УДК 681.3

СЕЛЕЦЬКИЙ В.С., к.т.н., провідний інженер (ІОЦ Львівської залізниці)

Розширення мереж Петрі.
Частина IV. Про маркування мереж Петрі

Представив д.т.н., професор Загарій Г.І.

Розглянуті правила доступу до маркувань вхідних і вихідних позицій n – го рівня: ● правило ***"FI-FO"****,* ***●*** *правило* ***"LI-FO"****,* ***●*** *правило* ***"RI-FO"****, ● правило* ***"FI-RO"*** *і ● правило* ***"RI-RO"****, описані на математичній термінології, відображені за допомогою графічних інтерпретацій і на прикладах обгрунтовано їх цінність.*

Ключові слова*: підмережа, маркування, правило, вхідна і вихідна позиції n – го рівня, модель.*

Вступ

Розширення мережі Петрі R**N** в статтях [1, 2] відбувались введенням нових популяцій: ● виду дуги - інгібіторна дуга *n* – го порядку;● виду позицій: позиція *n* – го рівня, позиція з фіксованим часом затримання фішок, позиція *n* – го рівня з фіксованим часом затримання фішок, предикатна позиція і предикатна позиція *n* – го рівня, а в статті [3] - введенням нової популяції виду переходу -. предикатний перехід.

Можливості позицій мережі Петрі розширюються, якщо вказувати правила доступу до маркувань вхідних і вихідних позицій після запускання переходів: - *правило добавлення фішок в вхідних позиціях; - правило вилучання фішок з вихідних позицій.* Це дає змогу формувати черги фішок (заявок) в позиціях мереж Петрі по аналогії, як створюються черги вимог в системах масового обслуговування.

Основні правила доступу до маркувань вхідних і вихідних позицій *n* – го рівня

Розглянемо:

1. Правило ***"FI-FO"*** *(перший прийшов-перший вийшов)* $\stackrel{def}{=}$. Фішка, яка надійшла до позиції, розміщується в черзі останньою. У разі запуску переходу вилучається з черги перша фішка.

Правило *"First Input - First Output"* розглядалось в статті [4]. Проаналізуємо правило ***"FI-FO"*** для підмережі $S_{P^{вих}P^{вх}}$, яка наведена на рис. 1.

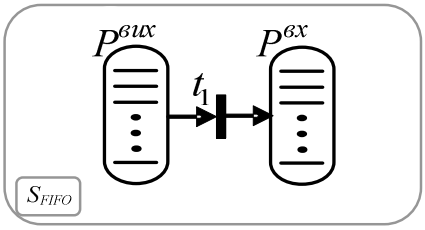

Рис.1. Підмережа $S_{P^{вих}P^{вх}}$

Нехай підмережа $S_{P^{вих}P^{вх}} \leftrightarrow S_{FIFO}$ (підмережа $S_{P^{вих}P^{вх}}$ рівносильна підмережі S_{FIFO}), яка містить вихідну позицію *m* – го рівня $P^{вих}$ з властивістю *"FO"* і вхідну позицію *n* – го рівня $P^{вх}$ з властивістю *"FI"*. Позиція *n*–го рівня $P^{вх} = \bigcup_{i=1}^{n} L_i^{вх}$, де $L_i^{вх}$ - *i* - ий рівень вхідної позиції *n* – го рівня $P^{вх}$ для $1 \le i \le n$, а позиція *m* – го рівня $P^{вих} = \bigcup_{j=1}^{m} L_j^{вих}$, де $L_j^{вих}$ - *j* - ий рівень вихідної позиції *m* – го рівня $P^{вих}$ для $1 \le j \le m$.

Для підмережі S_{FIFO} : маркування вхідної позиції *n* – го рівня $P^{вх}$ в загальному вигляді задається формулою

$$M^T(P^{вх}) = (m(L_1^{вх}), m(L_2^{вх}), \ldots, m(L_n^{вх})), \qquad (1)$$

де $m(L_i^{вх})=1$ або $m(L_i^{вх})=0$ для $1 \le i \le n$, а маркування вихідної позиції *m* – го рівня $P^{вих}$ в загальному вигляді задається формулою

$$M^T(P^{вих}) = (m(L_1^{вих}), m(L_2^{вих}), \ldots, m(L_m^{вих})), \qquad (2)$$

© В.С. Селецький, 2014

де $m(L_j^{вих})=1$ або $m(L_j^{вих})=0$ для $1 \le j \le m$.

Нехай позиція *m*– го рівня $P^{вих}$ має початкове маркування

$$M^T(P^{вих}) = (e_1', e_2', \ldots e_l', \underbrace{0,\ldots,0}_{m-l}), \quad (3)$$

де $e_j'=1$- *j*-та фішка на *j*-му рівні $L_j^{вих}$ вихідної позиції *m*–го рівня $P^{вих}$ для $1 \le j \le l$, а позиція *n*– го рівня $P^{вх}$ має початкове маркування

$$M^T(P^{вх}) = ('e_1, 'e_2, \ldots 'e_k, \underbrace{0,\ldots,0}_{n-k}), \quad (4)$$

де $'e_i=1$- *i*-та фішка на *i*-му рівні $L_i^{вх}$ вхідної позиції *n*–го рівня $P^{вх}$ для $1 \le i \le k$.

За означенням першої складової *"FI"* правила ***"FI-FO"*** вхідна позиція *n*–го рівня $P^{вх}$ має властивість пріоритету: спочатку фішка добавляється на 1-ший рівень після 1-го запуску переходу, потім фішка добавляється на 2-гий рівень після 2-го запуску переходу і т. д. Інакше,

$$P_{FI}^{вх} \overset{def}{=} \bigcup_{i=1}^{n} L_i^{вх}) \wedge (\Pr(L_1^{вх}) > \Pr(L_2^{вх}) > \ldots > \Pr(L_n^{вх}), \quad (5)$$

де $\Pr(L_i^{вх})$ - пріоритет рівня $L_i^{вх}$ для $1 \le i \le n$ і відповідно за означенням другої складової *"FO"* правила ***"FI-FO"*** вихідна позиція *m*–го рівня $P^{вих}$ має властивість пріоритету: після 1-го запуску переходу фішка вилучається з 1-го рівня, а фішки з нижчих рівнів зміщуються на рівень вище, після 2-го запуску переходу друга фішка вилучається з 1-го рівня, а фішки з нижчих рівнів зміщуються на рівень вище і т. п.

Інакше,

$$P_{FO}^{вих} \overset{def}{=} \bigcup_{j=1}^{m} L_i^{вих}) \wedge (\Pr(L_1^{вих}) > \Pr(L_2^{вих}) > \ldots > \Pr(L_m^{вих}), \quad (6)$$

де $\Pr(L_i^{вих})$ - пріоритет рівня $L_i^{вих}$ для $1 \le i \le m$.

Якщо для підмережі S_{FIFO}

$$(M^T(P^{вих}) = (e_1', e_2', \ldots e_l', \underbrace{0,\ldots,0}_{m-l})) \wedge (w(P^{вих}, t_1) = 1) \wedge$$

$$(w(t_1, P^{вх}) = 1) \wedge (1 \le l \le m), \quad (7)$$

то перехід t_1 повинен запуститися *l* разів, де $w(P^{вих}, t_1)$ - вага вхідної дуги в перехід t_1 і $w(t_1, P^{вх})$ - вага вихідної дуги з переходу t_1. В результаті запуску переходу t_1 один раз маркування підмережі M зміниться на маркування $M^{(1)}$, два рази - на маркування $M^{(2)}$,…, *l* разів - на маркування $M^{(l)}$. Тоді нові маркування позиції *m–го* рівня $P^{вих}$ і позиції *n*– го рівня $P^{вх}$ будуть визначатися за формулами:

- після 1-го запуску переходу:

$$M^T(P^{вих})^{(1)} = (e_2', e_3', \ldots, e_l', \underbrace{0,\ldots,0}_{n-l+1}) \quad (8^{(1)})$$

і

$$M^T(P^{вх})^{(1)} = ('e_1, 'e_2, \ldots 'e_k, e_1', \underbrace{0,\ldots,0}_{m-k-1}), \quad (9^{(1)})$$

- після 2-го запуску переходу:

$$M^T(P^{вих})^{(2)} = (e_3', e_4', \ldots, e_l', \underbrace{0,\ldots,0}_{n-l+2}) \quad (8^{(2)})$$

і

$$M^T(P^{вх})^{(2)} = ('e_1, 'e_2, \ldots 'e_k, e_1', e_2', \underbrace{0,\ldots,0}_{m-k-2}), \quad (9^{(2)})$$

і т.п. , після *l* запуску переходу:

$$M^T(P^{вих})^{(l)} = (\underbrace{0,\ldots,0}_{n}) \quad (8^{(l)})$$

і

$$M^T(P^{вх})^{(k)} = ('e_1, 'e_2, \ldots, 'e_k, e_1', e_2', \ldots, e_l', \underbrace{0,\ldots,0}_{m-k-l}). \quad (9^{(l)})$$

2. Правило ***"LI-FO"*** *(останній прийшов-перший вийшов)* $\overset{def}{=}$.Фішка, яка надійшла до позиції останньою, розміщується в черзі першою. У разі запуску переходу вилучається перша фішка черги.

За означенням першої складової *"LI"* правила ***"LI-FO"*** вхідна позиція *n* – го рівня $P^{вх}$ має властивість: після 1-го запуску переходу фішка добавляється на 1-ий рівень, після 2-го запуску переходу фішка знову добавляється на 1-ий рівень, а фішка з 1-го рівня зміщується на рівень нижче (2-гий рівень) і т.п. , після *k*-го запуску переходу фішка добавляється на 1-ий рівень, а фішки з 1-го рівня по *k* - 1-ий рівень зміщуються на рівень нижче. Інакше,

$$P_{LI}^{вх} \overset{def}{=} \bigcup_{i=1}^{n} L_i^{вх}) \wedge (\Pr(L_1^{вх}) > \Pr(L_2^{вх}) > \ldots > \Pr(L_n^{вх}), \quad (10)$$

де $\Pr(L_i^{вх})$ - пріоритет рівня $L_i^{вх}$ для $1 \le i \le n$.

Нехай підмережа $S_{P^{вих}P^{вх}} \leftrightarrow S_{LIFO}$, яка містить вихідну позицію m – го рівня $P^{вих}$ з властивістю *"FO"* і вхідну позицію n – го рівня $P^{вх}$ з властивістю *"LI"* і початкове маркування підмережі M задається формулами (3) і (4).

Якщо для підмережі S_{LIFO} виконується умова (7), то перехід t_1 повинен запуститися l разів. Тоді нові маркування позиції m – го рівня $P^{вих}$ і позиції n – го рівня $P^{вх}$ будуть визначатися за формулами:
- після 1-го запуску переходу:

$$M^T(P^{вих})^{(1)} = (e_2', e_3', \ldots, e_l', \underbrace{0,\ldots,0}_{n-l+1}) \qquad (11^{(1)})$$

і

$$M^T(P^{вх})^{(1)} = (e_1', {}'e_1, {}'e_2, \ldots, {}'e_k, \underbrace{0,\ldots,0}_{m-k-1}), \qquad (12^{(1)})$$

- після 2-го запуску переходу:

$$M^T(P^{вих})^{(2)} = (e_3', e_4', \ldots, e_l', \underbrace{0,\ldots,0}_{n-l+2}) \qquad (11^{(2)})$$

і

$$M^T(P^{вх})^{(2)} = (e_1', e_2', {}'e_1, {}'e_2, \ldots, {}'e_k, \underbrace{0,\ldots,0}_{m-k-2}), \qquad (12^{(2)})$$

і т.п. , після l запуску переходу:

$$M^T(P^{вих})^{(l)} = (\underbrace{0,\ldots,0}_{n}) \qquad (11^{(l)})$$

і

$$M^T(P^{вх})^{(k)} = (e_1', e_2', \ldots, e_l', {}'e_1, {}'e_2, \ldots, {}'e_k, \underbrace{0,\ldots,0}_{m-k-l}). \qquad (12^{(l)})$$

3. Правило ***"RI-FO"*** *(випадково прийшов-перший вийшов)* $\stackrel{def}{=}$. Фішка, яка надійшла до позиції, розміщується в черзі на випадковий рівень. У разі запуску переходу вилучається перша фішка черги.

За означенням першої складової *"RI"* правила ***"RI-FO"*** вхідна позиція n – го рівня $P^{вх}$ має властивість: після запуску переходу фішкадобавляється на r-ий рівень, де r – випадкове число. Якщо $r \le k$ то фішки з r - го рівня по k - ий рівень зміщуються на рівень нижче, а якщо $r>k$ то $r=k+1$, де k –кількість фішок позиції n – го рівня $P^{вх}$. Інакше,

$$P_{RI}^{вх} \stackrel{def}{=} \bigcup_{i=1}^{n} L_i^{вх}) \wedge (\Pr(L_1^{вх}) > \Pr(L_2^{вх}) > \ldots >$$
$$\Pr(L_{r-1}^{вх}) > \Pr(L_r^{вх}) > \Pr(L_{r+1}^{вх}) > .. > \Pr(L_n^{вх}), \qquad (13)$$

де $\Pr(L_i^{вх})$ - пріоритет рівня $L_i^{вх}$ для $1 \le i \le n$.

Нехай підмережа $S_{P^{вих}P^{вх}} \leftrightarrow S_{RIFO}$, яка містить вихідну позицію m – го рівня $P^{вих}$ з властивістю *"FO"* і вхідну позицію n – го рівня $P^{вх}$ з властивістю *"RI"* і початкове маркування підмережі M задається формулами (3) і (4).

Якщо для підмережі S_{RIFO} виконується умова (7) і l=1, то перехід t_1 повинен запуститися один раз. Тоді нові маркування позиції m – го рівня $P^{вих}$ і позиції n – го рівня $P^{вх}$ будуть визначатися за формулами:

$$M^T(P^{вих})^{(1)} = (e_2', e_3', \ldots, e_l', \underbrace{0,\ldots,0}_{n-l+1}) \qquad (14^{(1)})$$

і

$$M^T(P^{вх})^{(1)} = ({}'e_1, {}'e_2, \ldots, {}'e_{r-1}, e_1', {}'e_r, \ldots, {}'e_k, \underbrace{0,\ldots,0}_{m-k-1}). \qquad (15^{(1)})$$

4. Правило ***"FI-RO"*** *(перший прийшов-випадково вийшов)* $\stackrel{def}{=}$. Фішка, яка надійшла до позиції, розміщується в черзі останньою. У разі запуску переходу вилучається фішка з випадкового рівня.

Нехай підмережа $S_{P^{вих}P^{вх}} \leftrightarrow S_{FIRO}$, яка містить вихідну позицію *m–го* рівня $P^{вих}$ з властивістю *"RO"* і вхідну позицію n – го рівня $P^{вх}$ з властивістю *"FI"* і початкове маркування підмережі M, задається формулами (3) і (4).

За означенням другої складової *"RO"* правила ***"FI-RO"***, вихідна позиція m – го рівня $P^{вих}$ має властивість: після запуску переходу фішка вилучається з r - го рівня, де r – випадкове число. Якщо $r \le k$ то фішки з r - го рівня по k - ий рівень зміщуються на рівень вище, а якщо $r>k$ то $r=k$, де k – кількість фішок позиції m – го рівня $P^{вих}$. Інакше,

$$P_{RO}^{вих} \stackrel{def}{=} \bigcup_{j=1}^{m} L_j^{вих}) \wedge (\Pr(L_1^{вих}) = \Pr(L_2^{вих}) = \ldots =$$
$$= \Pr(L_{r-1}^{вих}) < \Pr(L_r^{вих}) > \Pr(L_{r+1}^{вих}) = .. = \Pr(L_n^{вих}), \qquad (16)$$

де $\Pr(L_i^{вх})$ - пріоритет рівня $L_i^{вх}$ для $1 \le i \le n$.

Якщо для підмережі S_{FIRO} виконується умова (7) і l=1, то перехід t_1 повинен запуститися один раз. Тоді нові маркування позиції m – го рівня $P^{вих}$ і позиції n – го рівня $P^{вх}$ будуть визначатися за формулами:

$$M^T(P^{вих})^{(1)} = (e_1^{'}, e_2^{'}, \ldots, e_{r-1}^{'}, e_{r+1}^{'}, \ldots, e_l^{'}, \underbrace{0,\ldots,0}_{n-l+1}) \qquad (17)$$

і

$$M^T(P^{вх})^{(1)} = ({}^{'}e_1, \ldots, {}^{'}e_k, e_r^{'}, \underbrace{0,\ldots,0}_{m-k-1}). \qquad (18)$$

5. Правило ***"RI-RO"*** *(випадково прийшов-випадково вийшов)* $\overset{def}{=}$ Фішка, яка надійшла до позиції, розміщується в черзі на випадковий рівень. У разі запуску переходу вилучається фішка з випадкового рівня.

Нехай підмережа $S_{P^{вих}P^{вх}} \leftrightarrow S_{RIRO}$, яка містить вихідну позицію m – го рівня $P^{вих}$ з властивістю *"RO"* і вхідну позицію n – го рівня $P^{вх}$ з властивістю *"RI"* і початкове маркування підмережі M, задається формулами (3) і (4).

Якщо для підмережі S_{RIRO} виконується умова (7) і l=1, то перехід t_1 повинен запуститися один раз. В результаті запуску переходу фішка переміститься з *r1* рівня позиції m – го рівня $P^{вих}$ на *r2* рівень позиції n– го рівня $P^{вх}$. Тоді нові маркування позиції m – го рівня $P^{вих}$ і позиції n – го рівня $P^{вх}$ будуть визначатися за формулами:

$$M^T(P^{вих})^{(1)} = (e_1^{'}, e_2^{'}, \ldots, e_{r1-1}^{'}, e_{r1+1}^{'}, \ldots, e_l^{'}, \underbrace{0,\ldots,0}_{n-l+1}) \qquad (19)$$

і

$$M^T(P^{вх})^{(1)} = ({}^{'}e_1, \ldots, {}^{'}e_{r2-1}, e_{r1}^{'}, {}^{'}e_{r2+1}, \ldots, {}^{'}e_k, \underbrace{0,\ldots,0}_{m-k-1}). \qquad (20)$$

Приклади. Нехай пристрій складається з n вузлів (рис. 2). Монтаж пристрою проводиться в строгому порядку. Спочатку монтується 1-ий вузол, потім монтується 2-ий вузол і т. п. Демонтаж пристрою проводиться в зворотньому порядку.

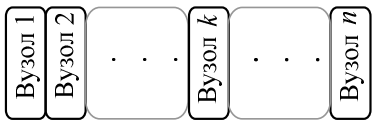

Рис. 2. Пристрій з n вузлів

Приклад 1.1. Модель монтажу пристрою з n вузлів, яка побудована за допомогою розширеної підмережі Петрі $S_м$ наведена на рис. 3.

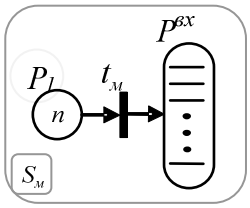

Рис. 3. Модель монтажу пристрою

В підмережі $S_м$:

- позиція P_1 моделює набір з n вузлів для монтажу пристрою;
- вхідна позиція n – го рівня $P^{вх}$, яка має властивість *"LI"* моделює пристрій;
- перехід $t_м$ моделює монтаж i–го вузла, де $1 \le i \le n$.

Приклад 1.2. Модель демонтажу пристрою $S_д$ наведена на рис. 4.

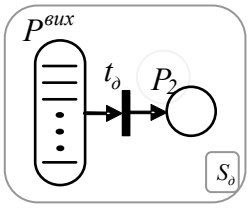

Рис. 4. Модель демонтажу пристрою

В підмережі $S_д$:

- вихідна позиція n – го рівня $P^{вих}$, яка має властивість *"RO"* моделює пристрій;
- позиція P_2 моделює демонтовані вузли;
- перехід $t_д$ моделює демонтаж i – го вузла, де $1 \le i \le n$.

Приклад 1.3. Підмережа $S_п$, яка побудована на рис. 5, моделює вихід з ладу вузла в пристрої.

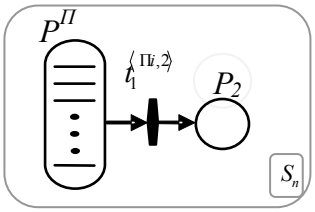

Рис. 5. Модель виходу з ладу вузла в пристрої

Вихідна позиція *n* – го рівня P^{Π}, яка має властивість *"RO"*, моделює пристрій. Позиція P_2 моделює неробочі вузли. Перехід $t_1^{\langle \Pi i,2\rangle}$ моделює вихід з ладу *i* – го вузла в пристрої, де *i* – випадкове число.

Узагальнення позиції n – го рівня. Розглянемо вхідну позицію *n* – го рівня, в якій від *1* - го рівня по *k* - ий рівень розміщено по одній і більше фішок, де $k \le n$. Інакше, вхідна позиція *n* – го рівня $P^{вх}$ задається початковим маркуванням

$$M^T(P^{вх}) = (n_1, n_2, ..., n_k, \underbrace{0,...,0}_{n-k}), \qquad (21)$$

де $n_i = 1,2,...$, для $1 \le i \le k$ і вихідну позицію *m* – го рівня, в якій від *1* - го рівня по *l* - ий рівень розміщено по одній і більше фішок, де $l \le m$. Інакше, вихідна позиція *m* – го рівня $P^{вих}$ задається початковим маркуванням

$$M^T(P^{вих}) = (m_1, m_2, ..., m_l, \underbrace{0,...,0}_{m-l}), \qquad (22)$$

де $m_j = 1,2,...$, для $1 \le j \le l$.

Якщо вхідна позиція *n* – го рівня $P^{вх}$ має властивість *"FI"*, то спочатку n_1 фішок добавляється на 1-ший рівень після 1-го запуску переходу, потім n_2 фішок добавляється на 2-ий рівень після 2-го запуску переходу і т. п.

Якщо вихідна позиція *m* – го рівня $P^{вих}$ має властивість *"FO"*, то після 1 - го запуску переходу n_1 фішок вилучається з 1-го рівня, а фішки з нижчих рівнів зміщуються на рівень вище, після 2 - го запуску переходу n_2 фішок вилучається з 1 - го рівня, а фішки з нижчих рівнів зміщуються на рівень вище і т. п.

Нехай підмережа $S_{P^{вих}P^{вх}} \leftrightarrow S_{FIFO}$, яка містить вихідну позицію *m* – го рівня $P^{вих}$ з властивістю *"FO"* і вхідну позицію *n* – го рівня $P^{вх}$ з властивістю *"FI"* і початкове маркування підмережі M, задається формулами (21) і (22).

Якщо для підмережі S_{FIFO}

$$(M^T(P^{вих}) = (m_1, m_2, ..., m_l, \underbrace{0,...,0}_{m-l})) \wedge (w(P^{вих}, t_1) = \mu) \wedge$$

$$(w(t_1, P^{вх}) \le \mu) \wedge (1 \le l \le m),$$

то перехід t_1 повинен запуститися *l* разів, де $\mu = \max\{m_1, m_2, ..., m_l\}$. В результаті запуску переходу t_1 один раз маркування підмережі M зміниться на маркування $M^{(1)}$, два рази - на маркування $M^{(2)}$,…, *l* разів - на маркування $M^{(l)}$. Тоді нові маркування позиції *m* – го рівня $P^{вих}$ і позиції *n* – го рівня $P^{вх}$ будуть визначатися за формулами:

- після 1-го запуску переходу:

$$M^T(P^{вих})^{(1)} = (m_2, m_3, ..., m_l, \underbrace{0,...,0}_{n-l+1}) \qquad (23^{(1)})$$

і

$$M^T(P^{вх})^{(1)} = (n_1, n_2, ..., n_k, m_1, \underbrace{0,...,0}_{m-k-1}), \qquad (24^{(1)})$$

- після 2-го запуску переходу:

$$M^T(P^{вих})^{(2)} = (m_3, m_4, ..., m_l, \underbrace{0,...,0}_{n-l+2}) \qquad (23^{(2)})$$

і

$$M^T(P^{вх})^{(2)} = (n_1, n_2, ..., n_k, m_1, m_2, \underbrace{0,...,0}_{m-k-2}), \qquad (24^{(2)})$$

і т. п. , після *l* запуску переходу:

$$M^T(P^{вих})^{(l)} = (\underbrace{0,...,0}_{n}) \qquad (23^{(l)})$$

і

$$M^T(P^{вх})^{(k)} = (n_1, n_2, ..., n_k, m_1, m_2, ..., m_l, \underbrace{0,...,0}_{m-k-l}). \qquad (24^{(l)})$$

Аналогічно описаному *правилу* ***"FI-FO"*** для підмережі $S_{P^{вих}P^{вх}}$ можна описати *правило* ***"LI-FO"***, *правило* ***"RI-FO"***, *правило* ***"FI-RO"*** і *правило* ***"RI-RO"*** для підмережі $S_{P^{вих}P^{вх}}$.

Приклади позиції n – го рівня: - моделювання складу поїзда, який має *n* відчепів (k_i - кількість вагонів у відчепі для $1 \le i \le n$); - моделювання складу поїзда, який має *n* маршрутних груп вагонів слідування або який має *n* груп вагонів по родах вантажів (k_i - кількість вагонів в групі для $1 \le i \le n$) і інші.

Нехай склад поїзда має *n* вагонів. За *i-1-м* вагоном складу поїзда причепляється один вагон і *j-ий* вагон, якому потрібний ремонт відчепляється від складу поїзда .

Приклад 2. Підмережа S_{Π} (рис. 6) моделює причеплення/відчеплення вагона до/від складу поїзда.

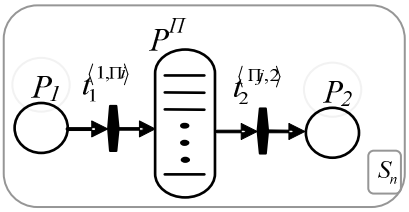

Рис. 6. Модель причеплення/відчеплення вагона

Відповідно позиція *n* – го рівня $P^{П}$, яка має властивості *"RI"* і *"RO"* моделює склад поїзда з *n* вагонів, позиція P_1 моделює вагон, який причепляється до складу поїзда, позиція P_2 моделює неробочий парк вагонів, перехід $t_1^{\langle 1,Пі\rangle}$ моделює причеплення *i* – го вагона до складу поїзда, де *i* – випадкове число, а перехід $t_2^{\langle Пj,2\rangle}$ моделює відчеплення *j* – го вагона від складу поїзда, де *j* – випадкове число.

Ще одним цікавим прикладом може бути використання правила ***"LI-FO"*** при побудові моделі ігри «Ханойська вежа». Принцип ігри полягає в наступному: ● за один хід можна переставити лише один диск з довільної осі на іншу; ● при переставленні дисків використовується правило «піраміди» - лише дозволяється класти менший диск на більший (*останній прийшов-перший вийшов).*

Висновки

1. Введені правила доступу до маркувань для вхідних і вихідних позицій *n* – го рівня: ● *Правило* ***"FI-FO"***, ● *Правило* ***"LI-FO"***, ● *Правило* ***"RI-FO"***, ● *Правило* ***"FI-RO"*** і ● *Правило* ***"RI-RO"*** розширили можливості позицій мереж Петрі.
2. Правила доступу до маркувань вхідних і вихідних позицій *n* – го рівня описані на математичній термінології, відображені за допомогою графічних інтерпретацій і проілюстровано їх застосування на прикладах.

Література

1. Селецький В.С., Федак Я.А. Про пристрої обслуговування заявок //Іформаційно – керуючі системи на залізничному транспорті. - 2001. - № 5. – С. 31 – 34.
2. Селецький В.С. Застосування математичного апарату мереж Петрі на залізничному транспорті // Залізничний транспорт України. - 2009. - № 2. – С. 3 – 6.
3. Селецький В.С. Розширення мереж Петрі. Частина І. Означення, моделі та їх математичний опис //Іформаційно – керуючі системи на залізничному транспорті. - 2011. - № 5. – С. 77 – 80.
4. Селецький В.С. Розширення мереж Петрі. Частина ІІ. Обгрунтування, властивості і аналіз //Іформаційно – керуючі системи на залізничному транспорті. - 2011. - № 6. – С. 31 – 36.

Селецкий В.С. Расширение сетей Петри. Часть IV. О маркировке сетей Петри. Рассмотрены правила доступа к маркировкам входных и выходных позиций *n*– го уровня: ● *правило "**FI-FO**"* , ● *правило "**LI-FO**"*, ● *правило "**RI-FO**"*, ● *правило "**FI-RO**"* и ● *правило "**RI-RO**",* описаны математической терминологией, отображены с помощью графических интерпретаций и на примерах обоснована их ценность.
Ключевые слова: подсеть, маркировки, правило, входная и выходная позиции *n* - го уровня, модель.

Selezkyj V. S. The expansion of Petri-nets. Part IV. Marking Petri-nets. The rules of access to marking of input and output positions of n-level: ● "***FI-FO"*** *rule,* ● "***LI-FO"*** *rule,* ● "***RI-FO"*** *rule* ● "***FI-RO"*** *rule* and ● "***RI-RO"*** *rule* have been considered. These rules have been described by means of mathematical terminology, represented by graphic interpretations and their value has been grounded by the examples.
Key words: subnetwork, marking, rule, input and output positions of n-level, model.

Рецензент д.т.н., професор Мойсеєнко В.І. (УкрДАЗТ)

Поступила 28.11.2013 р.