УДК 658.012

КАТКОВА Т.И., кандидат педагогических наук, доцент (Бердянский университет менеджмента и бизнеса)

Экономико-математическая модель формирования оптимального проекта плана материально-технического развития предприятия

Рассмотрена иерархическая модель формирования плана материально-технического развития предприятия. Технология формирования плана реализуется с использованием трехэтапной процедуры: рациональное распределение средств между инвестиционными проектами, выбор наилучшего варианта плана развития и расчет оптимального объема привлекаемых средств. Предложены математические методы решения соответствующих оптимизационных задач.

Ключевые слова: *планирование, распределение ресурсов предприятия, математическая модель, оптимальное решение.*

Введение

Технико-экономическое планирование (ТЭП) является средством реализации стратегического плана материально-технического развития предприятия. Оно заключается в планировании деятельности предприятия в целом и его бизнес - единиц, определяет и организует производственно-хозяйственную деятельность предприятия по всем направлениям его деятельности в их органичном сочетании и взаимодействии.

На технологию формирования технико-экономического плана в условиях рынка распространяются те же принципы, которые присущи стратегическому планированию. Период ТЭП зависит от степени неопределенности внешней среды (чем больше степень неопределенности внешней среды, тем меньше горизонт планирования), возможностей предприятия (наличия ресурсов, возможности их адаптации, гибкого использования и т.п.) и жизненного цикла продукции.

Цель ТЭП заключается в реализации выработанной стратегии путем разработки плана развития предприятия.

Согласно [1], главными задачами ТЭП являются:

- разработка на основе выбранного «бизнес-портфеля» ассортиментно-номенклатурных планов;
- определение потребности в ресурсах (производственных мощностях, основных фондах, материальных, трудовых и финансовых ресурсов);
- обеспечение пропорционального развития имущественно-производственного комплекса предприятия;
- определение потребности в инвестициях;
- обеспечение снижения издержек производства и себестоимости выпускаемой продукции;
- обеспечение соответствующего «качества жизни» персонала предприятия (производительность труда, уровень оплаты труда, условия труда и быта, безопасность жизнедеятельности).

В международной практике план развития предприятия представляется в виде специальным образом оформленного бизнес-плана, который, по существу, представляет собой структурированное описание проекта развития предприятия. Каждому такому плану соответствует некоторая вполне определенная совокупность инвестиционных проектов, реализация которых обеспечивает выполнение проекта развития. Если проект связан с привлечением инвестиций, то он носит название «инвестиционного проекта». В наиболее общем понимании проект – это специальным образом оформленное предложение об изменении деятельности предприятия, преследующего определенную цель.

Проекты принято подразделять на тактические и стратегические. К числу последних обычно относят проекты, предусматривающие изменение формы собственности (создание арендного предприятия, акционерного общества, частного, совместного предприятия) или кардинальное изменение характера производства (выпуск новой продукции, переход к полностью автоматизированному производству и т. д.). Тактические проекты обычно связаны с изменением объемов выпускаемой продукции, повышением качества продукции, модернизацией оборудования.

Согласно [2, 3], капитальные вложения, или инвестиции, на предприятии планируются на осуществление следующих инвестиционных проектов:

- выполнение научно-исследовательских, экспериментальных, конструкторских, технологических и организационных работ;

- приобретение, демонтаж, доставка, монтаж, наладка, освоение технологического оборудования;
- освоение производства продукции и доработка опытных образцов изделия, изготовление макетов и моделей, проектирование предметов и средств труда;
- строительство и реконструкция зданий и сооружений, создание и ли аренда производственных площадей и рабочих мест, а также других элементов основных фондов, непосредственно связанных с проектом производства новых товаров;
- увеличение норматива оборотных средств, вызванное внедрением проектируемых процессов или производством продукции;
- предотвращение отрицательных социальных, экологических и других последствий, вызванных внедрением предлагаемых проектов.

Выбор проекта плана материально-технического развития (далее, проекта развития) - одна из важнейших задач стратегического планирования деятельности предприятия. В качестве меры эффективности для каждого из проектов развития естественно выбрать прибыль, получаемую от реализации проекта и зависящую от объема средств, вкладываемых в соответствующие инвестиционные проекты, и от вероятности ее получения.

Анализ публикаций

Вопросы сущности планирования на предприятии, структура планов и их классификация, методы и принципы планирования многократно, полно и подробно обсуждались в современной экономической литературе [4 – 7]. Соответствующая библиография содержит сотни наименований. В работе [8] проанализированы системы категорий и понятий, связанных с пониманием экономической природы ресурсов предприятия. В работах [9 – 14] большое внимание уделяется оптимизационным методам решения задач распределения ресурсов, сопровождающих реализацию планов деятельности предприятий. Следует отметить, что содержательный материал в известных работах изложен понятным и доступным языком, но задача выбора наиболее эффективного варианта проекта развития решается не на формальном уровне математических моделей. Таким образом, данная проблема остается недостаточно проработанной.

Задача выбора наилучшего из конкурирующих проектов развития является нетривиальной ввиду следующих обстоятельств. Во-первых, для фиксированного уровня средств, вкладываемых в проект развития, его эффективность определяется как результат решения задачи рационального распределения этих средств между инвестиционными проектами - составляющими проекта развития. Во-вторых, при изменении значений общего объема вкладываемых средств будет меняться и наилучший проект развития. В-третьих, инвестирование проекта развития в существенной мере осуществляется за счет заемных средств, причем плата за использование этих средств является нелинейной функцией величины займа. Поэтому значение чистой прибыли для каждого из проектов развития, определяемое как разность между прибылью от реализации проекта и процентами по займу, будет сложной функцией величины займа.

Поставим задачу выбора наиболее эффективного варианта проекта развития и расчета рациональной величины займа, обеспечивающего реализацию выбранного проекта.

Постановка задачи

Рассмотрим иерархическую модель формирования плана материально-технического развития

Формализация задачи. Введем следующие обозначения:

i - номер проекта развития, $i = 1,2,...,m$;

j - номер инвестиционного проекта, $j = 1,2,...,n$;

E_i - множество номеров инвестиционных проектов, используемых при реализации i-го проекта развития;

K_{ij} - объем инвестиций, вкладываемый в j-й инвестиционный проект при реализации i-го проекта развития;

$\underline{K}_i = (K_{ij})$ - вектор, задающий распределение средств между инвестиционными проектами в рамках i-го проекта развития, $j \in E_i$, $i = 1,2,...,m$;

$y(K_{ij})$ - объем выпускаемой продукции в результате реализации j-го инвестиционного проекта в рамках i-го проекта развития;

$\pi(K_{ij})$ - средняя ожидаемая прибыль от реализации j-го инвестиционного проекта в рамках i-го проекта развития;

p_{ij} - ожидаемая прибыль с единицы продукции, получаемой в результате реализации j-го инвестиционного проекта в рамках i-го проекта развития;

$D(y(K_{ij}))$ - вероятность продажи продукта j-го инвестиционного проекта в рамках i-го проекта развития в зависимости от объема выпускаемой продукции;

K_0 - общий объем средств, инвестируемых для реализации проекта развития, причем

$$\sum_{j\in E_i} K_{ij} = K_0; \qquad (1)$$

$R_i(\underline{K}_i) = \sum_{j\in E_i} \pi(K_{ij})$ - средняя ожидаемая прибыль от реализации i-го проекта развития при распределении средств, задаваемом $\underline{K}_i$;

$Q(K_0)$ - плата за привлечение заемных средств в объеме K_0;

$L_i(K_0) = R(\underline{K}_i) - Q(K_0)$ - чистая прибыль от реализации i-го проекта развития.

Теперь задача выбора рационального варианта проекта развития может быть сформулирована следующим образом: найти оптимальный объем привлекаемых средств и наилучший с точки зрения выбранного критерия вариант развития с учетом наиболее эффективного распределения средств между инвестиционными проектами в рамках выбранного проекта развития. Формальная модель этой задачи имеет вид: найти K_0^*, i_0, $\underline{K}_{i_0}^*$ такие, что

$$L_i(K_0^*) = \max_{K_0}\left\{\max_i\left\{\max_{\underline{K}_i} R(\underline{K}_i) - Q(K_0)\right\}\right\}. \qquad (2)$$

Основные результаты

В соответствии с (2) решение задачи выполняется в три этапа. На первом этапе для фиксированных K_0 и i найдем рациональное распределение средств K_0 между инвестиционными проектами в рамках i- го проекта развития. На втором этапе для фиксированного значения K_0 с учетом рационального распределения K_0 отыскивается наилучший план развития. Наконец, на третьем этапе с учетом решений, полученных на первом и втором этапе, находится оптимальное значение K_0. На рис. 1 приведена структурная схема решения задачи.

Перейдем к рассмотрению первого этапа.

Для описания зависимости $y(K_{ij})$ используем функцию

$$y(K_{ij}) = a_{ij}^{(0)} K_{ij}^{a_{ij}^{(1)}}.$$

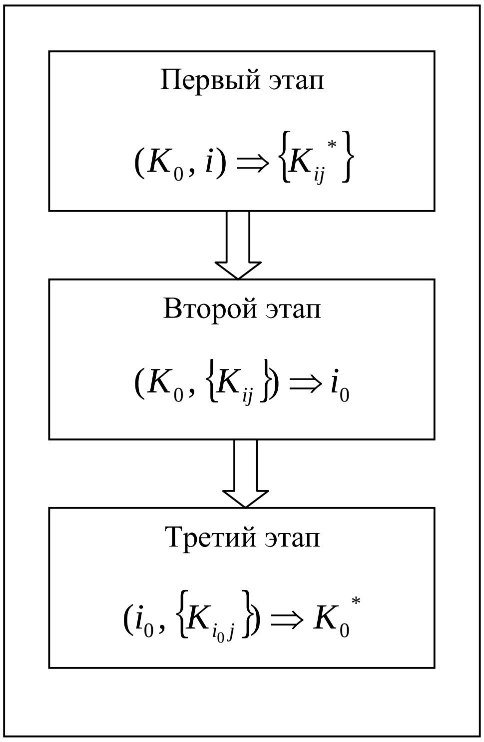

Рис. 1. Структура модели формирования оптимального плана материально – технического развития

При этом:

$$\pi(K_{ij}) = p_{ij} a_{ij}^{(0)} K_{ij}^{a_{ij}^{(1)}} D(y(K_{ij})),$$

$$a_{ij}^{(0)} > 0,\ 0 < a_{ij}^{(1)} < 1, \quad i = 1, 2, \ldots, m, \ \ j \in E_i.$$

Тогда

$$R_i(\underline{K}_i) = \sum_{j\in E_i} \pi(K_{ij}) = \sum_{j\in E_i} p_{ij} a_{ij}^{(0)} K_{ij}^{a_{ij}^{(1)}} D(y(K_{ij})).$$

Традиционно для описания зависимости вероятности продажи D от объема предлагаемого товара y используется модель

$$D(y) = e^{-by},\ b >= 0.$$

Подставляя зависимость $D(y(K_{ij}))$ в выражение $R_i(\underline{K}_i)$, получим

$$R_i(\underline{K}_i) = \sum_{j\in E_i} p_{ij} a_{ij}^{(0)} K_{ij}^{a_{ij}^{(1)}} e^{-b_{ij} a_{ij}^{(0)} K_{ij}^{a_{ij}^{(1)}}}.$$

Теперь задача сведена к максимизации $R_i(\underline{K}_i)$ при ограничении (1). Сложный характер зависимости $R_i(\underline{K}_i)$ от аргументов K_{ij} не позволяет получить решение задачи в явном виде. Однако, она может быть решена итерационно методом последовательного распределения [4]. Для обоснования возможности использования метода исследуем характер поведения функции $R_i(\underline{K}_i)$.

$$\frac{\mathrm{d}R_i(\underline{K}_i)}{dK_{ij}} = p_{ij}a_{ij}^{(0)} \cdot a_{ij}^{(1)} K_{ij}^{a_{ij}^{(1)}-1} e^{-b_{ij}a_{ij}^{(0)}K_{ij}^{a_{ij}^{(1)}}} - p_{ij}a_{ij}^{(0)} \cdot K_{ij}^{a_{ij}^{(1)}} e^{-b_{ij}a_{ij}^{(0)}K_{ij}^{a_{ij}^{(1)}}} \cdot b_{ij}a_{ij}^{(0)}a_{ij}^{(1)}K_{ij}^{a_{ij}^{(1)}-1} =$$

$$= p_{ij}a_{ij}^{(0)} \cdot a_{ij}^{(1)} K_{ij}^{a_{ij}^{(1)}-1} e^{-b_{ij}a_{ij}^{(0)}K_{ij}^{a_{ij}^{(1)}}} \left(1 - b_{ij}a_{ij}^{(0)}K_{ij}^{a_{ij}^{(1)}}\right).$$

Полученная производная положительна, если $b_{ij}a_{ij}^{(0)}K_{ij}^{a_{ij}^{(1)}} < 1$, то есть до тех пор, пока вероятность продажи $\mathrm{D}(\mathrm{y})$ с ростом объема продаж убывает не слишком сильно. Далее

$$\frac{\mathrm{d}^2R_i(\underline{K}_i)}{\left(dK_{ij}\right)^2} = p_{ij}a_{ij}^{(0)} \cdot a_{ij}^{(1)}\left(a_{ij}^{(1)}-1\right)K_{ij}^{a_{ij}^{(1)}-2} e^{-b_{ij}a_{ij}^{(0)}K_{ij}^{a_{ij}^{(1)}}} - \left(1 - b_{ij}a_{ij}^{(0)}K_{ij}^{a_{ij}^{(1)}}\right) +$$

$$+ [-\mathrm{e}^{b_{ij}a_{ij}^{(0)}K_{ij}^{a_{ij}^{(1)}}} \cdot b_{ij}a_{ij}^{(0)}a_{ij}^{(1)}K_{ij}^{a_{ij}^{(1)}-1}\left(1 - b_{ij}a_{ij}^{(0)}K_{ij}^{a_{ij}^{(1)}}\right) -$$

$$- \mathrm{e}^{b_{ij}a_{ij}^{(0)}K_{ij}^{a_{ij}^{(1)}}} \cdot b_{ij}a_{ij}^{(0)}a_{ij}^{(1)}K_{ij}^{a_{ij}^{(1)}-1}] p_{ij}a_{ij}^{(0)} \cdot a_{ij}^{(1)}K_{ij}^{a_{ij}^{(1)}-1}.$$

Оба слагаемых полученного выражения (при условии выполнения неравенства $b_{ij}a_{ij}^{(0)}K_{ij}^{a_{ij}^{(1)}} < 1$) отрицательны. Таким образом, функция $R_i(\underline{K}_i)$ с учетом знаков первой и второй производных выпукла вверх.

Итак, получена задача оптимизации аддитивной и вогнутой целевой функции с единственным линейным ограничением. Для решения этой задачи может быть использован простой итерационный алгоритм, основанный на теореме [15].

Теорема. Пусть $\left\{\mathrm{x}_\mathrm{j}^{(\mathrm{a})}\right\}$ - набор, максимизирующий

$$\Phi(\mathrm{x}) = \sum_{j=1}^{n} \varphi_j(x_j),$$

где все $\varphi_j(x_j)$ выпуклы вверх, и удовлетворяющий ограничениям:

$$\sum_{j=1}^{n} x_j^{(a)} = a, \quad x_j^{(a)} \geq 0, \quad j = 1,2,\ldots,n.$$

Тогда компоненты набора $\left\{\mathrm{x}_\mathrm{j}^{(\mathrm{b})}\right\}$, максимизирующего $\Phi(\mathrm{x})$ и удовлетворяющего ограничениям:

$$\sum_{j=1}^{n} x_j^{(b)} = b > a, \quad x_j^{(b)} \geq 0, \quad j = 1,2,\ldots,n,$$

обладают следующим свойством:

$$\mathrm{x}_\mathrm{j}^{(\mathrm{b})} \geq \mathrm{x}_\mathrm{j}^{(\mathrm{a})}, \quad j = 1,2,\ldots,n.$$

Из теоремы следует, что если $b = a + 1$ и x_j - целые, $j = 1,2,\ldots,n$, то

$$x_j^{(b)} = \begin{cases} x_j^{(a)}, & j \neq j_0, \\ x_j^{(a)} + 1, & j = j_0, \end{cases}$$

где $j_0 = \arg\max_j \{\varphi_j(x_j^{(a)} + 1) - \varphi_j(x_j^{(a)})\}$.

В соответствие с этим итерационная процедура решения задачи сводится к отысканию на каждом шаге слагаемого целевой функции $\Phi(x)$ с максимальным значением приращения и увеличению соответствующего аргумента на единицу. Процедура продолжается до тех пор, пока не будет удовлетворено ограничение на сумму переменных x_j, $j = 1,2,...,n$.

Вычислительную сложность расчета приращений на каждом шаге можно существенно упростить, воспользовавшись предположением, что на небольшом интервале практически реализуемых значений $\lfloor y\min_{ij};\ y\max_{ij} \rfloor$ функция вероятности $D(y(K_{ij}))$ ведет себя практически линейно. Тогда выражение $R_i(\underline{K}_i)$ примет вид

$$R_i(\underline{K}_i) = \sum_{j \in E_i} p_{ij} a_{ij}^{(0)} K^{a_{ij}^{(1)}} (d_{ij}^{(0)} - d_{ij}^{(1)} a_{ij}^{(0)} K_{ij}^{a_{ij}^{(1)}}) =$$
$$= \sum_{j \in E_i} p_{ij} a_{ij}^{(0)} K^{a_{ij}^{(1)}} d_{ij}^{(0)} - \sum_{j \in E_i} p_{ij} (a_{ij}^{(0)})^2 (K^{a_{ij}^{(1)}})^2 d_{ij}^{(1)}. \quad (3)$$

Значение минимального объема выпуска товара $y\min_{ij}$ определяется как минимальный объем выпуска из всех значений объемов производства отраслевых конкурентов, поскольку, как показывает практика, не имеет смысла производить меньше, чем производит самый слабый конкурент. Значение же максимально возможного объема производства $y\max_{ij}$ выбирается с учетом того, чтобы вероятность продажи этого объема была не ниже заданной. Таким образом, исходя из рис. 2, получим уравнения для расчета параметров линейной аппроксимации функции $D(y(K_{ij}))$:

$$\begin{cases} d_{ij}^{(0)} - d_{ij}^{(1)} y\min_{ij} = D_1, \\ d_{ij}^{(0)} - d_{ij}^{(1)} y\max_{ij} = D_2, \end{cases}$$

откуда

$$d^{(0)}{}_{ij} = \frac{D_{ij}^{(1)} y\max_{ij} - D_{ij}^{(2)} y\min_{ij}}{y\max_{ij} - y\min_{ij}},$$

$$d_{ij}^{(1)} = \frac{D_{ij}^{(1)} - D_{ij}^{(2)}}{y\max_{ij} - y\min_{ij}}.$$

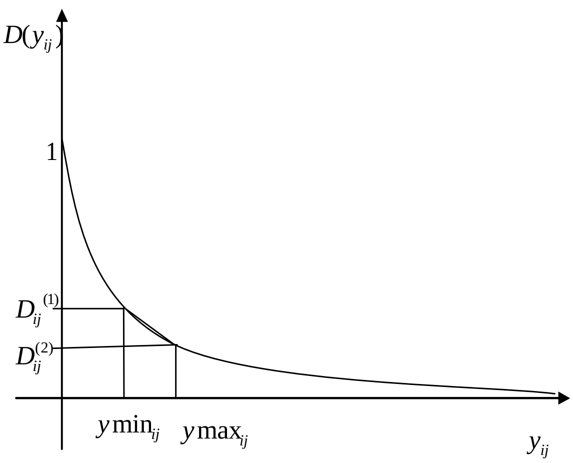

Рис. 2. Зависимость вероятности продажи от величины предложения

Другой метод решения задачи рационального распределения ресурса K_0 между инвестиционными проектами может быть реализован, если в качестве критерия выбрать функцию типа Кобба-Дугласа [16]

$$F(\underline{K}_i) F(K_{i1}, K_{i2}, ..., K_{in}) = a_i^{(0)} K_1^{a_i^{(1)}} K_2^{a_i^{(2)}} ... K_n^{a_i^{(n)}}.$$

Оптимизируем эту производственную функцию с ограничением (1).

Функция Лагранжа имеет вид

$$\Phi(\underline{K}_i, \lambda) = a_i^{(0)} K_1^{a_i^{(1)}} K_2^{a_i^{(2)}} ... K_n^{a_i^{(n)}} - \lambda \left(\sum_{j=1}^{n} K_{ij} - K_0 \right).$$

Далее имеем

$$\frac{d\Phi(\underline{K}_i,\lambda)}{dK_{ij}} = a_i^{(0)} a_i^{(j)} K_j^{a_i^{(j)}-1} \underset{l\neq j}{\Pi} K_{lj}^{a_i^{(l)}} - \lambda = \frac{a_i^{(j)} F(\underline{K}_i)}{K_{ij}} - \lambda = 0. \quad (4)$$

Отсюда

$$K_{ij} = \frac{1}{\lambda} a_i^{(j)} F(\underline{K}_i). \quad (5)$$

Подставляя полученное выражение для K_{ij} в (1), определим $\frac{1}{\lambda}$.

$$\frac{1}{\lambda}\sum_{j=1}^{n} a_i^{(j)} F(\underline{K}_i) = K_0, \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{K_0}{\sum_{j=1}^{n} a_i^{(j)} F(\underline{K}_i)}.$$

Тогда

$$K_{ij} = \frac{a_i^{(j)}}{\sum_{j=1}^{n} a_i^{(j)}} K_0, \quad j = 1,2,...,n. \quad (6)$$

Достоинство метода – явные выражения для расчета компонентов распределения. Однако, предложенная мультипликативная модель недостаточно содержательна и не всегда адекватно отражает суть вещей. Поэтому, для решения задачи оптимизации прибыли предпочтительнее применить аддитивную модель (3), поскольку она более точно описывает зависимость прибыли от объема капиталовложений.

Задача первого этапа решена. На втором этапе для выбранного и фиксированного K_0 определим наилучший проект развития.

Наиболее эффективный проект развития i_0 определяется соотношением

$$R_{i_0}(\underline{K}_{i_0}) = \max_i R_i(\underline{K}_i). \quad (7)$$

Рассчитаем прибыль от реализации проекта i_0 для заданного K_0

$$L_{i_0}(K_0) = R_{i_0}(\underline{K}_{i_0}) - Q(K_0). \quad (8)$$

Для описания нелинейной функции $Q(K_0)$ обычно используют выражение вида [17]

$$Q(K_0) = b_0(K_0 - d_0)^{b_1}, \ b_0 > 0, \ b_1 > 1, \quad (9)$$

где величина d_0 определяется с учетом величины прибыли от реализации проекта и возможностей ее реинвестирования.

Подставляя (9) в (8), имеем

$$L_{i_0}(K_0) = R_{i_0}(\underline{K}_{i_0}) - b_0(K_0 - d_0)^{b_1}. \quad (10)$$

Теперь, на третьем этапе, выполним непосредственный расчет значения K_{opt}, максимизирующего (10). Процедуру максимизации реализуем следующим образом. Прежде всего, осуществим аппроксимацию функции $R_i(\mathrm{K}_0)$. Аналитическое выражение для функции, определяющей среднюю прибыль от реализации проекта при вложении в него K_0 средств, должно соответствовать закону об убывающей эффективности [18]. Поэтому аппроксимация этой функции выражением $R_i(K_0) = \mathrm{b}_{0\mathrm{i}} K_0^{b_{1i}}$, $b_{1i} < 1$ вполне приемлема.

Теперь процедура отыскания неизвестных параметров аппроксимации реализуется с использованием метода наименьших квадратов.

Зададим набор значений привлекаемых средств $(K_{01}, K_{02}, ..., K_{0q})$. Для каждого значения K_{0s} в соответствии с описанной схемой рассчитаем максимальное значение прибыли $R(K_{0s})$ от вложения средств в размере K_{0s}.

Введем теперь функционал

$$J_i = \sum_{s=1}^{q} (b_{0i} K_{0s}^{b_{1i}} - R_i(K_{0s}))^2.$$

Непосредственная минимизация полученного выражения по переменным b_{0i}, b_{1i} приводит к системе нелинейных уравнений, решаемых только численно. Приближенное решение может быть получено путем линеаризации задачи отыскания b_{0i}, b_{1i}, обеспечивающих наибольшую в среднеквадратическом близость пар $(b_{0i} K_{0s}^{b_{1i}}, R_i(K_{0s}))$, $s = 1,2,...,N.$ Используем монотонное логарифмическое преобразование равенства $R_i(K_{0s}) = b_{0i} K_{0s}^{b_{1i}}$. При этом имеем

$$\ln R_i(K_{0s}) = \ln b_{0i} + b_{1i} \ln K_{0s} .$$

С использованием этого соотношения введем

$$I = \sum_{s=1}^{2} [\ln b_{0i} + b_{1i} \ln K_{0s} - \ln R_i(K_{0s})]^2 . \qquad (11)$$

Далее имеем:

$$H = \begin{pmatrix} 1 & \ln K_{01} \\ 1 & nK_{02} \\ . & . \\ 1 & nK_{0q} \end{pmatrix}; \; B_i = \begin{pmatrix} \ln b_{0i} \\ b_{1i} \end{pmatrix}; \; Y_i = \begin{pmatrix} \ln R_i(K_{01}) \\ \ln R_i(K_{02}) \\ . \\ \ln R_i(K_{0q}) \end{pmatrix}.$$

Тогда искомый набор b_{0i}, b_{1i}, обеспечивающий наилучшую в среднеквадратическом аппроксимацию $R_i(K_0)$, получим из соотношений:

$$\hat{B}_i = \begin{pmatrix} \ln b_{0i} \\ b_{1i} \end{pmatrix} = (H^T H)^{-1} H^T Y_i , \quad \hat{b}_{0i} = e^{\ln b_{0i}} . \qquad (12)$$

Задачу аппроксимации в соответствии с приведенной методикой решим для всех $i = 1, 2, ..., m.$

Теперь для каждого из альтернативных планов развития рассчитаем оптимальный объем привлекаемых средств с учетом наиболее эффективного распределения средств между инвестиционными проектами и платы за привлечение заемных средств. После этого простым перебором вариантов выберем наилучший проект развития.

Выводы

Таким образом, предложенная трехэтапная процедура формирования плана материально-технического развития предприятия обеспечивает отыскание наиболее эффективного проекта и оптимальный объем средств, привлекаемых для его реализации. Стержневым элементом процедуры является технология рационального распределения выделенных средств между инвестиционными проектами в рамках выбранного варианта развития. Описаны математические модели и методы решения соответствующих оптимизационных задач.

Литература

1 Зуб А.Т. Стратегический менеджмент: теория и практика [Текст] / А.Т. Зуб. – М. : Аспект Пресс, 2002. – 415 с.

2 Бланк И. А. Управление использованием капитала [Текст] / И. А. Бланк. – К. : «Ника-Центр», 2000. – 656 с.

3 Бланк И.А. Управление активами [Текст] / И. А. Бланк. – К. : «Ника-Центр», 2000. – 720 с.

4 Алексеева М. М. Планирование деятельности фирмы [Текст] / М. М. Алексеева. – М. : Финансы и статистика, 2000. – 296 с.

5 Бухалков М. Н. Внутрифирменное планирование [Текст] / М. Н. Бухалков. – М. : ИНФРА, 2003. – 314 с.

6 Van Horne J. C. Fundamentals of Financial Management [Текст] / James C. Van Horne, John M. Wachowicz Jr. - NJ : Prentice Hall, 2008. - 760 p.

7 Gordon A. Fundamentals of Investment [Текст] / A. Gordon, W. Sharpe, J. Bailey. – NJ : Prentice Hall, 2001. - 196 p.

8 Гросул, В. А. Ресурси підприємства: теоретичне осмислення сутності [Текст] / В. А. Гросул // Бізнес Інформ. - 2013. - № 7. - С. 236-242.

9 Бєлай, С. В. Оптимізація розподілу ресурсів за видами забезпечення в умовах обмеженого фінансування частин та підрозділів сил охорони правопорядку [Текст] / С. В. Бєлай // Системи озброєння і військ. техніка. - 2009. - Вип. 1. - С. 80-84.

10 Лабскер, Л. Г. Теория критериев оптимальности и экономические решения [Текст] / Л. Г. Лабскер. – М : КноРус, 2010. - 744 с.

11 Токарев, В. В. Методы оптимальных решений. Многокритериальность. Динамика. Неопределенность [Текст] / В. В. Токарев, А. В. Соколов. – М : ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 416 с.

12 Христофор, О. В. Оптимізація розподілу ресурсів у логістичних каналах збуту [Текст] / О. В. Христофор // Вісн. Вінниц. політехн. ін-ту. - 2004. - № 1. - С. 28-35.

13 Alba, Enrique. Optimization techniques for solving complex problems [Текст] / Enrique Alba, Christian Blum, Pedro Asasi, Coromoto Leon, Juan Antonio Gomez. - New York : John Wiley and Sons, 2009. - 476 p.

14 Onwubolu, Godfrey C. Emerging optimization techniques in production planning and control [Текст] / Godfrey C. Onwubolu. - London : Imperial College Press, 2002. - 632 p.

15 Раскин Л.Г. Анализ сложных систем и элементы теории оптимального управления [Текст] / Л.Г. Раскин. – М. : Сов. Радио, 1976. - 344 с.

16 Кундышева Е.С. Математические модели экономических систем [Текст] / Е.С. Кундышева. – М. : МГИЭМ, 2002. – 312 с.

17 Шелобаев С.И. Математические методы и модели в экономике, финансах, бизнесе [Текст] / С.И. Шелобаев. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2001. – 367 с.

18 Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория [Текст] : пер. с англ. / М. Интрилигатор. – М. : Айрис-Пресс, 2002. – 553 с.

Каткова Т. І. Економіко-математична модель формування оптимального проекту плану матеріально-технічного розвитку підприємства. Розглянута ієрархічна модель формування плану матеріально-технічного розвитку підприємства. Технологія формування плану реалізується з використанням триетапної процедури: раціональний розподіл коштів між інвестиційними проектами, вибір найкращого варіанту плану розвитку та розрахунок оптимального обсягу залучених коштів. Запропоновано математичні методи розв'язання відповідних оптимізаційних задач.

Ключові слова: планування, розподіл ресурсів підприємства, математична модель, оптимальне рішення.

Katkova T. I. Economic-mathematical model of the formation of optimal design of enterprise material and technical development plan. The hierarchical model of the enterprise material and technical development plan has been considered. The technique of the plan formation is implemented using a three-step procedure: the rational distribution of funds among investment projects, the choice of the best variant of the development plan and the calculation of the optimum amount of obtained funds. The mathematical methods for solving corresponding optimization problems have been proposed.

Key words: planning, distribution of the enterprise resources, mathematical model, optimal solution.

Автор - Каткова Татьяна Игоревна

Реєстраційний номер ORCID: http://orcid.org/0000-0002-1051-4262

Рецензент Раскин Л.Г., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой компьютерного мониторинга и логистики НТУ "ХПИ".

Поступила 03.11.2014г.