

УДК 681.31

ЩЕРБАКОВА І.А., к.т.н., доцент,  
СТАСЮК А.І., д.т.н., професор (Государственный экономико-технологический университет транспорта)

## Математические модели компьютерного анализа и оптимизации стоимости электроэнергии по коммерческим тарифам с учетом затрат для изменения графика движения поездов

*Проведен анализ и сформулирована комплексная задача оптимизации коммерческой стоимости потребленной электроэнергии на тягу. Предложена математическая модель оценки материальных затрат при изменении существующего графика движения поездов с целью проведения оптимизации коммерческой стоимости потребляемой электроэнергии железнодорожным транспортом на основе тарифов дифференцированным по зонам суток.*

**Ключевые слова:** модель, процесс, оптимизация, система, стоимость.

### Постановка проблемы

Создание рынка электроэнергии, в основе функционирования которого используются различные коммерческие тарифные системы на потребляемую электроэнергию, обеспечило возможность организации цивилизованной торговли и управления энергопотреблением [1, 2]. Современная торговля электрической энергией основана на коммерческих тарифах, дифференцированных по временным зонам суток, стимулировала поиск современных методов синтеза автоматизированных компьютерных систем учета потребляемой электроэнергии, которые удовлетворяют требованиям рынка и открывают возможность проводить оптимизацию ее коммерческой стоимости путем обоснованного переноса более энергоемких технологий из пиковой или полупиковой зоны в ночную зону. При этом предприятие не только уменьшает коммерческую стоимость собственного потребления электроэнергии, но и выравнивает свой график нагрузок, что существенно влияет, в свою очередь, на выравнивание графика нагрузок единой энергосистемы и способствует улучшения качества ее функционирования. Необходимо отметить, что вопросы минимизации коммерческой стоимости потребляемой электроэнергии практически связаны с изменением технологических процессов конкретного производства, которое имеет ряд ограничений технического и технологического характера и естественно требует дополнительных материальных

затрат. Этот факт особенно проявляется в процессе минимизации коммерческой стоимости потребляемой электроэнергии на крупных предприятиях, к которым можно отнести железные дороги Украины, так как даже незначительные изменения технологических процессов перевозок приводят к существенному экономическому выигрышу. Однако, при модификации технологии производственных процессов, например на железной дороге, изменение существующего графика движения поездов, с целью минимизации коммерческой стоимости потребляемой электроэнергии на тягу, приводит к дополнительным материальным затратам. Действительно, при отправлении поездов раньше расписания возникает потребность в резерве вагонов, локомотивов, локомотивных бригад. В случае отправления поездов в более позднее время, необходимы дополнительные складские помещения для хранения груза, а также пути для стоянки поездов и др. Кроме того, имеется ряд ограничений, определяемых техническими возможностями станций, графиками приема вагонов для их дальнейшего использования и другими факторами. Очевидно, что для проведения процедур оптимизации стоимости электропотребления необходимы дополнительные исследования в области создания современных математических моделей, методов и компьютерно - ориентированных алгоритмов как для минимизации коммерческой стоимости электроэнергии, так и для определения величины затрат, необходимых при изменении технологических процессов перевозок [2]. Отметим, что процесс минимизации коммерческой стоимости электроэнергии, потребляемой железнодорожным транспортом, является сложной комплексной задачей комбинаторного типа и требует системного подхода.

© И.А. Щербакова, А.И. Стасюк, 2014

### Анализ последних исследований и публикаций

показал, что новые экономические отношения в сфере управления энергопотреблением проявляются в планомерном снижении удельного веса платы за электроэнергию в себестоимости продукции предприятия при налаженном, соответственно, коммерческом и техническом учете электроэнергии [1-4]. Создание современных компьютерных систем коммерческого учета электроэнергии является необходимым условием режима экономии энергии на промышленных предприятиях. Они позволяют сводить к минимуму участие человека в процессе сбора, обработки и передачи коммерческой информации и обеспечивают достоверный, точный, оперативный и гибкий, адаптируемый к различным тарифным системам контроль и учет электропотребления. Современные компьютерные системы учета и управления электропотреблением позволяют получить, в реальном времени, картину произвольного сегмента системы электроснабжения, а также планировать подключение различных объектов с максимальной эффективностью. Это факт представляется весьма значительным для крупных, территориально распределенных потребителей электроэнергии, таких как железнодорожный транспорт. Анализ эволюции систем электроснабжения железных дорог и компьютерных систем коммерческого управления электропотреблением позволил сделать вывод, что создание современных, взаимно – интегрированных, интеллектуальных систем управления и оптимизации электропотребления, удовлетворяющих требованиям рынка, возможно путем проведения цикла дополнительных исследований общих свойств математических моделей, описывающих процессы электроснабжения, вычислительных архитектур систем коммерческого управления, а также топологий систем электроснабжения.

### Выделение нерешенных ранее частей общей проблемы

Современная концепция инновационного преобразования инфраструктур поставки электроэнергии в первую очередь предусматривает создание единой модели, обеспечивающей взаимную интеграцию компьютерной инфраструктуры регулирования электропотреблением и системы электроснабжения для формирования всережимной системы управления, анализа, оптимизации функционирования, расширения спектра рыночных услуг и стимулирования экономического развития [2, 4]. Однако, как показывает анализ научных публикаций, разработчики современных систем коммерческого учета потребляемой электроэнергии, в большей степени уделяют внимание разработке архитектур компьютерных систем и их программному обеспечению. В то же время, вопросам оптимизации

процессов генерации, передачи и потребления электроэнергии, моделированию динамики аномальных и штатных режимов, а также надежности и качества их функционирования уделяется существенно меньше внимания. На сегодняшнем этапе, доминирующей задачей является планирование и минимизация стоимости затрат, необходимых для проведения энергоемких технологических процессов производства во время действия во временных зонах льготных коммерческих тарифов. В этих условиях объективно возрастает необходимость в повышении научного подхода не только к построению автоматизированных компьютерных систем коммерческого учета электроэнергии, но и, в особенности, разработке новых методов, обеспечивающих компьютерную оценку стоимости преобразования и формирования технологических процессов производства во временных зонах с минимальными тарифами, что и обеспечивает максимальную экономическую эффективность.

### Формулирование целей

Целью настоящей работы является разработка математических моделей и методов компьютерного анализа и оптимизации коммерческой стоимости потребляемой электроэнергии на тягу на основе тарифов, дифференцированных по временным зонам суток с учетом величины дополнительных затрат, необходимых для преобразования технологических процессов, связанных с изменением существующего графика движения поездов.

### Основной материал исследования

Для синтеза математических моделей, которые позволяют оценить стоимость изменения технологического процесса перевозок путем преобразования существующего графика движения поездов, рассмотрим участок железной дороги между двумя станциями  $S_1$  и  $S_2$ . Допустим, что поезда от станции  $S_1$  к станции  $S_2$  отправляются равномерно, начиная с 0 часов с интервалом в  $\beta_1$  часов. Это означает, что первый поезд отправляется в 0 часов, второй в  $\beta_1$  часов, а последний, в  $24 - \beta_2$  часов.

Очевидно, что количество поездов  $k$  отправляемых в интервале  $[0, 24]$  связано с  $\beta_1$  и  $\beta_2$  следующим выражением

$$\beta_1 = \frac{24 - \beta_2}{k - 1}, \quad (1)$$

где  $\beta_2$  - время поезда от станции  $S_1$  к станции  $S_2$ .

С целью определения коммерческой стоимости электроэнергии на основе тарифов дифференцированных по временным зонам

потребляемой  $k$  поездами на протяжении суток разделим интервал времени  $[0,24]$  на три зоны:  $[0,5], [5,17], [17,24]$ . Количество поездов отправляемых в интервале  $\left[0,5 - \frac{\beta_2}{2}\right]$  обозначим  $k_1$ , количество дневных поездов обозначим  $k_2$ , а количество поездов отправляемых в интервале  $\left[17 - \frac{\beta_2}{2}, 24\right]$  обозначим  $k_3$ . Количество поездов  $k_1$  и  $k_3$  назовем ночными. Обозначим  $\alpha_d, \alpha_n$  стоимость электроэнергии потребляемой одним дневным или одним ночным поездом при прохождении расстояния между станциями  $S_1$  и  $S_2$ . В этом случае, суммарная стоимость  $O_3$  потребляемой электроэнергии на протяжении суток  $k$  поездами с учетом дневных и ночных поездов определяется как

$$O_3 = \alpha_n(k_1 + k_3) + \alpha_d k_2, \quad k = k_1 + k_2 + k_3. \quad (2)$$

Поскольку цена на потребляемую энергию в ночной и полупиковой зонах существенно ниже чем в дневной зоне, то очевидно чем больше будет ночных поездов  $k_1, k_3$  тем меньше будут затраты  $O_3$  на потребляемую электроэнергию. Фактически коммерческая стоимость электроэнергии может быть существенно уменьшена путем увеличения  $k_1, k_3$  и, соответственно, уменьшения  $k_2$ , что, в свою очередь, приводит к преобразованию технологии перевозок путем изменения существующего графика движения поездов, а также дополнительным материальным затратам.

Сформируем математическую модель для оценки стоимости изменения графика расписания движения поездов и в конечном итоге минимизации  $O_3$ . Поскольку минимизация стоимости электроэнергии  $O_3$  может быть осуществлена в основном путем прямого переноса определенного количества дневных поездов  $k_2$  в ночные зоны  $\left[0,5 - \frac{\beta_2}{2}\right], \left[17 - \frac{\beta_2}{2}, 24\right]$ , то разобьем совокупность дневных поездов  $k_2$  на три вида:

$$k_2 = k_2^1 + k_2^2 + k_2^3, \quad (3)$$

где  $k_2^1$  - это количество дневных поездов  $k_2^1 \in k_2$ , которые мы хотим отправить раньше и сделать их ночными, для отправления в интервале  $\left[0,5 - \frac{\beta_2}{2}\right]$ ;

$k_2^2$  - количество поездов, которые мы хотим отправить днем  $k_2^2 \in k_2$ ;

$k_2^3$  - количество дневных поездов  $k_2^3 \in k_2$ , которые мы хотим отправить позднее в интервале  $\left[17 - \frac{\beta_2}{2}, 24\right]$ .

Построим математическую модель для определения стоимости затрат связанных с изменением графика движения при более раннем отпращивании и позднем прибытии поезда. Обозначим через  $\varepsilon$  минимальный допустимый интервал между двумя поездами. Тогда можно записать

$$k_2^1 \leq \frac{\beta_1}{\varepsilon}, \quad (4)$$

где  $k_2^1$  - количество поездов, которые можно отправить в интервале  $[(k_1 - 1)\beta_1, k_1\beta_1]$ . В этом случае  $k_2^1$  надо выбирать из условия

$$0 \leq k_2^1 \leq \min(k_2, \frac{\beta_1}{\varepsilon} - 1). \quad (5)$$

Если на основании неравенства (5) определено число  $k_2^1$ , то обозначим множество поездов  $X$ , и расположим эти поезда в порядке возрастания начальных времен отпращивания  $X = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_{k_2^1})$ . Тогда, до начала изменений в графике движения поездов  $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_{k_2^1})$  будут такие времена отпращивания

$$k_1\beta_1, (k_1 + 1)\beta_1, (k_1 + 2)\beta_1, \dots, (k_1 + k_2^1 - 1)\beta_1. \quad (6)$$

Обозначим

$$\gamma_1 = \frac{\beta_1}{k_2^1 + 1}, \quad (7)$$

тогда в измененном графике времена отпращивания для поездов  $X = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_{k_2^1})$  будут иметь вид:

$$(k_1 - 2)\beta_1 + \gamma_1, (k_1 - 2)\beta_1 + 2\gamma_1, (k_1 - 2)\beta_1 + 3\gamma_1, \dots, (k_1 - 2)\beta_1 + k_2^1\gamma_1 \quad (8)$$

Из выражения (6) и (8) следует, что поезд  $x_1$  из множества  $X$  отправляется раньше времени на величину

$$k_1\beta_1 - ((k_1 - 2)\beta_1 + \gamma_1) = 2\beta_1 - \gamma_1. \quad (9)$$

Аналогично поезд  $x_2$  из множества  $X$  отправляется раньше времени, которое можно

определить по выражению

$$(k_1 + 1)\beta_1 - ((k_1 - 2)\beta_1 + 2\gamma_1) = 3\beta_1 - 2\gamma_1. \quad (10)$$

И, наконец, поезд  $x_{k_2^1}$  из множества  $X$  отправляется раньше на время

$$(k_1 + k_2^1 - 1)\beta_1 - ((k_1 - 2)\beta_1 + k_2^1\gamma_1) = (k_2^1 + 1)\beta_1 - k_2^1\gamma_1. \quad (11)$$

Материальные затраты, связанные с изменением графика движения поездов за один час, в стоимостном выражении, при более раннем отправлении из станции  $S_1$  обозначим  $Z_0$ , а стоимость затрат, за один час, необходимых для изменения расписания поездов при более раннем прибытии на станцию  $S_2$  обозначим  $Z_p$ . Тогда общие затраты за один час составят

$$Z_1 = Z_0 + Z_p. \quad (12)$$

Согласно (9)-(11) суммарная стоимость затрат, связанных с изменением графика более раннего отправления  $k_2^1$  поездов, может быть представлена выражением

$$Z_1 = Z_1 \sum_{i=1}^{k_2^1} [(i+1)\beta_1 - i\gamma_1] = Z_1 [(3 + k_2^1)\beta_1 - (1 + k_2^1)\gamma_1] \frac{k_2^1}{2}. \quad (13)$$

Подставим (7) в (13), получим математическое выражение в компактном виде для определения суммарной стоимости затрат требуемых для изменения графика поездов

$$(k_1 + k_2^1 + k_2^2)\beta_1, (k_1 + k_2^1 + k_2^2 + 1)\beta_1, \dots, (k_1 + k_2^1 + k_2^2 + k_2^3 - 1)\beta_1. \quad (18)$$

Введем обозначение

$$\gamma_2 = \frac{\beta_1}{k_2^3 + 1} \quad (19)$$

$$(k_1 + k_2)\beta_1 + \gamma_2, (k_1 + k_2)\beta_1 + 2\gamma_2, \dots, (k_1 + k_2)\beta_1 + k_2^3\gamma_2. \quad (20)$$

В соответствии с выражением (18), (20) поезд  $u_1$  из множества  $Y$  отправляется позже на время

$$(k_1 + k_2)\beta_1 + \gamma_2 - (k_1 + k_2^1 + k_2^2)\beta_1 = k_2^3\beta_1 + \gamma_2, \quad (21)$$

$$Z_1 = \frac{3_1 k_2^1}{2} (k_2^1 + 2)\beta_1. \quad (14)$$

Поступая по аналогии, сформируем выражение для определения суммарной стоимости затрат  $Z_2$ , которые необходимы для изменения графика движения поездов при отправлении множества  $k_2^3$  дневных поездов в более позднее, ночное время, что предполагает их отправление в интервале  $[17 - \frac{\beta_2}{2}, 24]$ . Обозначим

затраты в стоимостном выражении за один час задержки отправления поезда как  $Z_{z0}$ , а затраты за один час задержки прибытия поезда соответственно -  $Z_{zp}$ . Общие затраты за один час, связанные с задержкой отправления и прибытия, составят

$$Z_2 = Z_{z0} + Z_{zp}. \quad (15)$$

Рассмотрим варианты отправления этих поездов в более узком интервале

$$[(k_1 + k_2)\beta_1, (k_1 + k_2 + 1)\beta_1]. \quad (16)$$

Значение  $k_2^3$  по аналогии с (5) определим на основании неравенства вида

$$0 \leq k_2^3 \leq \min(k_2 - k_2^1, \frac{\beta_1}{\epsilon} - 1). \quad (17)$$

Обозначим  $Y = (y_1, y_2, \dots, y_{k_2^3})$  множество поездов  $k_2^3$  и расположим в порядке возрастания их начального времени отправления  $(y_1, y_2, \dots, y_{k_2^3})$  в виде

и сформируем измененный график отправления, в котором времена отправления будут представлены как

$$(k_2^3 - 1)\beta_1 + 2\gamma_2, \quad (22)$$

а поезд  $Y_{k_2^3}$  из множества  $Y$  отправляется позже на величину соответственно

$$k_2^3 \gamma_2 + \beta_1. \quad (23)$$

Тогда суммарные затраты  $Z_2$  в связи с изменением в расписании движения поездов, которые отправляются и прибывают позже, могут быть определены выражением

$$\begin{aligned} Z_2 &= 3_2 \sum_{i=1}^{k_2^3} (k_2^3 - i + 1) \beta_1 + i \gamma_2 = \\ &= 3_2 \frac{k_2^3}{2} (1 + k_2^3) (\beta_1 + \gamma_2). \end{aligned} \quad (24)$$

Подставим (19) в (24), получим

$$Z_2 = 3_2 \frac{k_2^3}{2} (2 + k_2^3) \beta_1. \quad (25)$$

В соответствии с выражением (14) и (25) общие затраты  $Z$  в стоимостном выражении связанные с изменением графика движения при отправлении  $X$  поездов ранее и  $Y$  поездов позднее могут быть определены как

$$Z = Z_1 + Z_2 = \frac{\beta_1}{2} [3_1 k_2^1 (k_2^1 + 2) + 3_2 k_2^3 (2 + k_2^3)]. \quad (26)$$

Благодаря коммерческим тарифам на электроэнергию, дифференцированным по временным зонам суток, стоимостью потребляемой электроэнергии по новому расписанию аналогично (2) будет определяться следующим образом:

$$O_s^H = \alpha_n (k_1 + k_3 + k_2^1 + k_2^3) + \alpha_d k_2^2. \quad (27)$$

Используя (2), (26) и (27), определим разность между коммерческой стоимостью электроэнергии  $O_s$ , потребляемой  $k$  поездами в течении суток по дифференцированным тарифам, и ее стоимостью  $O_s^H$  согласно новому расписанию, включая затраты  $Z$ , требуемые для изменения существующего графика движения поездов

$$\Delta O = O_s - (Z + O_s^H) = f(\Delta O) \rightarrow \max \quad (28)$$

или в развернутом виде как

$$\Delta O = (k_2^1 + k_2^3) (\alpha_d - \alpha_n) - \frac{\beta_1}{2} [3_1 k_2^1 (k_2^1 + 2) + 3_2 k_2^3 (k_2^3 + 2)], \quad (29)$$

где  $\beta_1, 3_1, 3_2$  определяются по формулам (1), (12), (15) соответственно.

Математическая модель (29) является базовой для компьютерного анализа и определения стоимости затрат необходимых для изменения существующего расписания движения поездов на основе коммерческих тарифов на электроэнергию дифференцированным по временным зонам суток. Кроме того, модель (29) является также основой для проведения оптимизации коммерческой стоимости потребляемой электроэнергии на основе изменения существующего расписания. Действительно, поскольку известны значения величин  $\beta_2, \epsilon, 3_0, 3_p, 3_{zo}, 3_{zp}, \alpha_n, \alpha_d, k_1, k_2, k_3$ , а также заданы три временные зоны  $[0,5], [5,17], [17,24]$  временного суточного интервала  $[0,24]$ , известен также алгоритм изменения графика движения поездов, то модель (29) может быть представлена в виде  $\Delta O = f(k_2^1, k_2^3) \rightarrow \max$ . При этом задача оптимизации может быть сформулирована следующим образом. Найти величины  $k_2^1, k_2^3$ , которые удовлетворяют уравнениям и неравенствам (3), (4), (5), (7), (17), (19) при условии  $f(k_2^1, k_2^3) \rightarrow \max$ . Из изложенного можно заключить, что поставленная задача оптимизации является сложной комбинаторной с нелинейной целевой функцией и требует для своего решения комплексного подхода.

## Выводы

1. Проведен анализ существующих тарифных систем и технических средств учета потребления электроэнергии, показано, что для проведения процедур оптимизации коммерческой стоимости электропотребления с учетом затрат, необходимых при изменении технологических процессов перевозок, нужны дополнительные исследования в области создания современных математических моделей, методов и компьютерно-ориентированных алгоритмов.

2. На основе проведенного анализа предложена математическая модель для компьютерной оценки величины необходимых материальных затрат при изменении существующего графика движения поездов с целью проведения глобальной оптимизации коммерческой стоимости потребляемой электроэнергии на тягу железнодорожным транспортом на основе тарифов, дифференцированным по зонам суток. Получено ряд математических выражений, позволяющих оценить суммарные расходы, связанные как с изменением графика, так и с

учетом ограничений на технические возможности железных дорог.

3. Сформулирована комплексная задача оптимизации коммерческой стоимости потребленной электроэнергии на тягу, в основе которой заложена математическая модель преобразования перевозочного процесса путем изменения существующего графика движения поездов, базирующаяся на применении тарифов, дифференцированных по зонам суток. Показано, что поставленная задача является сложной комбинаторной с нелинейной целевой функцией.

#### Литература

1. Стогній Б.С. / Методы организации компьютерных систем коммерческого управления электрическими объектами. / Стогній Б.С., Сопель М.Ф., Стасюк А.И., Стасюк И.А.// Зб. наукових праць. Моделювання та інформаційні технології./ Випуск 15, НАН України. Інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова. Київ – 2002.- С.3-15.
2. Щербакова І.О. / Математичні моделі і комп'ютерно - орієнтовані методи оптимізації вартості електроспоживання на основі диференційованих комерційних тарифів./ Щербакова І.О., Стасюк О.І.// Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті, науково-технічний журнал, № 4, 2014 –С.35 – 40.
3. Стогній Б.С. Еволюція інтелектуальних електричних мереж та їхні перспективи в Україні / Стогній Б.С., Кириленко О.В., Праховник А.В., Денисюк С.П. //Технічна електродинаміка 2012, №5 – С. 52-66.
4. Бурдюк Т.А. Определение затрат изменения графика движения поездов на основе дифференцированных коммерческих тарифов на электроэнергию./ Бурдюк Т.А., Щербакова И.А.// Электронное моделирование 2004, Т. 26. №6 – С. 101 – 111.

**Щербакова І.А., Стасюк О.І. Математичні моделі комп'ютерного аналізу і оптимізації вартості електроенергії по комерційним тарифам з врахуванням витрат для зміни графіка руху потягів.** Проведено аналіз і сформульована комплексна задача оптимізації комерційної вартості споживаємої електроенергії на тягу. Запропонована математична модель оцінки матеріальних витрат при зміні існуючого графіку руху потягів з метою проведення оптимізації комерційної вартості споживаємої електроенергії залізничним транспортом на базі тарифів диференційованим по зонам доби.

**Ключові слова:** модель, процес, оптимізація, система, вартість.

**I. Shcherbakova, A. Stasiuk. Mathematical models of computer analysis and optimization of electricity cost according to commercial tariffs, taking into account the costs for changing train schedules.** The analysis has been conducted and complex task of consumed electricity commercial value optimization per traction has been defined. A mathematical model for evaluating material costs while changing the current train schedule for the purpose of optimizing the commercial value of electricity consumed by rail transport on the basis of tariffs differentiated by day zones.

**Key words:** model, process, optimization, system, cost.

Рецензент д.т.н., професор Тимченко Л.І. (ДЕТУТ)

*Поступила 27.05.2014г.*