

УДК 62-52

ЕВСИНА Н.А., старший преподаватель,  
 ДУДНИК А.В., старший преподаватель,  
 ДОРОШЕНКО Ю.И., к.т.н., доцент (НТУ «ХПИ»)

## Робастно-оптимальное управление линейной системой

*Предлагается метод синтеза регулятора, когда полный вектор состояния недоступен измерению, а измеряется только вектор выходных переменных.*

**Ключевые слова:** робастный регулятор, уравнения Лурье-Риккати, закон управления.

### Постановка задачи

Необходимость обеспечения высокой эффективности производства, экономии ресурсов и требуемого уровня качества выпускаемой продукции в условиях неопределенности параметров технологических процессов и дрейфа их характеристик в процессе эксплуатации в больших пределах обуславливают необходимость поиска новых принципов и методов построения систем управления. Одна из основных проблем при этом состоит в построении такой системы управления, которая устойчиво функционировала бы в достаточно широкой области изменения параметров технологического процесса и устанавливаемых параметров управляющего устройства (регулятора) с учетом заданных технических и технологических ограничений.

Проблема построения робастно устойчивой системы управления в известных постановках сводятся к разработке методов определения ограничений на изменение параметров системы с заданной структурой, при которых сохраняется устойчивость. Поэтому в настоящее время для теории и практики управления особо актуальной является разработка и развитие научных положений, позволяющая увеличить потенциал робастной устойчивости проектируемой системы управления динамическими объектами с неопределенными параметрами [1]. Особое внимание на сегодняшний день уделяется робастному [2] и робастно-оптимальному [3], управлению системами, когда полный вектор состояния не доступен измерению, а измеряется только вектор выходных переменных.

Сушка капиллярно-пористых материалов является важнейшей составляющей технологического процесса, во многом определяющей качество конечного продукта, поэтому совершенствованию технологии сушки придается большое значение. Применяемые на практике режимы сушки и существующие системы

регулирования процесса сушки не обладают возможностью автоматически адаптироваться к изменяющимся во времени характеристикам агента сушки и состоянию высушиваемого материала. Одним из перспективных направлений повышения эффективности процесса конвективной сушки является разработка систем управления, имеющих обратные связи по параметрам режима процесса и текущему влажностному состоянию пиломатериалов.

Нормативные и справочные источники регламентируют применение ступенчатых режимов сушки, заданных в форме зависимости параметров сушильного агента от времени. Такой способ управления процессом сушки не позволяет получить требуемые динамические характеристики изменения влагосодержания материала во времени. Он косвенно учитывает особенности физических свойств древесины, её влажностное состояние, но не имеет обратных связей по текущему состоянию пиломатериалов в процессе сушки. Совершенствование технологического процесса сушки может быть осуществлено с переходом на управление по фактическому влажностному состоянию пиломатериалов. При этом следует отметить, что существующие средства и расчетные методы определения динамики процесса влагопереноса в древесине не позволяют решить эту задачу на качественном уровне и требуют научно-обоснованного подхода с использованием современных средств математического обеспечения.

В работе рассматриваются камеры периодического действия, которые предназначены для высококачественной сушки пиломатериалов до эксплуатационной влажности (рис. 1). Конструкция камер периодического действия должна обеспечивать создание внутри нее необходимых температурно-влажностных параметров агента сушки, выдерживать любые стандартные режимы на различных этапах сушки, высушивать пиломатериалы любых древесных пород и толщин в зависимости от качественных требований деревообрабатывающих производств.

© Н.А. Евсина, А.В. Дудник, Ю.И. Дорошенко, 2014

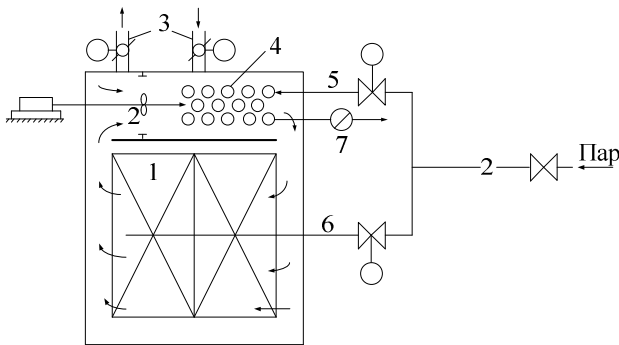


Рис. 1. Схема воздушно-паровой сушильной установки периодического действия: 1 – штабель; 2 – вентилятор; 3 – приточно-вытяжные каналы; 4 – калориферы; 5 – паровая линия (в калориферы); 6 – пропарочная линия; 7 – конденсатоотводчик

На основании исследования переходных характеристик камеры отдельно для каналов регулирования по “сухому” и “мокрому” термометрам и физических зависимостей между отдельными величинами, характеризующими процессы в камере, была предложена структурная схема, состоящая из восьми звеньев (рис. 2).

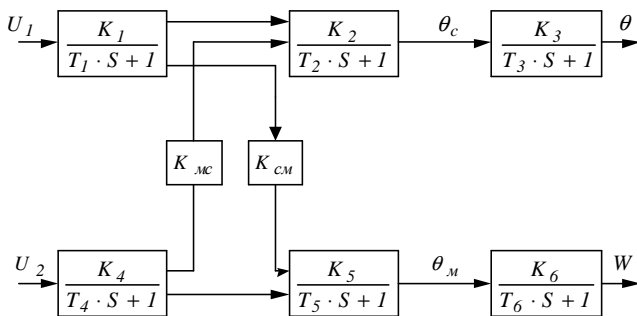


Рис. 2. Структурная схема объекта управления с двумя управляющими воздействиями:  $T_1$  – постоянная времени калорифера;  $T_2$  – постоянная времени теплообмена в камере;  $T_3$  – инерционность прогрева материала;  $T_4$  – инерционность подачи влажного пара;  $T_5$  – инерционность влагообмена в камере;  $T_6$  – инерционность увлажнения материала;  $k_1 \div k_6$  – коэффициенты передачи соответствующих звеньев;  $k_{cm}$  и  $k_{mc}$  – коэффициенты передачи безынерционных звеньев, учитывающие взаимовлияние каналов прогрева и увлажнения;  $\theta$  – температура внутри материала;  $W$  – влажность внутри материала [4]

На этой схеме управляющее воздействие  $U_1$  представляет собой количество пара, подаваемого в калориферы, расположенные в сушильной камере. Это воздействие предназначено для организации прогрева – изменения температуры воздуха в камере, т.е. “сухого” термометра  $\theta_c$ . Управляющее воздействие  $U_2$  представляет собой количество влажного пара, подаваемого непосредственно в камеру, и служит для регулирования температуры “мокрого” термометра  $\theta_m$ , т.е. влажности в камере. Величина подаваемых воздействий  $U_1$  и  $U_2$  регулируется электромагнитными задвижками, инерционностью которых можно пренебречь по сравнению с остальными инерционностями в схеме.

### Изложение основного материала исследования

Класс рассматриваемых объектов управления в общем случае описывается системой дифференциальных уравнений

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) + D(t)f(t), \quad y(t) = Lx(t), \quad x(0) = x_0 \quad (1)$$

Здесь функции  $x(t) \in \mathcal{R}^n$  – вектор состояния объекта;  $y(t) \in \mathcal{R}$  – управляемый выход объекта;  $u(t) \in \mathcal{R}$  – управляющее воздействие;  $f(t) \in \mathcal{R}$  – неизмеряемое внешнее ограниченное возмущающее воздействие;  $A(t) \in \mathcal{R}^{n \times n}$ ,  $B(t) \in \mathcal{R}^{n \times 1}$  и  $D(t) \in \mathcal{R}^{n \times 1}$  – неизвестные функциональные матрицы,  $L = [1, 0, \dots, 0]$ ,  $x_0$  – известное начальное состояние системы.

Требуется определить закон формирования сигнала  $u(t)$ , который необходим для компенсации неопределенностей объекта (1) и сигнала оптимального управления  $u_0(t)$ , обеспечивающего минимальное значение квадратичному критерию качества

$$J = \int_0^{\infty} [y^2(t)q + u_0^2(t)w] dt \quad (2)$$

с  $q \geq 0, w > 0$  – весовыми коэффициентами, выбираемыми разработчиком.

Синтез регулятора осуществляется при следующих предположениях:

1) пара  $(A, B)$  – управляема, пара  $(A, L)$  – наблюдаема;

2) выполнены условия структурного согласования:  
 $A(t) = A_n + B_n \psi^T(t)$ ,  $B(t) = B_n + B_n \vartheta(t)$  и  
 $D(t) = B_n k(t)$ , где  $A_n \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ ,  $B_n \in \mathfrak{R}^{n \times 1}$  –  
 произвольные известные номинальные матрицы,  
 $\psi(t) \in \mathfrak{R}^n$ ,  $\vartheta(t) \in \mathfrak{R}^+$ ,  $k(t) \in \mathfrak{R}$  – ограниченные  
 неизвестные вектор и функции,  $\mathfrak{R}^+$  – множество  
 положительных действительных чисел;

3) в системе управления недоступны измерению  
 производные сигналов  $y(t)$  и  $u(t)$ ;

4) для любого фиксированного параметра  $t$  объект  
 управления (1) минимально-фазовый.

Задача построения управляющего устройства  
 сначала решается для объектов, описанных  
 уравнениями (1), когда элементы матриц  $A(t)$ ,  $B(t)$   
 и  $D(t)$  постоянны.

Для номинального объекта

$$\dot{x}_n(t) = A_n x_n(t) + B_n u_0(t), \quad y_n(t) = L x_n(t), \quad x_n(0) = x_0, \quad (3)$$

полученного из (1) при отсутствии внешних и  
 параметрических возмущений, существует  
 оптимальный закон управления

$$u_0(t) = -K_0 x(t), \quad (4)$$

который минимизирует функционал (2) и делает  
 замкнутую систему (1), (4) асимптотически  
 устойчивой. При этом в (4)

$K_0 = w^{-1} B_n^T H$ ,  $H = H^T > 0$  является решением  
 матричного уравнения Лурье-Риккати  
 $A_n^T H + H A_n - w^{-1} H B_n B_n^T H = -M$ ,  $M = q L^T L$ .

Однако объект управления (1) функционирует в  
 условиях параметрических и внешних возмущений,  
 информация о которых содержится в функции

$\varphi(x, u, t) = \psi^T x(t) + \vartheta u(t) + k f(t)$ . Для выделения  
 в отдельный сигнал всех нежелательных воздействий  
 введем вспомогательный контур

$$\dot{x}_v(t) = A_0 x_v(t) + B_n u(t), \quad y_v(t) = L x_v(t), \quad x_v(0) = x_0, \quad (5)$$

где  $x_v \in \mathfrak{R}^n$  – вектор состояния;  $A_0 = A_n - B_n K_0$  и  
 составим уравнение рассогласования  
 $\varepsilon(t) = y(t) - y_v(t)$ ,  $Q_0(p)\varepsilon(t) = R_0(p)\varphi_1(x, u, t)$ .

Здесь  $Q_0(p)$  и  $R_0(p)$  – полиномы, полученные  
 при переходе от уравнений в пространстве состояния к  
 уравнениям в форме «вход-выход»;  $\deg Q_0(\lambda) = n$ ;  
 $\deg R_0(\lambda) = m$ ;  $\gamma = n - m \geq 1$ ;  $\lambda$  – комплексная  
 переменная в преобразованиях Лапласа;

$\varphi_1(x, u, t) = \varphi(x, u, t) + u_0(t)$ ;  $p = \frac{d}{dt}$  – оператор  
 дифференцирования.

Выбор закона управления

$$u(t) = -\frac{Q_0(p)}{R_0(p)} \varepsilon(t) = -\left(T_0(p) + \frac{\Delta Q_0(p)}{R_0(p)}\right) \varepsilon(t),$$

где  $\deg T_0(\lambda) = \gamma$ ,  $\deg \Delta Q_0(\lambda) = m - 1$  позволяет  
 компенсировать все неопределенности системы (1) при  
 условии доступности измерению  $\gamma$  производных  
 сигнала  $\varepsilon(t)$ .

### Выводы из данного исследования

На рис. 3 показана схема моделирования в Simulink  
 MATLAB.

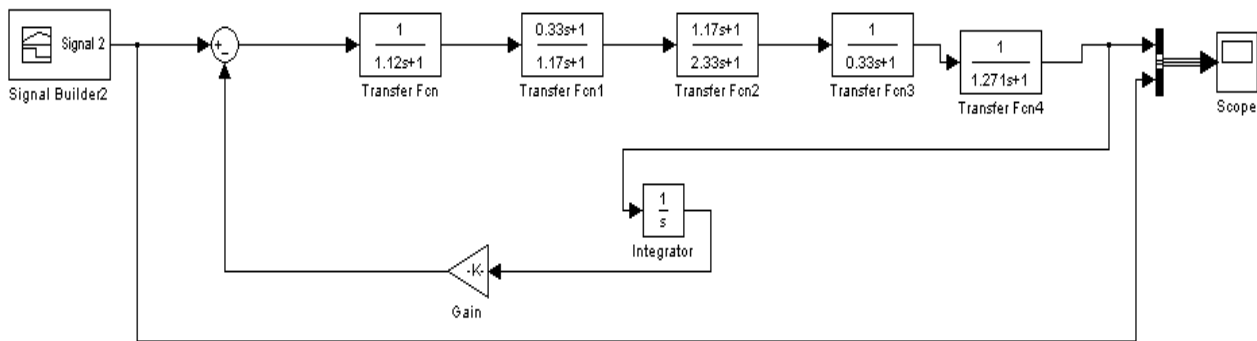


Рис. 3. Схема моделирования сушильной камеры

При моделюванні на приведеній схемі були використані параметри реальної воздушно-парової сушильної установки періодичного действия

Урал-72 [5]. Температура всередині матеріала змінюється по закону, приведенному на рис. 4.

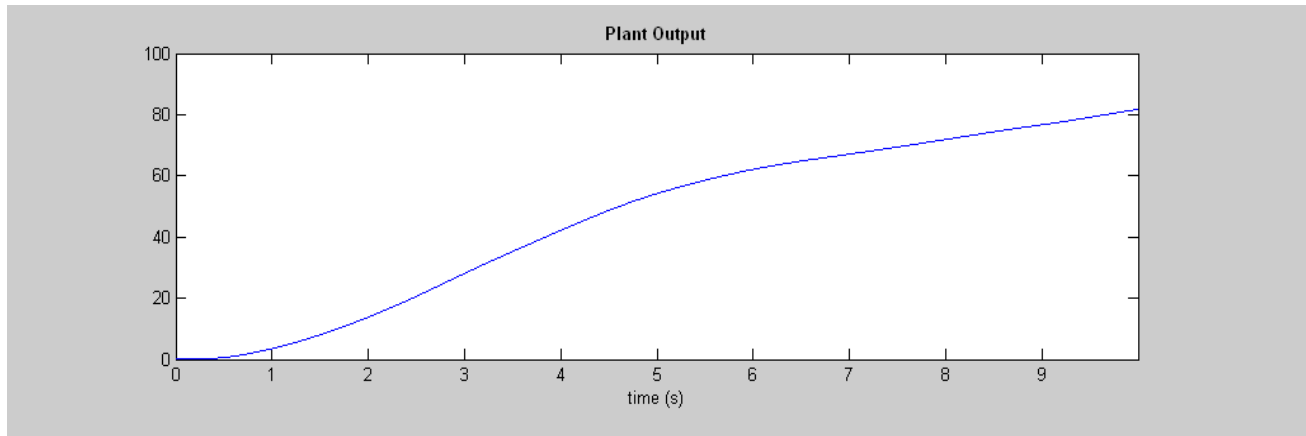


Рис. 4. Изменение температуры внутри материала при моделировании

Результаты численного моделирования показали, что максимальная относительная погрешность отклонения функционалов качества (2) для номинального (3) и реального (1) объектов исследуемого класса составляет  $\Delta J \approx 0.2\%$ . Высокая точность результатов моделирования делает целесообразным дальнейшее практическое применение результатов исследования.

#### Литература

1. Бейсенби М.А., Ержанов Б.А. Системы управления с повышенным потенциалом робастной устойчивости /Бейсенби М.А., Ержанов Б.А.// – Астана, 2002. – 164с.
2. Афанасьев В.Н. Аналитическое конструирование детерминированных непрерывных систем управления. / В.Н. Афанасьев // Учеб. пособие. – МГИЭМ. М., 2003.–122 с.
3. Фуртат И.Б., Галяув Е.Р. Робастное субоптимальное управление линейными объектами по выходу / Е.Р. Галяув, И.Б. Фуртат // Информационно-измерительные и управляющие системы. – 2010. – №8. – т.8. – С.24-31.
4. Воронов В.Г., Качанов П.А., Рогачёв А.И. Метод расчёта оптимального режима прогрева при сушке капиллярно-пористых материалов /Воронов В.Г., Качанов П.А., Рогачёв А.И. // Труды Всесоюзной научно-технической конференции “Совершенствование техники, технологии сушки сельскохозяйственных и пищевых продуктов в соответствии с продовольственной программой”.– М., 1984.– С.68 – 70.
5. Воронов В.Г., Качанов П.А., Ушакова Н.Н. и др. Идентификация энергосберегающих режимов сушки древесины в строительной индустрии – М., 1990. – 286 с.

**Євсіна Н.О., Дудник О.В., Дорошенко Ю.І. Робастно-оптимальне управління лінійною системою.** У статті пропонується метод синтезу регулятора, коли повний вектор стану не підлягає вимірюванню, а вимірюється тільки вектор вихідних змінних.

**Ключові слова:** робастний регулятор, рівняння Лур'є-Ріккати, закон управління.

**Yevsina N.A., Doudneak A.V., Doroshenko Y.I. Robust optimal control of linear system.** The method of regulator synthesis, when the full state vector can't be measured and only the output variables vector is measurable is proposed.  
**Key words:** robust control, linear system, Lurye-Riccati equation, control law.

Рецензент д.т.н., професор Рогачёв А.И. (НТУ «ХПИ»)

Поступила 21.02.2014г