

**K. R. Tretyak,
K. B. Smoliy,
O.V. Serant**

RESEARCH EFFICIENCY ADJUSTMENT FOR GNSS-NETWORKS

Today GNSS measurements are widely used for deformation's monitoring of engineering buildings. Namely, the method of GNSS-measurements. Basically, modern methods of GNSS-observations' results' processing allow us to resolve only random errors. Differential method's adjustment for GNSS networks is proposed to maximal reduces the influence of systematic errors on the results of observations, which are based on several observations sessions. In differential method instead of the correction equations for vectors partly making the correction equations for differences simultaneously measured vectors is proposed. Comparison the results of adjustment one network with ideal condition (but vectors obtained from two different program products) and three networks with complex conditions of access to satellite signals. The results of the adjustment by differential and classic parametric methods were compared with reference values of the coordinates of the points defined by the center SOPAC. The effectiveness of differential method adjustment of GNSS-observations compared to the classical parametric method is 10-50%.

Keywords: *GNSS-measurements errors, differential method adjustment, classical parametric method adjustment.*

Надійшла до редакції

25.10.2015

УДК 528.48

В.М. Гладілін, канд. техн. наук, професор
кафедри аерокосмічної геодезії,
Національний авіаційний університет

П.О. Чуланов, ст. викл. кафедри інженерної геодезії,

Н.С. Шудра, ст. викл. кафедри інженерної геодезії,
Київський національний університет будівництва і архітектури

ВИЗНАЧЕННЯ МОДЕЛІ ЗМІЩЕННЯ ТОЧОК ТЕХНОЛОГІЧНОГО ОБЛАДНАННЯ ПРИ ДЕФОРМАЦІЙНИХ ПРОЦЕСАХ

У статті запропоновано розглянути визначення моделі горизонтальних та вертикальних векторів зміщення точок (деформацій) промислового обладнання як динамічної системи в тривимірному просторі.

Моделювання виконано на основі складання векторів за правилом паралелограма та множення векторів.

Сучасне визначення і правильне використання даних про деформації дасть можливість збільшити строк планової та безпечної експлуатації промислового обладнання.

Ключові слова: *деформації, часткові (кутові, горизонтальні, вертикальні) деформації, відносні деформації.*

Вступ. Промислові споруди та обладнання є динамічною системою, що зазнає деформацій не тільки в процесі монтажу, а й у період експлуатації. Під впливом змінного навантаження та зміщення центру ваги основи виникають нерівномірні горизонтальні і вертикальні зміщення, отже, споруди й обладнання нерівномірно деформуються, що становить для них небезпеку. Дуже часто окремо визначають горизонтальні і вертикальні зміщення точок обладнання, хоча зміщення відбуваються одночасно у тривимірному просторі.

Найбільш критичними деформаціями для прецизійного технологічного обладнання є часткові деформації.

Аналіз досліджень і публікацій. Своєчасне одержання відомостей про деформації прецизійного обладнання та промислових споруд за допомогою геодезичних, геологічних та інших методів та правильне їх використання сприяє підвищенню експлуатаційних властивостей і збільшенню терміну експлуатації обладнання, наприклад, ротаційних цементних печей, машин неперервного лиття заготовок, прокатних станів, конвеєрів шліфування та полірування скла, прецизійних конвеєрних ліній тощо [1; 2; 5; 6; 7; 8].

Постановка завдання. Визначити модель горизонтальних і вертикальних зміщень точок (деформацій) технологічного обладнання як динамічної системи в тривимірному просторі. Своєчасне визначення і правильне використання даних про деформації сприяє безперебійній та безпечній експлуатації промислового обладнання.

Основна частина. Важливим є визначення моделі горизонтальних і вертикальних зміщень для подальшого прогнозування поведінки основи споруд і промислового обладнання за досить невеликою кількістю вимірів, одержаних в початковий період їх функціонування. Модель деформаційних процесів визначимо на основі векторів зміщень окремих точок обладнання.

У загальному випадку кут ψ між векторами горизонтальних зміщень $S(x)$ та $S(y)$ може набувати значення від 0 до 2π , для спрощення викладки важатимемо, що $0 < \psi \leq \pi/2$, тоді відповідно до рис. 1 вертикальне зміщення становитиме

$$|S(h)| = |S(x)| |S(y)| \sin \psi, \quad (1)$$

де $S(h)$ – вектор осідання; $S(x)$, $S(y)$ – вектори горизонтальних зміщень відповідно за осями x та y ; ψ – кут між векторами $S(x)$ та $S(y)$.

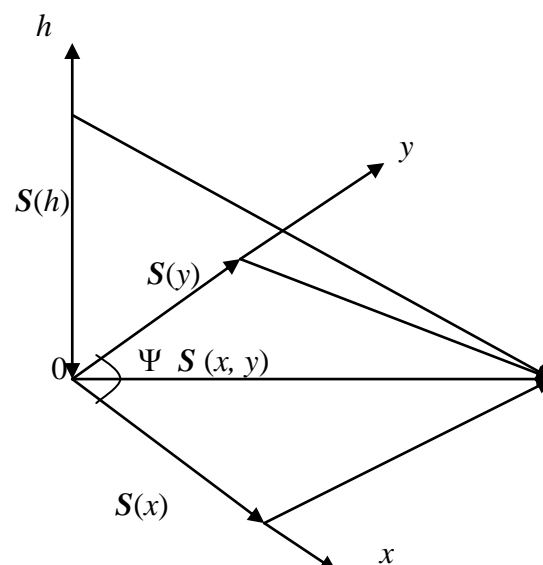


Рис.1. Схема векторів горизонтальних і вертикальних зміщень

Введемо додатковий вектор $k = \pm 1$ (може відбуватись осідання або здимання) і вираз (1) запишемо:

$$|S(h)| = - |S(x)| |S(y)| \sin \psi k, \tag{2}$$

відповідно до правила паралелограма вектор горизонтальних зміщень буде

$$S(x, y) = S(x) + S(y), \tag{3}$$

вектор зміщень в усіх напрямках (у просторі) набуде вигляду

$$S(x, y, h) = S(x, y) + S(h), \tag{4}$$

звідси, підставивши рівняння (2) і (3) у вираз (4), одержимо

$$S(x, y, h) = S(x) + S(y) - |S(x)| |S(y)| \sin \psi k. \tag{5}$$

Оскільки $S(h)$ може бути від'ємним і додатним, то формулу (5) визначимо за модулем, тобто

$$|S(x, y, h)| = |S(x) + S(y) - |S(x)| |S(y)| \sin \psi k|. \tag{6}$$

Якщо вважати, що $\psi \approx \pi/2$, то $\sin \psi = 1$ і вираз (6) набуде вигляду

$$|S(x, y, h)| = |S(x) + S(y) - |S(x)| |S(y)||. \tag{7}$$

Повний вектор зміщення можна представити у квадратичній формі

$$|S(x, y, h)|^2 = |S(h)|^2 + |S(x, y)|^2, \text{ або} \\ |S(x, y, h)|^2 = (|S(x)| |S(y)| \sin \psi)^2 + (|S(x)| + |S(y)|)^2, \tag{8}$$

$k^2 = 1$, якщо прийняти $\psi \approx \pi/2$, то $\sin \psi = 1$ і вираз (8) набуде вигляду

$$|S(x, y, h)|^2 = 2(|S(x)| |S(y)|)^2. \tag{9}$$

Розглянемо цю систему з іншого боку. Введемо систему координат $OXYH$ таким чином, щоб вектори OX, OY, OH склали праву трійку (рис.2).

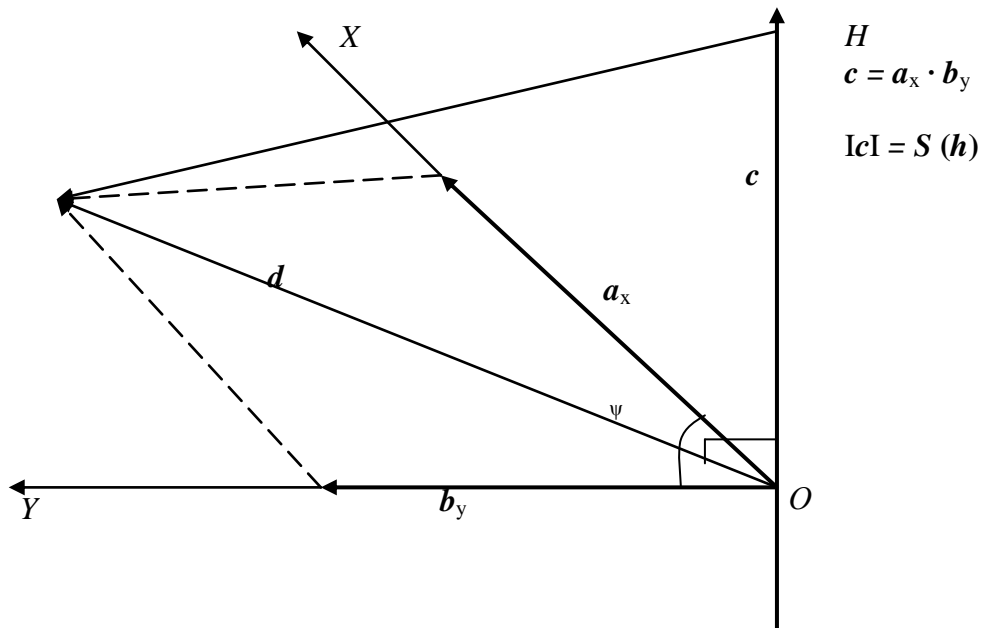


Рис. 2. Схема зміщення точки в системі координат $OXYH$

Вектори a_x та b_y колінеарні відповідно до OX та OY , тоді якщо $\psi \approx \pi/2$, а $\sin \psi = 1$, то вектор a_x практично перпендикулярний до вектора b_y , тобто $(a_x \perp b_y)$, отже маємо

$S(x, y) = d = a_x + b_y$ – додатак векторів за правилом паралелограма;

$S(h) = c = a_x \cdot b_y$ – векторний добуток.

Запишемо координати векторів: $\mathbf{a}_x = \{x_a; 0; 0\}$, $\mathbf{b}_y = \{0; y_b; 0\}$, тоді

$$\mathbf{d} = \{x_a; y_b; 0\}, \mathbf{c} = \{0; 0; x_a \cdot y_b\}.$$

За правилом додавання векторів знайдемо

$$S(x, y, h) = \mathbf{d} - \mathbf{c} = (\mathbf{a}_x + \mathbf{b}_y) - \mathbf{a}_x \cdot \mathbf{b}_y,$$

за модулем

$$|S(x, y, h)| = |(\mathbf{a}_x + \mathbf{b}_y) - \mathbf{a}_x \cdot \mathbf{b}_y|. \quad (10)$$

Оскільки за початкових умов вектор \mathbf{c} практично перпендикулярний до вектора \mathbf{d} , тобто ($\mathbf{c} \perp \mathbf{d}$), то за теоремою Піфагора вираз (10) набуде вигляду

$$|S(x, y, h)|^2 = |\mathbf{a}_x + \mathbf{b}_y|^2 + |\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{b}_y|^2, \quad (11)$$

або $S(x, y, h) = \{x_a; y_b; -x_a \cdot y_b\}$, тоді

$$|S(x, y, h)|^2 = |x_a^2 + y_b^2 + x_a^2 \cdot y_b^2|. \quad (12)$$

Під дією зовнішніх сил і сил опору деякі точки реального обладнання змінюють своє положення у просторі, що може призвести до змінення розмірів та / або форми обладнання, тобто до його деформацій. У разі виникнення деформацій важливими є відносні зміщення точок обладнання, які спричинюють зміну його розмірів і форми.

Виміряні значення $S(x)$, $S(y)$, $S(h)$ та горизонтальні координати x та y точок на обладнанні, визначені електронним тахеометром, наведено у табл. 1.

Таблиця 1

Виміряні і обчислені зміщення точок обладнання

№ точки	$S(h)$, мм	$S(x)$, мм	$S(y)$, мм	$ S(x,y) $, мм	$ S(x,y,h) $, мм	x , м	y , м
1	-5,0	-12,0	5,0	13,00	13,93	-0,012	0,005
2	-5,5	-10,0	7,0	12,21	13,39	19,990	0,007
3	-6,0	-4,0	15,0	15,52	16,64	39,996	0,015
4	-7,0	-3,0	10,0	10,44	12,57	-0,003	20,010
5	-5,0	-7,0	9,0	11,40	12,45	19,993	20,009
6	-6,5	5,0	8,0	9,43	11,46	40,005	20,008
7	-3,0	6,0	-1,0	6,08	6,78	0,006	39,999
8	-4,0	-10,0	-3,0	10,44	11,18	19,990	39,997
9	-2,0	-8,0	7,0	10,63	10,82	39,992	40,007
10	-2,5	-5,0	-1,0	5,10	5,68	-0,005	59,999
11	-4,0	-1,0	0,0	1,00	4,12	19,999	60,000
12	-5,0	-5,0	-4,0	6,40	8,12	39,995	59,996
13	-7,0	0,0	5,0	5,00	8,60	0,000	80,005
14	-9,0	2,0	9,0	9,22	12,88	20,002	80,009
15	-11,0	-8,0	12,0	14,42	18,14	39,992	80,012
16	-13,0	-8,0	9,0	12,04	17,72	-0,008	100,009
17	-15,0	-7,0	-1,0	7,07	16,58	19,993	99,999
18	-13,5	-4,0	0,0	4,00	14,08	39,996	100,000
19	-10,0	1,0	4,0	4,12	10,92	0,001	120,004
20	-9,0	2,0	7,0	7,28	11,58	20,002	120,007
21	-7,0	5,0	8,0	9,43	11,75	40,005	120,008

На рис. 3 наведено розміщення точок на обладнанні за координатами x та y (за табл. 1) відповідно до зміщень, тобто $x = x_0 + S(x)$; $y = y_0 + S(y)$, де x_0, y_0 – проектні координати. За вісь y взято повздовжнє розміщення обладнання, за вісь x – поперечне розміщення.

Напрями горизонтальних зміщень на рис. 3 вказані відповідними стрілками.

Перед обчисленням повних зміщень потрібно встановити кореляційну залежність між зміщеннями в усіх напрямках. Коефіцієнти кореляції мають такі значення: між горизонтальними зміщеннями x та y $r_{xy} = 0,12$; між вертикальними зміщеннями h і горизонтальними $r_{hx} = 0,01$, $r_{hy} = -0,27$. Коефіцієнти кореляції мають невеликі значення, отже, можна дійти висновку, що зміщення в усіх напрямках є незалежними випадковими величинами, тому обчислення зміщень будемо виконувати за формулами (1) – (12).

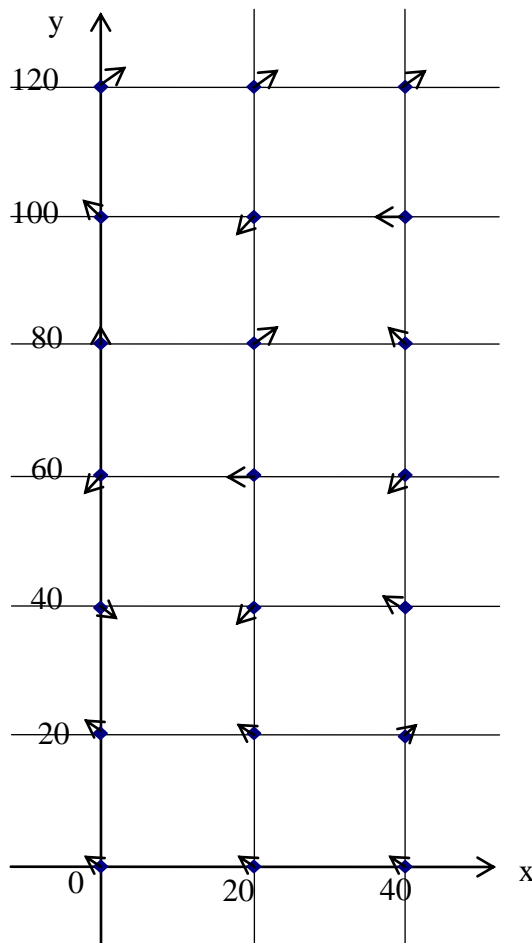


Рис. 3. Схема розміщення точок на обладнанні

Знайдемо часткові деформації:

1) розтягнення (із знаком «+») або стискання (із знаком «-») визначимо за формулою

$$\Delta\rho_i = \rho_i - \rho_{oi}; \tag{13}$$

2) відносна деформація становитиме

$$l = \Delta\rho_i / \rho_i; \tag{14}$$

3) деформація кутів дорівнюватиме

$$\Delta\varphi_i = \varphi_i - \varphi_{oi}; \quad (15)$$

відстані між центром ваги обладнання і точками, які вимірюються на обладнанні (рис. 3), обчислюють за координатами (табл1).

$$\rho^2_i = dx^2 + dy^2 + dh^2 \quad (16)$$

Після підстановки виразів для dx , dy , dh отримуємо рівняння еліпсоїда відносно лагранжевих координат:

$$\rho^2 = (\delta x_i / \delta x_j * dx_j)^2 = \delta x_m / \delta x_i * \delta x_m / \delta x_j = bx_i x_j dx_i dx_j.$$

Шість коефіцієнтів $bx_i x_j$ утворюють новий симетричний тензор T_b з компонентами bxx , bxy , bxi , byy , bxi , bhh , аналітичні вирази для яких можуть бути отримані з наведеної формули й аналогічні формулам [3; 4].

Геометрична інтерпретація рівняння полягає в такому. У недеформованому стані є сукупність різних еліпсоїдів; у процесі деформації ці початкові еліпсоїди в різні моменти часу перетворюються на сфери радіусом ρ з центром в точці 11 (рис. 3) – центр ваги обладнання.

Обидва наведені тензори деформацій Коші T_a [4] та T_b характеризують кінцеве (результативне) формозмінення нескінченно малих сфери або еліпсоїда з центром в деякій матеріальній точці (точці 11), при цьому тензор T_a описує результативне формозмінення в змінних Ейлера, а тензор T_b – у змінних Лагранжа. Компоненти обох тензорів належать до однієї декартової системи координат, в якій X , Y , H – координати матеріальної точки в початковому стані середовища, що деформується, x , y , h – координати тієї самої точки в її кінцевому стані.

Для визначення фізичного сенсу компонентів результативного формозмінення припустимо, що деякий лінійний елемент $M_o N_o$ (рис. 4) [4], початкова довжина якого дорівнює ρ_o , в результаті деформації став паралельний осі x , тоді $dx=dr$, $dy=dh=0$, таким чином отримаємо

$$a_{xx} = (dr_o / dr)^2.$$

Якщо довжина елемента MN у процесі деформації не змінюється, то $a_{yy} = 1$, якщо елемент розтягнутий, то $a_{xx} > 1$, і навпаки, за скорочення елемента $a_{xx} < 1$. Аналогічні залежності можна вивести і для компонентів a_{yy} і a_{hh} . Таким чином, діагональні компоненти тензора Коші a_{xx} , a_{yy} , a_{hh} характеризують деформацію матеріальних волокон, які в результаті стають паралельними осями x , y , h відповідно. Очевидно, що ці компоненти завжди додатні.

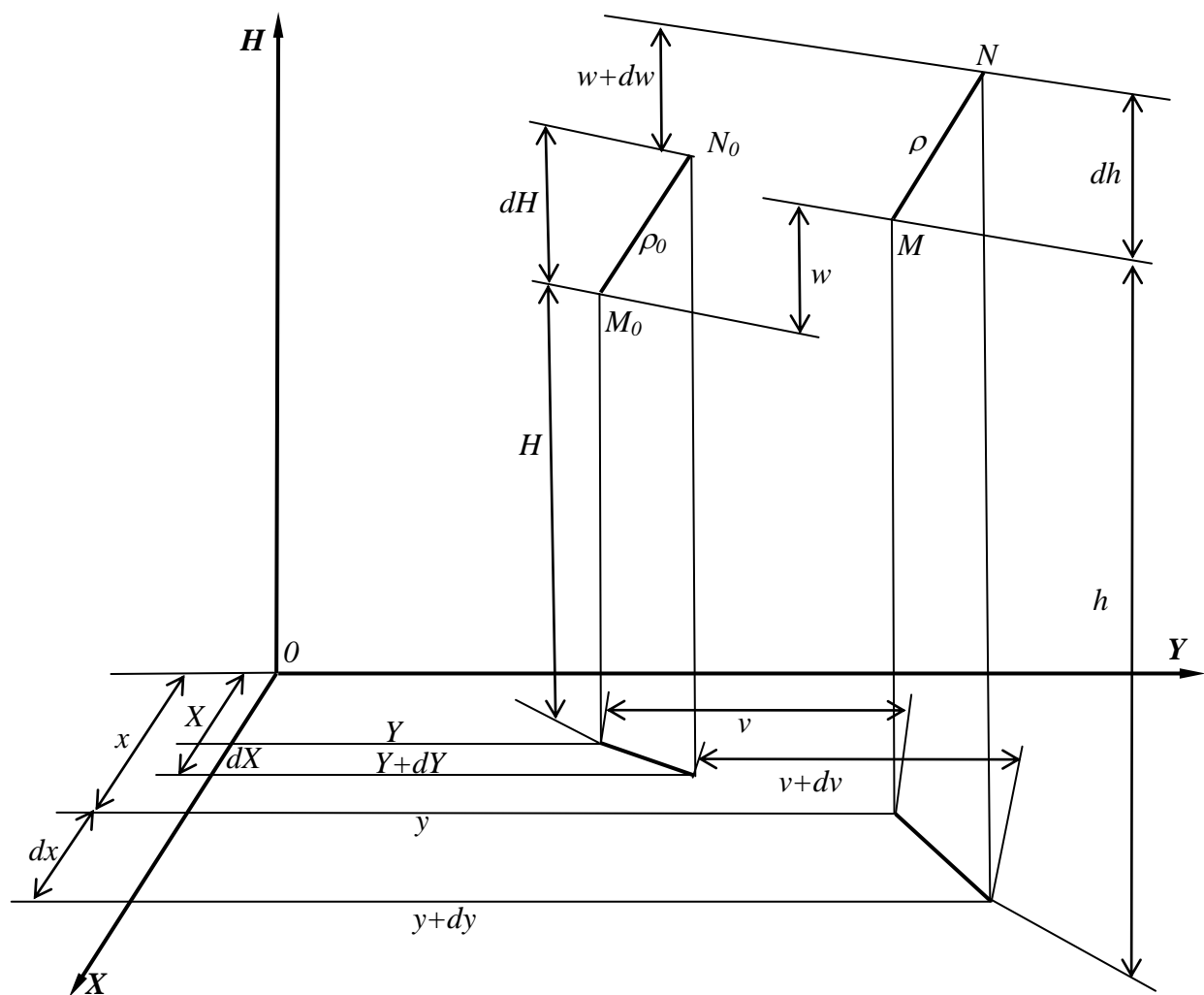


Рис. 4. Деформація відрізка $MN = \rho$ в системі координат $OXUH$

Лінійний елемент MN , напрям якого до деформації позначимо як ρ_0 , має в початковому стані такі напрямні косинуси:

$$\cos(n_x, i) = dx/dr_0, \cos(n_y, j) = dy/dr_0, \cos(n_h, k) = dh/dr_0.$$

Значення деформацій, обчислених за формулами (13; 14; 15; 16), наведено в табл. 2.

Унаслідок деформації відрізок MN (рис. 4) стає паралельним осі x , тому $dr = dx, dy = dh = 0$, тоді на підставі рівності

$$dx = \partial x_i / \partial x \cdot dr; \quad dy = \partial y / \partial x \cdot dr; \quad dh = \partial h / \partial x \cdot dr.$$

Підставивши ці співвідношення у формули для косинусів та відносно рівняння $a_{xx} = (dr_0 / dr)^2$, одержимо:

$$\cos(n_x, i) = 1 / \sqrt{a_{xx}} \cdot \partial X / \partial x; \quad \cos(n_y, j) = 1 / \sqrt{a_{xx}} \cdot \partial Y / \partial x; \quad \cos(n_x, k) = 1 / \sqrt{a_{xx}} \cdot \partial H / \partial x.$$

Відносна та кутова деформація точок обладнання

№№ точок	ρ_{0i} , м	ρ_i , м	φ_{0i} , в градусній мірі	φ_i , в градусній мірі	$\Delta\rho_i$, мм	l_i	$\Delta\varphi_i$, в секун дах
11 – 10	20,0000	20,0040	180 00 00,0	180 00 10,3	+ 4,0	1:5000	+10,3
11 – 13	28,2843	28,2871	135 00 00,0	134 59 29,1	+ 2,8	1:10100	-30,9
11 – 16	44,7214	44,7325	116 33 54,2	116 34 04,5	+11,1	1:4000	+10,3
11 – 19	63,2456	63,2487	108 26 05,8	108 25 55,5	+ 3,1	1:20400	-10,3
11 – 14	20,0000	20,0090	90 00 00,0	89 59 29,1	+ 9,0	1:2220	-30,9
11 – 17	40,0000	39,9990	90 00 00,0	90 0 30,9	- 1,0	1:40000	+30,9
11 - 20	60,0000	60,0070	90 00 00,0	89 59 49,7	+ 7,0	1:8570	-10,3
11 - 21	63,2456	63,2550	71 33 54,2	71 33 43,9	+ 9,4	1:6730	-10,3
11 – 18	44,7214	44,7200	63 26 05,8	63 6 18,2	-1,4	1:31940	+12,4
11 – 15	28,2843	28,2878	45 00 00,0	45 01 38,0	+3,5	1:8080	+98,0
11 – 12	20,0000	19,9960	0 00 00,0	359 59 18,7	-4,0	1:5000	-41,3
11 - 09	28,2843	28,2744	315 00 00,0	315 00 00,0	-9,9	1:2860	0,0
11 – 06	44,7214	44,7169	296 33 54,2	296 34 35,4	-4,5	1:9940	+41,2
11 - 03	63,2456	63,2304	288 26 05,8	288 26 12,0	-15,2	1:4160	+7,0
11 – 08	20,0000	20,0030	270 00 00,0	269 58 27,2	+3,0	1:6670	-92,8
11 - 05	40,0000	39,9910	270 00 00,0	269 59 29,0	-9,0	1:4440	-31,0
11 – 02	60,0000	59,9930	270 00 00,0	269 59 29,0	-7,0	1:8570	-31,0
11 – 01	63,2456	63,2443	251 33 54,2	251 33 15,0	-1,3	1:48650	-39,2
11 – 04	44,7214	44,7133	243 26 05,8	243 25 36,9	-8,1	1:5520	-28,9
11 – 07	28,2843	28,2800	225 00 00,0	225 00 41,3	-4,3	1:6580	-41,3

Скориставшись подібними міркуваннями для двох інших лінійних елементів, які після деформації збігаються з осями y і h , можна записати:

$$\cos(n_y, i) = 1/\sqrt{a_{yy}} \cdot \partial X/\partial y; \quad \cos(n_h, i) = 1/\sqrt{a_{hh}} \cdot \partial X/\partial h;$$

$$\cos(n_y, j) = 1/\sqrt{a_{yy}} \cdot \partial Y/\partial y; \quad \cos(n_h, j) = 1/\sqrt{a_{hh}} \cdot \partial Y/\partial h;$$

$$\cos(n_y, k) = 1/\sqrt{a_{yy}} \cdot \partial H/\partial y; \quad \cos(n_h, k) = 1/\sqrt{a_{hh}} \cdot \partial H/\partial h.$$

Кути між лінійними елементами, які після деформування стануть паралельними осям x , y , h , у початковий момент часу в загальному випадку відмінні від $\pi/2$. Позначимо змінені кути як φ_{xy} , φ_{yh} , φ_{xh} (здвигові деформації) і, підставивши отримані значення косинусів у відому формулу аналітичної геометрії

$$\cos(n_x, n_y) = \cos(n_x, i)\cos(n_y, i) + \cos(n_x, j)\cos(n_y, j) + \cos(n_x, k)\cos(n_y, k), \quad (17)$$

одержимо:

$$\cos(n_x, n_y) = a_{xy}/\sqrt{a_{xx}a_{yy}} = \cos(\pi/2 - \varphi_{xy}) = \sin \varphi_{xy};$$

$$\cos(n_y, n_h) = a_{yh}/\sqrt{a_{yy}a_{hh}} = \cos(\pi/2 - \varphi_{yh}) = \sin \varphi_{yh};$$

$$\cos(n_x, n_h) = a_{xh}/\sqrt{a_{xx}a_{hh}} = \cos(\pi/2 - \varphi_{xh}) = \sin \varphi_{xh}.$$

Відповідно компоненти a_{xy} , a_{yh} , a_{xh} тензора Коші T_a характеризують здвигові деформації: якщо вони дорівнюють нулю, то прямі кути до початку деформування залишаться прямими і після деформації, аналогічно одержимо і для тензора

результативного формозмінення T_b . Деформований стан обладнання описують за допомогою симетричного тензора швидкості деформації T [3].

Розглянемо горизонтальні зміщення. Поле розсіяння горизонтальних зміщень $S(x), S(y)$ зображено на рис. 5. Біля точок наведено величини зміщень із таблиці за їх зростанням.

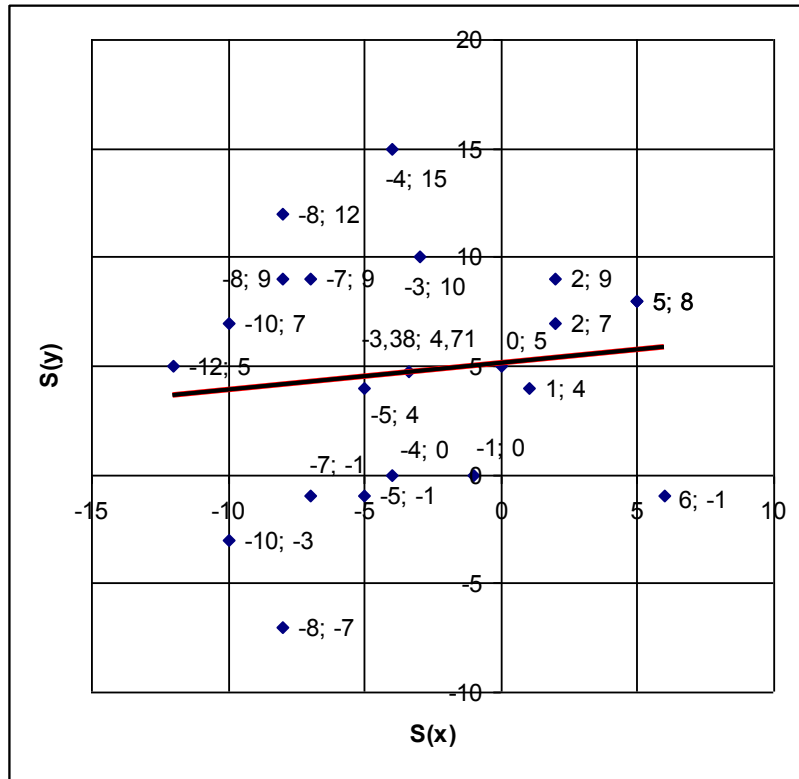


Рис. 5. Поле розсіяння горизонтальних зміщень

Лінійне рівняння регресії $S(y) / S(x)$, наведене на рис. 5, має такий вигляд:

$$S(y) = 0,1234 S(x) + 5,1316, \tag{13}$$

визначене із середньою квадратичною помилкою $m_{S(y)} = \pm 0,12\text{мм}$ обернене рівняння регресії $S(x) / S(y)$ відповідно має вигляд

$$S(x) = [S(y) - 5,1316] / 0,1234 = 8,1037 S(y) - 41,5851. \tag{14}$$

Лінію регресії (13) наведено на рис. 5 чорним кольором, а лінію регресії (14) – сірим; координати їх перетину, що мають значення $x = - 3,38 \text{ мм}$, $y = 4,71\text{мм}$, вказують на загальний горизонтальний вектор зміщення $S(x, y)$ (горизонтальну деформацію) цього обладнання.

Висновки. Побудовано модель зміщення точок промислового обладнання у тривимірному просторі як динамічної системи. Зміщення точок обладнання розглянуто на основі додатку і добутку векторів горизонтальних і вертикальних зміщень як результату деформаційних процесів.

Виділення часткових деформацій із загальної повної деформації має важливе значення для безперебійної та безпечної експлуатації обладнання. Наявність великої загальної деформації загалом не впливає на експлуатаційні характеристики обладнання, але для таких видів споруд, як гідротехнічні, для мостів і тунелів тощо, вона має велике значення.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Гладилін В. Н. Расчет точности геодезических построений на монтажном горизонте методами марковских случайных процессов / В.М. Гладилін // Інженерна геодезія. – 1985. – №28. – С. 25 – 29.
2. Гладилін В. Н. Точность построения пространственной геодезической сети / В.М. Гладилін // Інженерна геодезія. – 1987. – № 30. – С. 18 - 19.
3. Гладілін В. М. Швидкість та прискорення деформаційного процесу / В.М. Гладілін, О. Л. Ремішевський // Інженерна геодезія. – 2001. – №.45. – С. 56-59.
4. Гладілін В. М. Визначення деформацій технологічного обладнання при періодичному навантаженні у часі / В.М. Гладілін, О. В. Біляга // Інженерна геодезія. – 2002. – №.46. – С.68-74.
5. Гладілін В. М. Дослідження моделі деформаційного процесу технологічного обладнання / В.М. Гладілін, П.О. Чуланов // Інженерна геодезія. – 2002. – №.48. – С. 70-77.
6. Гладілін В. М. Побудова системи автоматизованого визначення деформацій технологічного обладнання. / В.М. Гладілін // Інженерна геодезія. – 2004. – №50. – С. 34 – 37.
7. Гладілін В.М. Застосування теорії графів для дослідження деформацій промислового обладнання / В.М. Гладілін // Інженерна геодезія. – 2005. – № 51. – С. 77-82.
8. Экспериментальные методы исследования деформаций и напряжений / Б.С. Касаткин, А. Б.Кудрин, Л. М.Лобанов и др.– К.: Наукова думка, 1981. – 582 с.

REFERENCES

1. Gladilin V.N. (1985). Raschet tochnosty heodezycheskykh postroenyi na montazhnom horyzonte metodamy markovskyykh sluchainyykh protsessov [Calculation of exactness of geodesic constructions on assembling horizon by the methods of markovskikh casual processes]. *Engineering geodesy*, 28, 25-29 [in Ukrainian].
2. Gladilin V.N. (1987). Tochnost postroenyia prostranstvennoi heodezycheskoi sety [Exactness of construction of spatial geodesic network]. *Engineering geodesy*, 30, 18-19 [in Ukrainian].
3. Gladilin V.N. & Remishevskiy O.L. (2001). Shvydkist ta pryskorennia deformatsiinoho protsesu [Speed and acceleration of deformation]. *Engineering geodesy*, 45, 56-59 [in Ukrainian].
4. Gladilin V.N. & Biliaga O.V. (2002). Vyznachennia deformatsii tekhnolohichnoho obladdannia pry periodychnomu navantazhenni u chasi. [Determination of deformations of technological equipment at the periodic loading in time]. *Engineering geodesy*, 46, 68-74 [in Ukrainian].
5. Gladilin V.N. & Chulanov P.A. (2002). Doslidzhennia modeli deformatsiinoho protsesu tekhnolohichnoho obladdannia. [Research of model of deformation process of technological equipment]. *Engineering geodesy*, 48, 70-77 [in Ukrainian].
6. Gladilin V.N. (2004). Pobudova systemy avtomatyzovanoho vyznachennia deformatsii tekhnolohichnoho obladdannia. [Construction of the automated determination of deformations of tecnological process]. *Engineering geodesy*, 50, 34-37 [in Ukrainian].

7. Gladilin V.N. (2005). Zastosuvannia teorii hrafiv dlia doslidzhennia deformatsii promyslovoho obladnannia. [Application of theory of columns for research of determinations of technological equipment]. *Engineering geodesy*, 50, 34-37 [in Ukrainian].

8. Kasatkin B.S., Kudrin A.B., Lobanov L.M. (1981). *Eksperimentalnyie metody issledovaniya deformatsiy i napryazheniy* [Experimental methods of research of deformations and tensions]. Kiev: "Naukova dumka" [in Ukrainian].

**В.Н. Гладилин,
П.О. Чуланов,
Н.С. Шудра**

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СМЕЩЕНИЯ ТОЧЕК ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ОБОРУДОВАНИЯ ПРИ ДЕФОРМАЦИОННЫХ ПРОЦЕССАХ

В статье рассмотрено определение модели горизонтальных и вертикальных векторов смещений точек (деформаций) промышленного оборудования как динамической системы в трехмерном пространстве.

Моделирование выполнено на основе сложения векторов по правилу параллелограмма и умножения векторов.

Под действием внешних сил и упругих сил сопротивления отдельные точки (узлы) оборудования изменяют свое положение в пространстве, что приводит к изменению размеров и формы оборудования, то есть к его деформациям, когда важную роль играют относительные деформации и кручение между смежными точками (узлами). Между общим смещением точек (узлов) оборудования и горизонтальными и вертикальными смещениями установлена небольшая по модулю корреляционная зависимость, которая указывает на то, что смещения являются фактически независимыми между собой.

Своевременное определение и правильное использование данных о деформациях даст возможность увеличить срок плановой и безопасной эксплуатации промышленного оборудования.

Ключевые слова: деформации, частичные (угловые, горизонтальные, вертикальные) деформации, относительные деформации.

**V.N. Gladilin,
P.A. Chulanov,
N.S. Shudra**

DETERMINATION OF DISPLACEMENT OF POINTS IS THE RESULT OF THE DEFORMATION OF PROCESS EQUIPMENT

Determination of horizontal and vertical displacement vectors points of industrial equipment as a dynamic system in three – dimensional space is considered in this article.

The simulation made on the basis of vector addition by the parallelogram rule and multiplication of vectors.

Under the action of external forces and the elastic forces of the resistance of the individual points (nodes) of equipment to its deformation, where an important role is played by relative deformation and torsion between adjacent points (nodes). Between the

total displacement of points (nodes) of the equipment and the horizontal and vertical displacement have correlation module, which indicates that these displacement are actually independent of each other.

Early identification and proper use of data on deformations would increase the period of planning and safe operation of industrial equipment.

Keywords: *deformations, partial (angular, horizontal, vertical) deformations, relative deformations.*

Надійшла до редакції

08.12.2015

УДК 528.48

Р.В. Шульц, *д-р техн. наук, професор,*

Київський національний університет будівництва і архітектури

М.В. Білоус, *канд. техн. наук, доцент,*

ПубАТ Київметробуд, ДП «Укргеодезмарк», директор

В.Я. Ковтун, *головний інженер*

ПубАТ Київметробуд, ДП «Укргеодезмарк»,

Н.В. Куліченко, *асп.,*

О. М. Гончерюк, *асп.,*

Київський національний університет будівництва і архітектури

ВИЗНАЧЕННЯ КРЕНІВ ІСТОРИЧНИХ СПОРУД ЗА МЕТОДОМ НАЗЕМНОГО ЛАЗЕРНОГО СКАНУВАННЯ

У роботі запропоновано методику визначення кренів історичних споруд за матеріалами наземного лазерного сканування. Розглянуто методику визначення переміщення споруд, що мають значну кількість площинних елементів. Наведено математичну модель апроксимації результатів сканування рівнянням площини за методом найменших квадратів. Отримані у двох циклах за апроксимацією рівняння площини порівняно через величину зміни нормальних векторів площини. Обчислення лінії нульового переміщення виконано за допомогою рівняння площини в неявній формі. Для отримання неявного рівняння площини використано алгоритм, що ґрунтується на обчисленні власних значень та нормованих власних векторів. Використовуючи лінії нульового переміщення, запропоновано алгоритм для визначення лінійного переміщення площини історичної споруди. Розроблену методику апробовано за матеріалами сканування історичної споруди, в зоні будівельних робіт у м. Києві.

Ключові слова: *наземне лазерне сканування, крен, рівняння прямої, рівняння площини, вектор нормалі, проекції вектору нормалі.*

Вступ. Спостереження за кренами інженерних споруд традиційно належить до класичних завдань інженерної геодезії. Особливо актуальними є завдання