспериментов в природных условиях; лабораторные исследования; использование математического моделирования и проведение имитационного эксперимента.

Математическое моделирование предполагает определенную последовательность построения моделей. На первом этапе детально изучают реальные явления, которые планируется моделировать, т.е. выясняют характер взаимодействия между компонентами природной экосистемы; на втором — разрабатывают математическую теорию, описывающую изучаемые природные процессы. На ее основе строят математическую модель, которая может быть представлена в аналитической форме (система уравнений) или в виде логической схемы (компьютерная программа). Последний этап состоит в сравнении расчетных данных, полученных с помощью модели, и природных явлений или процессов, которые моделируют.

Использование методов математического моделирования в прогнозировании интродукционной способности растений заключается в противопоставлении модели функционирования объекта интродукции в новых экологических условиях интродукционному эксперименту. Она считается удовлетворительной, если основные функции объекта являются оптимальными в заданных условиях. Например, перспектива выращивания в новых условиях лекарственных растений определяется синтезируемым количеством БАВ, зависящим от экологических факторов. Необходимо подобрать таких их параметров, при которых количественный состав определенного БАВ, при сохранении его качества, являлся бы максимальным. Модель представляет собой упрощенную имитацию взаимодействия объекта интродукции и ряда экологических факторов. В пределах этой системы выделяют несколько подсистем (функциональных связей объекта с конкретным фактором) и определяют наиболее существенную из них, т.е. осуществляют процедуру выделения активно действующих на интродуцент факторов среды [24]. Если в результате использования этой последовательности действий модель упростилась до взаимодействия объекта интродукции с двумя важнейшими факторами среды, то ее исследование состоит в проведении двухфакторного эксперимента, математический аппарат которого представляет собой алгоритм решения системы уравнений регрессии [22]. Эту модель можно приблизить к реальности (и тем самым усложнить), если рассматривать взаимодействие объекта интродукции с большим комплексом экологических факторов на разных этапах его онтогенеза. Имитационную модель доводят до уровня конкретных алгоритмов и программ их реализации на компьютерах, а в последующем — до ее практического использования.

Общей теоретической основой, предлагаемой нами модели прогнозирования



интродукционной способности растений, является теория оптимума, рассмотренная с позиций общей теории систем [32]. Под понятием "оптимум" мы понимаем значения и соотношение двух или более факторов внешней среды или признаков организма, наиболее благоприятных для физиологических процессов, жизнедеятельности организма, видовых популяций, типов жизненных форм или для продуцирования максимального количества полезных для человека БАВ. Принцип системности позволяет рассматривать организм как сложную систему связей между его частями и между ним и средой обитания и используется для построения моделей, отражающих зависимость состояния растений в новых условиях от действия двух и более факторов среды.

Моделирование этой зависимости представляет собой: 1) выбор такого показателя для кандидата в интродуценты (показатели устойчивости, жизненного состояния, декоративности, продуктивности, содержания необходимых БАВ и др.), который бы наилучшим образом соответствовал предъявляемым к нему в новых условиях требованиям; 2) определение как минимум двух важнейших в новых условиях и для данного организма лимитирующих экологических факторов; 3) построение функциональной зависимости показателя (Y) от выбранных экологических факторов ( $X_1, X_2, \dots, X_n$ ):  $Y = F(X_1, X_2, \dots, X_n)$ . Для двухфакторного эксперимента эта зависимость имеет вид уравнения регрессии:

$$Y = B_0 + B_1X_1 + B_2X_2 + B_{1,2}X_1X_2,$$

где  $B_0, B_1, B_2, B_{1,2}$  — коэффициенты регрессии при переменных, количественно оценивающие действие факторов как порознь, так и при совместном их действии.

Реализация данного алгоритма осуществлена нами для модели, в которой в качестве показателя устойчивости (Y) использован показатель жизненности растений

(Ж) или его энергетический эквивалент (E), а лимитирующими экологическими факторами ( $X_1, X_2, \dots, X_n$ ) являются среднемесячная температура воздуха (Т) и долгота дня (Д) [6].

Жизненность (Ж) — это одно из важных свойств растений, характеризующее интенсивность проявления жизненных процессов: роста, развития, размножения, устойчивости к неблагоприятным условиям и болезням. В практике интродукционных исследований для характеристики устойчивости растений используют различные показатели их жизненности. Одним из них является показатель энергетического баланса организмов, адекватно оценивающий их состояние. Согласно нашим представлениям, максимальным проявлением жизненности растений соответствует минимум этого показателя [7, 8].

Выбранные экологические факторы определяют основные параметры вегетационного периода (начало, конец и общая продолжительность) в районе-источнике интродукционного материала и интродукционном центре и находятся в тесной коррелятивной связи с другими метеофакторами и экологическими условиями в целом. Изменения среднемесячной температуры воздуха и долготы дня в значительной степени (более, чем любые другие факторы) зависят от географической широты местности [16].

Таким образом, модель двухфакторной зависимости устойчивости растений от действия лимитирующих факторов приобретает вид:  $Ж(E) = B_0 + B_1T + B_2Д + B_{1,2}ТД$  и позволяет не только описывать реальные явления, но и предсказывать развитие событий (подбор такого сочетания экологических факторов, при котором устойчивость растений будет максимальной).

1. Александрова В.Д. О методе моделирования в фитоценологии // Ботан. журн. — 1970. — 55, № 3. — С. 369—375.

2. *Базилевская Н.А., Мауринь А.М.* Интродукция растений. Теория и практические приемы. — Рига: Изд-во Латв. гос. ун-та, 1984. — 91 с.
3. *Булах П.Е.* Методологические аспекты интродукционного прогноза // Интродукция растений. — 1999. — № 1. — С. 30—35.
4. *Булах П.Е.* Методические аспекты оптимизации интродукционных исследований // Там само. — 1999. — № 2. — С. 15—21.
5. *Булах П.Е.* Принцип оптимальности как важнейшая парадигма интродукции растений // Бюл. Никит. ботан. сада. — 1999. — Вып. 79. — С. 19—23.
6. *Булах П.Е.* Устойчивость биологических систем и ее моделирование // Геоэкологические и биоэкологические проблемы Северного Причерноморья: Материалы междунар. науч.-практ. конф. (Тирасполь, 28—30 марта 2001 г.). — Тирасполь, 2001. — С. 46—47.
7. *Булах П.Е.* Понятие "жизненность" в интродукции растений как отражение устойчивости и энергетического состояния организмов // Интродукция растений. — 2001. — № 3-4. — С. 13—23.
8. *Булах П.Е.* Критерии устойчивости в интродукции растений // Там само. — 2002. — № 2. — С. 43—53.
9. *Галицкий В.В., Тюрюканов А.И.* О методологических предпосылках моделирования в биогеоценологии // Моделирование биогеоценологических процессов. — М., 1981. — С. 29—47.
10. *Голубець М.А.* Від біосфери до соціосфери. — Львів: Поллі, 1997. — 256 с.
11. *Гродзинский Д.М.* Биофизика растения. — К.: Наук. думка, 1972. — 256 с.
12. *Гродзинский Д.М.* Надежность растительных систем. — К.: Наук. думка, 1983. — 368 с.
13. *Гродзинский Д.М.* О возможных подходах в математическом моделировании физиологических и биохимических процессов // Математические методы в биологии. — К.: Наук. думка, 1983. — С. 36—46.
14. *Джеффферс Дж.* Введение в системный анализ: применение в экологии. — М.: Мир, 1981. — 256 с.
15. *Зайченко Н.В.* Наукові принципи структурно-функціонального конструювання штучних біогеоценозів у системі "грунт-рослина-грунт". — К.: Наук. думка, 2008. — 303 с.
16. *Зайцев Г.Н.* Оптимум и норма в интродукции растений. — М.: Наука, 1983. — 269 с.
17. *Игнатюк О.А.* Основні екологічні принципи та концепції. — К.: НТУУ КПІ, 2006. — 268 с.
18. *Куркин К.А.* Вклад А.А. Уранова в учение о жизненном состоянии видов в фитоценозах и системный подход в фитоценологии // Бюл. МОИП. Отд. биол. — 1977. — 82 (3). — С. 66—73.
19. *Лаврик В.И.* Методы математического моделирования в экологии. — К.: Фітосоціоцентр, 1998. — 132 с.
20. *Лукаш А.Г., Довженко В.Н.* Гармония мира и цели жизни. — К.: Корд, 1992. — 115 с.
21. *Ляшенко І.М., Мукоєд А.П.* Моделювання біологічних та екологічних процесів. — К.: Київ. ун-т, 2002. — 340 с.
22. *Максимов В.Н.* Многофакторный эксперимент в биологии. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1980. — 280 с.
23. *Мауринь А.М.* Прогнозирование в ботанике // Моделирование и прогнозирование в ботанике. Учен. зап. Латв. гос. ун-та. — 1971. — № 153. — С. 8—9.
24. *Поспелова Г.Е.* Методика определения критических порогов экологических факторов // Оптимизация, использование и воспроизводство лесов СССР. — М.: Би., 1977. — С. 37—42.
25. *Ризниченко Г.Ю.* Лекции по математическим методам в биологии. — М.: РХД, 2002. — Т. 1. — 208 с.
26. *Розен Р.* Принцип оптимальности в биологии. — М.: Мир, 1969. — 216 с.
27. *Розенберг Г.С.* Модели в фитоценологии. — М.: Наука, 1984. — 266 с.
28. *Сей Ж.* Оптимизация. Теория и алгоритмы. — М.: Мир, 1973. — 244 с.
29. *Термена Б.К., Буджак В.В.* Біоекологічні аспекти прогнозування інтродукції деревних рослин. — Чернівці: Рута, 1998. — 170 с.
30. *Термена Б.К., Даскалюк І.І.* Математична модель адаптаційних здатностей *Syringa persica* L. // Интродукция растений. — 2005. — № 1. — С. 29—32.
31. *Уранов А.А.* Возрастной спектр фитопопуляций как функция времени и энергетических волновых процессов // Науч. докл. высш. шк. Биол. науки. — 1975. — № 2 (134). — С. 7—34.
32. *Урманцев Ю.А.* Системный подход к проблеме устойчивости растений (на примере исследования зависимости содержания пигментов в листьях фасоли от одновременного действия на нее засухи и засоления) // Физиология растений. — 1979. — 26, вып. 4. — С. 762—777.
33. *Федоров В.Д., Гильманов Т.Г.* Экология. — М.: Изд-во МГУ, 1980. — 464 с.
34. *Чернышенко С.В.* Нелинейные методы анализа динамики лесных биогеоценозов. — Днепрпетровск: Изд-во ДНУ, 2005. — 512 с.
35. *Brown D., Rothery P.* Models in biology: Mathematics, statistics and computing. — Chichester: Wiley, 1993. — 688 p.
36. *Jeffries C.* Mathematical modeling in ecology. — Boston: Birkhauser, 1990. — 194 p.

Рекомендовала к печати Н.В. Зайченко

*П.С. Булах*

Національний ботанічний сад  
ім. М.М. Гришка НАН України,  
Україна, м. Київ

#### МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЯК МЕТОД ІНТРОДУКЦІЙНОГО ПРОГНОЗУВАННЯ

Обговорюються принципи та методи математичного моделювання в інтродукції рослин. Моделювання розглядається з позицій системного аналізу. Пропонується модель залежності стійкості рослин від дії не менш ніж двох факторів середовища. Вона ґрунтується на теорії оптимізації досліджень, являє собою систему регресійних рівнянь і дозволяє не тільки характеризувати стійкість рослин у нових умовах, а й здійснювати підбір такого поєднання факторів середовища, за якого стійкість рослин буде максимальною.

*P.E. Bulakh*

M.M. Gryshko National Botanical Gardens,  
National Academy of Sciences of Ukraine,  
Ukraine, Kyiv

#### MATHEMATICAL MODELLING AS A METHOD OF INTRODUCTION FORECASTING

Principles and methods of mathematical model of plant introduction are discussed. Modelling is considered from positions of system analysis. The model of dependence of plant resistance on the effects of no less than two factors of environment is offered. It is based on the theory of optimization of researches and is the system of equations of regression. This model allows not only plant resistance characterization in new conditions, but also carry out the selection of environment factors combination, at which plants resistance will be maximal.