

УДК 681.3

СЕЛЕЦЬКИЙ В.С., к.т.н., провідний інженер (ІОЦ Львівської залізниці)

Розширення мереж Петрі. Частина V. Можливості позицій мереж Петрі

Для розроблених означень узагальненої предикатної позиції і узагальненої предикатної позиції k – го рівня введено функції маркувань для підмережі з вхідною предикатною узагальненою позицією і вихідними елементарними позиціями і для підмережі з вхідною предикатною узагальненою позицією k – го рівня і вихідними елементарними позиціями.

Ключові слова: підмережа, початкове маркування, модель, вхідна і вихідна позиції, функція маркування.

Постановка проблеми

В статті [1] розширення можливостей позицій мережі Петрі відбувались введенням правил доступу до маркувань вхідних і вихідних позицій після запускання переходів: - *правила додавання фішок в вхідних позиціях*; - *правила вилучання фішок з вихідних позицій*.

Можливості позицій мереж Петрі значно розширюються, якщо маркування позицій задавати функціональними залежностями (наприклад рядками

$$P = P_P + P_F + P_{Pr} + P_{Pn} + P_{PnF} + P_{PnPr} = \bigcup_{i1=1}^{n1} P_{i1} + \bigcup_{i2=1}^{n2} P_{i2} + \bigcup_{i3=1}^{n3} P_{i3} + \bigcup_{i4=1}^{n4} P_{i4} + \bigcup_{i5=1}^{n5} P_{i5} + \bigcup_{i6=1}^{n6} P_{i6}$$

- скінченна, непорожня множина позицій, яка складається з P_P - підмножини простих (елементарних) позицій, з P_F - підмножини позицій з фіксованим часом затримання фішок, з P_{Pr} - підмножини простих предикатних позицій, з P_{Pn} - підмножини позицій n – го рівня, з P_{PnF} - підмножини позицій n – го рівня з фіксованим часом затримання фішок і з P_{PnPr} - підмножини предикатних позицій n – го рівня. $T = T_P + T_{Pr} = \bigcup_{i=1}^{m1} t_i + \bigcup_{j=1}^{m2} t^j$ - скінченна, непорожня множина переходів, яка складається з T_P - підмножини простих переходів і з T_{Pr} - підмножини предикатних переходів.

символів, цілими або дійсними числами, множинами, структурами, як це робиться в мовах програмування.)

Рішення проблеми

Нехай розширена мережа Петрі RN [4] задається сукупністю множин та функцій:

$$RN = (P, T, A^-, w^-, A^+, w^+, B, \bar{w}), \text{ де}$$

A^- - множина орієнтованих дуг, які з'єднують позиції з переходами - $ArcsI$ (вхідні дуги переходів): $A^- \subseteq P \times T$; w^- - функція ваги, яка призначає невід'ємне ціле число для кожної вхідної дуги $ArcsI$ мережі Петрі, $w^-: A^- \rightarrow \{0, 1, 2, \dots\}$; A^+ - множина орієнтованих дуг, які з'єднують переходи з позиціями - $ArcsO$ (вихідні дуги переходів): $A^+ \subseteq T \times P$; w^+ - функція ваги, яка призначає невід'ємне ціле число для кожної вихідної дуги $ArcsO$ мережі Петрі, $w^+: A^+ \rightarrow \{0, 1, 2, \dots\}$ і B - (можливо непорожня) множина інгібіторних дуг n – го порядку $ArcsInh$, $B \subseteq P \times T$, \bar{w} - функція ваги, яка призначає недодатне ціле число для кожної дуги $ArcsInh$ мережі Петрі, $\bar{w}: B \rightarrow \{0, -1, -2, \dots\}$, а множини $A = A^- + A^+$ і B не перетинаються: $A \cap B = \emptyset$.

Функція маркування позицій μ за означенням – це відображення P - непорожньої множини позицій в M -множину значень маркувань відповідних позицій. Інакше, $\mu: P \rightarrow M$.

Розглянемо задання функцій маркувань позицій для наступного кола розширених підмереж Петрі RN :

1. На рис. 1 наведена підмережа $S_P = \{P_i, t_k, P_j\} \subset (P_P, T_P, A^-, w^-, A^+, w^+) \subset RN$, де P_i і P_j відповідно вхідна і вихідна елементарні позиції та t_k - елементарний перехід. Підмережа S_P задається початковим маркуванням M : $\mu(P_i) = n_i > 0$ і $\mu(P_j) = m_j \geq 0$. Перехід t_k може зпрацювати тоді і тільки тоді коли $w^-(P_i, t_k) = w_{ik} > 0$, $w^+(t_k, P_j) = w_{kj} > 0$ і $n_i \geq w_{ik}$. В результаті запуску переходу t_k маркування підмережі M змінюється на нове маркування M' .

Функція маркування має вигляд

$$\mu : P \rightarrow \mathbf{N}_0, \quad (1)$$

де \mathbf{N}_0 - множина невід'ємних чисел.

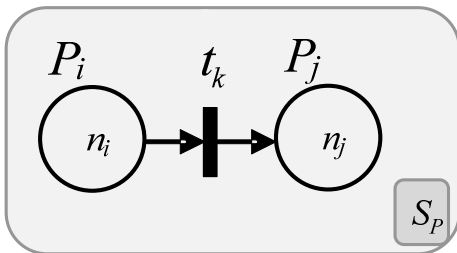


Рис. 1. Підмережа S_P

2. В підмережі

$S_{Pn} = \{P^i, t_k, P^j\} \subset (P_{Pn}, T_P, A^-, w^-, A^+, w^+) \subset RN$, яка побудована на рис. 2 використано вхідну позицію P^i n - го рівня, вихідну позицію P^j m - го рівня і перехід t_k . Підмережа S_{Pn} задається початковим маркуванням M

$$\mu(P^i) = (e_1, e_2, \dots, e_{n1}, \underbrace{0, \dots, 0}_{n-n1}), \quad (2)$$

де $n1 \leq n$, $n > 0$ і $e_{i1} = 1$ для $1 \leq i1 \leq n1$ та

$$\mu(P^j) = (e_1, e_2, \dots, e_{m1}, \underbrace{0, \dots, 0}_{m-m1}), \quad (3)$$

де $m1 \leq m$, $m \geq 0$ і $e_{j1} = 1$ для $1 \leq j1 \leq m1$.

В підмережі S_{Pn} перехід t_k може зпрацювати $n1$ разів тоді і тільки тоді коли $w^-(P^i, t_k) = w_{ik} > 0$, $w^+(t_k, P^j) = w_{kj} > 0$ і $n1 > 0$. Якщо перехід t_k запуститься $n1$ раз то маркування підмережі M зміниться на нове маркування $M^{(n1)}$.

Для підмережі S_{Pn} функція маркування задається відображенням

$$\mu : P \rightarrow (e_1, e_2, \dots, e_{r1}, \underbrace{0, \dots, 0}_{r-r1})^T, \quad (4)$$

де $r1 \leq r$, $r \geq 0$, $r = \max\{n, m\}$ і $e_i = 1$ для $1 \leq i \leq r1$.

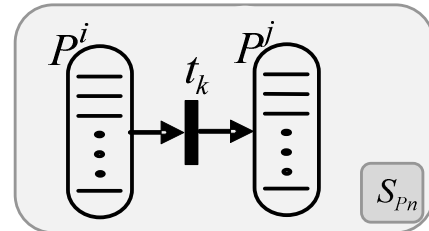


Рис. 2. Підмережа S_{Pn}

3. Підмережа

$S_F = \{P_i, t_k, P_j\} \subset (P_F, T_P, A^-, w^-, A^+, w^+) \subset RN$ наведена на рис. 3, де P_i - вхідна позиція з фіксованим часом затримання фішок, P_j - вихідна позиція фіксованим часом затримання фішок і t_k - елементарний перехід. Підмережа S_F задається початковим маркуванням M : $\mu(P_i) = n_i > 0$ і $\mu(P_j) = n_j \geq 0$ та фіксованим часом затримання фішок F : $f(P_i) = f_i$ і $f(P_j) = f_j$. Перехід t_k може зпрацювати тоді і тільки тоді коли $w^-(P_i, t_k) = w_i > 0$, $w^+(t_k, P_j) = w_j > 0$, $f \geq f_i$ і $n_i \geq w_i$. В результаті запуску переходу t_k маркування підмережі M змінюється на нове маркування M' .

Функція маркування для підмережі S_F задається формулою (1).

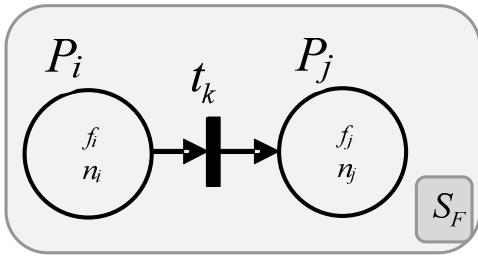


Рис. 3. Підмережа S_F

4. Підмережу

$$S_{PnF} = \{P^i, t_k, P^j\} \subset (P_{PnF}, T_P, A^-, w^-, A^+, w^+) \subset RN$$

з використанням вхідної позиції P^i n – го рівня з фіксованим часом затримання фішок, вихідної позиції P^j m – го рівня з фіксованим часом затримання фішок і переходом t_k побудовано на рис. 4. Підмережа S_{PnF}

задається початковим маркуванням M за допомогою формул (2) і (3) та фіксованим часом затримання фішок $F : f(P^i) = (f_1, \dots, f_{n1}, \underbrace{0, \dots, 0}_{n-1})$, де $f_i > 0$ для $1 \leq i \leq n1$ і $f(P^j) = (f_1, \dots, f_{m1}, \underbrace{0, \dots, 0}_{m-1})$, де $f_j > 0$

для $1 \leq j \leq m1$. В підмережі S_{PnF} перехід t_k може зпрацювати $n1$ разів тоді і тільки тоді коли $w^-(P_i, t_k) = w_i > 0$, $w^+(t_k, P_j) = w_j > 0$, $f \geq f_i$

для $1 \leq i \leq n1$ і $n1 > 0$. В результаті запуску переходу t_k $n1$ разів маркування підмережі M зміниться на нове маркування $M^{(n1)}$.

Для підмережі S_{PnF} функція маркування задається формулою (4).

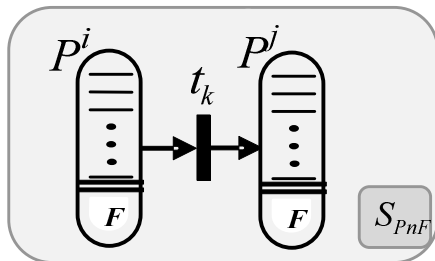


Рис. 4. Підмережа S_{PnF}

5. Підмережа

$S_{Pr2} = \{P_0, t_1, \dots, t_k, P_1, \dots, P_k\} \subset (P_P, P_{Pr2}, T_P, A^-, w^-, A^+, w^+) \subset RN$, яка наведена на рис. 5 побудована на основі вхідної

предикатної позиції P_0 , вихідних елементарних позиціях P_j для $1 \leq j \leq l$ і елементарних переходах t_j для $1 \leq j \leq l$. Підмережа S_{Pr2} (див. рис. 5) задається початковим маркуванням $M : \mu(P_0) = \langle n, m \rangle$ і $\mu(P_j) \geq 0$ для $1 \leq j \leq l$. Перехід t_j для $1 \leq j \leq l$ може зпрацювати тоді і тільки тоді коли $w^-(P_i, t_j) > 0$ для $1 \leq j \leq l$, $w^+(t_j, P_j) > 0$ для $1 \leq j \leq l$, і $j = n$. Після запуску переходу t_j маркування підмережі M змінюється на нове маркування M' .

Функція маркування має вигляд

$$\mu : P \rightarrow \{\langle n, m \rangle\}, \tag{5}$$

де $n, m \in \mathbf{N}$ – множина натуральних чисел.

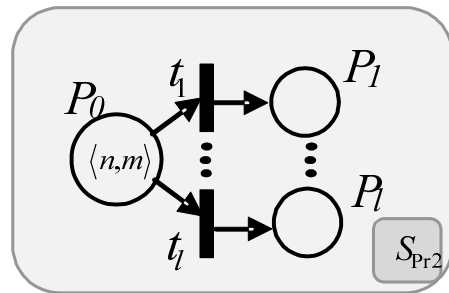


Рис. 5. Підмережа S_{Pr2}

В статті [2] розглядалась предикатна позиція, яка задавалася двома параметрами - впорядкованою парою чисел $\langle n, m \rangle$, які відповідно вказують на n -ий перехід, який повинен зпрацювати і на m фішок, які повинні вилучитись.

Введемо означення узагальненої предикатної позиції і узагальненої предикатної позиції k – го рівня.

Означення 1: Предикатна узагальнена позиція – це позиція, яка задається п'ятіркою величин $\langle n, \bar{m}, \bar{pr}, m^+, pr^+ \rangle$:

перша величина $n \in \mathbf{N}$ вказує на номер зпрацьовування переходу;

друга величина $\bar{m} \in \mathbf{N}$ вказує на кількість фішок, яка вилучається з вхідної позиції після зпрацьовання вказаного переходу t_n ;

третя величина $\bar{pr} \in U$ описує властивості фішок вхідної позиції;

четверта величина $m^+ \in \mathbb{N}$ вказує на кількість фішок, яка додається у вказану вихідну позицію P_n ;

п'ята величина $pr^+ \in U$ описує властивості фішок вказаної вихідної позиції P_n .

Множина $U = \{0, 1, 2, s\}$, де елемент "0" означає, що фішки, які вилучаються з вхідної позиції зберігають свої властивості при попаданні (добавленні) у вихідні позиції, інакше $m^+ = \bar{m}$, елемент "1" означає, що фішки, які вилучаються з вхідної позиції змінюють свої властивості при попаданні (добавленні) у вихідні позиції за допомогою функціональної залежності – аналітичної функції $m^+ = \psi(\bar{m})$, елемент "2" означає, що фішки, які вилучаються з вхідної позиції змінюють свої властивості при попаданні (добавленні) у вихідні позиції за допомогою функціональної залежності – дискретної функції $m^+ = d(\bar{m})$ і елемент "s" означає, що фішки, які додаються у вихідні позиції описуються текстовою константою s.

Означення 2: Предикатна узагальнена позиція k – го рівня – це позиція k – го рівня, в якій кожен рівень задається п'ятіркою чисел :

- ◆ 1- ший рівень $\langle n_1, \bar{m}_1, \bar{pr}_1, m_1^+, pr_1^+ \rangle$,
- ◆ 2- гий рівень $\langle n_2, \bar{m}_2, \bar{pr}_2, m_2^+, pr_2^+ \rangle, \dots$,
- ◆ k - тий рівень $\langle n_k, \bar{m}_k, \bar{pr}_k, m_k^+, pr_k^+ \rangle$.

6. Підмережа

$S_{PrU} = \{P_0, t_1, \dots, t_l, P_1, \dots, P_l\} \subset (P, P_{Pr3}, T_p, A^-, w^-, A^+, w^+) \subset RN$ (див. рис. 6) побудована на елементах підмережі S_{Pr2} крім елемента P_0 . Вхідна предикатна позиція P_0 замінена на предикатну узагальнену позицію P_0 .

$$\mu(P^0) = (\langle n_1, \bar{m}_1, \bar{pr}_1, m_1^+, pr_1^+ \rangle, \langle n_2, \bar{m}_2, \bar{pr}_2, m_2^+, pr_2^+ \rangle, \dots, \langle n_k, \bar{m}_k, \bar{pr}_k, m_k^+, pr_k^+ \rangle)^T$$

і $\mu(P_j) \geq 0$ для $1 \leq j \leq l$. В підмережі перехід t_j для $1 \leq j \leq l$ може зпрацювати k разів тоді і тільки тоді коли $w^-(P^0, t_j) > 0$ для $1 \leq j \leq l$, $w^+(t_j, P_j) > 0$ для $1 \leq j \leq l$, і $j = n_i$ для $1 \leq i \leq k$.

$$\mu : P \rightarrow \{ \langle n_1, \bar{m}_1, \bar{pr}_1, m_1^+, pr_1^+ \rangle, \langle n_2, \bar{m}_2, \bar{pr}_2, m_2^+, pr_2^+ \rangle, \dots, \langle n_k, \bar{m}_k, \bar{pr}_k, m_k^+, pr_k^+ \rangle \}^T, \quad (7)$$

де $n_i, \bar{m}_i, m_i^+ \in \mathbb{N}$ для $1 \leq i \leq k$.

Підмережа S_{PrU} задається початковим маркуванням $M : \mu(P_0) = \langle n, \bar{m}, \bar{pr}, m^+, pr^+ \rangle$ і $\mu(P_j) \geq 0$ для $1 \leq j \leq l$. Перехід t_j для $1 \leq j \leq l$ може зпрацювати тоді і тільки тоді коли $w^-(P_0, t_j) > 0$ для $1 \leq j \leq l$, $w^+(t_j, P_j) > 0$ для $1 \leq j \leq l$, і $j = n$. В результаті запуску переходу t_j маркування підмережі M змінюється на нове маркування M' .

Функція маркування має вигляд

$$\mu : P \rightarrow \{ \langle n, \bar{m}, \bar{pr}, m^+, pr^+ \rangle \}, \quad (6)$$

де $n, \bar{m}, \bar{pr}, m^+, pr^+ \in \mathbb{N}$.

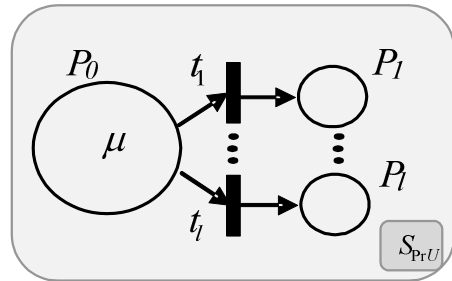


Рис. 6. Підмережа S_{PrU}

7. Підгрунття підмережі

$S_{PrkPrU} = \{P^0, t_1, \dots, t_l, P_1, \dots, P_l\} \subset (P, P_{PrkPr}, T_p, A^-, w^-, A^+, w^+) \subset RN$ (див. рис. 7) є елементи підмережі S_{PrU} , крім елемента P_0 . Вхідна предикатна узагальнена позиція P_0 замінена на предикатну узагальнену позицію k – го рівня P^0 . Підмережа S_{PrkPrU} задається початковим маркуванням M :

Після запуску переходу t_j k разів маркування підмережі M зміниться на нове маркування $M^{(k)}$.

Функція маркування має вигляд

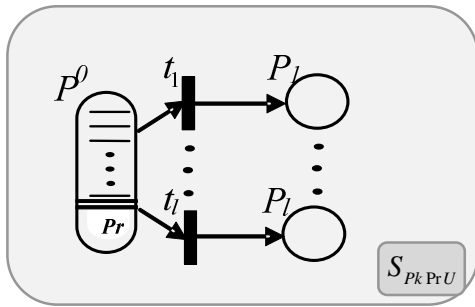


Рис. 7. Підмережа S_{PkPrU}

На конкретному прикладі проведено дослідження залежності компонентів функції маркування для підмережі S_{PkPrU} .

Приклад. Нехай підмережа S_{PkPrU} (див. рис. 7) імітує модель розпуску складу поїзда. В підмережі S_{PkPrU} :

♦ предикатна узагальнена позиція k -го рівня P^0 моделює k відчепів складу поїзда і має початкове маркування

$$\mu(P^0) = (\langle n_1, \bar{m}_1, \bar{pr}_1, m_1^+, pr_1^+ \rangle, \langle n_2, \bar{m}_2, \bar{pr}_2, m_2^+, pr_2^+ \rangle, \dots, \langle n_k, \bar{m}_k, \bar{pr}_k, m_k^+, pr_k^+ \rangle)^T,$$

де n_i для $1 \leq i \leq k$ - вказує на номер зпрацьовування переходу t_j для $1 \leq j \leq l$ (номер колії в сортувальному парку (СП) на яку поступає i -тий відчеп), \bar{m}_i - кількість вагонів в i -му відчепі, \bar{pr}_i - описує властивості фішок (рід вагонів i -того відчепу для $1 \leq i \leq k$), m_i^+ - вага брутто i -того відчепу для $1 \leq i \leq k$, pr_i^+ - особливі відмітки i -того відчепу для $1 \leq i \leq k$ (дана примітка вказує, що вагони відчепу слідуєть за кордон);

♦ перехід t_j для $1 \leq j \leq l$ моделює поступання i -того відчепу на j -ту колію СП. Позиція P_j для $1 \leq j \leq l$ моделює колію СП. Вага брутто m_i^+ складається з ваги нетто для кожного вагону відчепу і тари кожного вагону відчепу. Тара вагону визначається дискретною функцією (табличний спосіб визначення тари вагону).

Вхідні дані про склад поїзда (сортувальний листок наведений в табл. 1), який поступає в розформування на СС Львів взяті з АСК ВП УЗ-Є (автоматизована система керування вантажними перевезеннями Укрзалізниці єдина).

Таблиця 1

Сортувальний листок на склад поїзда

| | | | | | | |
|-------|------|-----|------|-----|-----|----------|
| 52516 | 3810 | 207 | 3700 | 15 | 20 | 04/05 |
| 01 | 17 | 5 | 246 | К_Р | 1 | 52580628 |
| 02 | 03 | 6 | 144 | БРН | 1 X | 56235641 |
| 03 | 09 | 15 | 412 | ЖМР | 1 | 67383281 |
| 04 | 06 | 1 | 87 | КПН | 1 | 67704122 |
| 05 | 07 | 1 | 24 | КРМ | 1 | 56055866 |
| 06 | 20 | 7 | 368 | Л-2 | 1 | 59304022 |
| 07 | 02 | 3 | 202 | Н-Д | 1 | 53772653 |
| 08 | 11 | 16 | 384 | СРН | 1 | 67316851 |
| 09 | 15 | 2 | 179 | ЯСН | 1 | 53092557 |

Початкове маркування $\mu(P^0)$, яке наведене в табл. 2, побудоване на підставі даних табл. 1.

Таблиця 2

Початкове маркування $\mu(P^0)$

| | | | | | | | | | |
|--------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| P^0 / i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| n_i , | 17 | 03 | 09 | 06 | 07 | 20 | 02 | 11 | 15 |
| \bar{m}_i | 5 | 6 | 15 | 1 | 1 | 7 | 3 | 16 | 2 |
| \bar{pr}_i | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| m_i^+ | 246 | 144 | 412 | 87 | 24 | 368 | 202 | 384 | 179 |
| pr_i^+ | 38100 | 38114 | 38114 | 38114 | 38114 | 38114 | 38114 | 38114 | 38114 |

Зауваження. За означенням предикатна позиція (предикатна позиція n -го рівня) є завжди вхідною і для неї вихідними позиціями можуть бути тільки проста

позиція, позиція з фіксованим часом затримання фішок, позиція n -го рівня і позиція n -го рівня з фіксованим часом затримання фішок.

Висновки

1. Розглянуто задання функцій маркувань позицій для наступного кола розширених підмереж Петрі:

- для підмережі з вхідною позицією n – го рівня і вихідною позицією m – го рівня;

- для підмережі з вхідною позицією з фіксованим часом затримання фішок і вихідною позицією з фіксованим часом затримання фішок;

- для підмережі з вхідною позицією n – го рівня з фіксованим часом затримання фішок і вихідною позицією m – го рівня з фіксованим часом затримання фішок;

- для підмережі з вхідною предикатною позицією і вихідними елементарними позиціями.

2.1. Введені означення узагальненої предикатної позиції і узагальненої предикатної позиції k – го рівня.

2.2. Введено функції маркувань для підмереж з вхідною предикатною узагальненою позицією і вихідними елементарними позиціями і для підмережі з вхідною предикатною узагальненою позицією k – го рівня і вихідними елементарними позиціями.

3. На прикладі відображено залежність компонентів функції маркування для розширеної підмережі з вхідною предикатною узагальненою позицією k – го рівня і вихідними елементарними позиціями.

Література

1. Селецький В.С., Федак Я.А. Про пристрої обслуговування заявок //Інформаційно – керуючі системи на залізничному транспорті. - 2001. - № 5. – С. 31 – 34.
2. Селецький В.С. Застосування математичного апарату мереж Петрі на залізничному транспорті // Залізничний транспорт України. - 2009. - № 2. – С. 3 – 6.
3. Селецький В.С. Розширення мереж Петрі. Частина I. Означення, моделі та їх математичний опис //Інформаційно – керуючі системи на залізничному транспорті. - 2011. - № 5. – С. 77 – 80.
4. Селецький В.С. Розширення мереж Петрі. Частина II. Обґрунтування, властивості і аналіз //Інформаційно – керуючі системи на залізничному транспорті. - 2011. - № 6. – С. 31 – 36.
5. Селецький В.С. Розширення мереж Петрі. Частина IV. Про маркування мереж Петрі //Інформаційно – керуючі системи на залізничному транспорті. - 2014. - №1 . – С. 17 – 22.

Селецкий В.С. Расширение сетей Петри. Часть V. Возможности позиций сетей Петри. Для разработанных определений обобщенной предикатной позиции и обобщенной предикатной позиции k - го уровня введены функции маркировок для подсети с входной предикатной обобщенной позицией и выходными элементарными позициями и для подсети с входной предикатной обобщенной позицией k - го уровня и исходными элементарными позициями.

Ключевые слова: подсеть, начальная маркировка, модель, входная и выходная позиции, функция маркировки.

Selezkyj V. S. The extension of Petri nets. Part V. Position capabilities of Petri nets. Marking functions for subnet with input predicate general position and output basic positions as well as input predicate general position of k -level and initial basic positions have been introduced for the developed determination of general predicate position and general predicate position of k -level.

Key words: subnet, the initial marking, model, input and output position, marking function.

Рецензент доктор фіз.-мат. наук, професор М. М. Зарічний (Львівський національний університет ім. І. Франка)

Поступила 30.09.2014 р.