

УДК 513.7

Рижков Л. М. , Олійник Є. М.

ВИЗНАЧЕННЯ ОРІЄНТАЦІЇ СУПУТНИКА НА ОСНОВІ ІНФОРМАЦІЇ З GPS

Вступ

Інформація з GPS широко використовується для вирішення задач навігації, тобто для визначення положення центра мас літальних апаратів, в тому числі мікросупутників (МС), в певній системі координат. На даний час проводяться розробки з використання GPS для визначення орієнтації рухомих об'єктів [1], [2].

Стосовно МС ця задача ускладнюється тим, що GPS створювалася для використання на поверхні Землі або біля поверхні Землі. Тому проведення досліджень з використання GPS для визначення орієнтації космічних апаратів має важливе теоретичне та практичне значення.

В даному напрямку нерозв'язаною задачею є показати можливість використання даної системи орієнтації на супутнику.

Постановка задачі

Розробити алгоритм визначення кутової орієнтації МС на основі інформації з GPS, приймаючи за основу матричну методику аналізу, яка застосовується в двовекторних методах визначення орієнтації рухомих об'єктів [4].

Алгоритм визначення орієнтації МС

Алгоритм визначення кутової орієнтації МС базується на порівнянні вимірних та обчислених різниць відстаней від антен, встановлених на МС, до GPS-супутників. Це пояснено на рис. 1, де зображено дві антени (базову) та i -у антену (кількість цих антен дорівнює m).

Розділ 1. Інформаційні системи

Напрямок на кожну антену в зв'язаній з МС системі координат (ЗСК) визначимо вектором \mathbf{b}_i . Напрямок на j -й GPS-супутник в орбітальній системі координат (ОСК) задамо одиничним вектором \mathbf{s}_j . Внаслідок повороту МС у просторі буде мати різницю Δr_{ij} в відстані зображених антен до j -го GPS-супутника. Порівнюючи виміряні та обчислені різниці цих відстаней, можна знайти матрицю орієнтації.

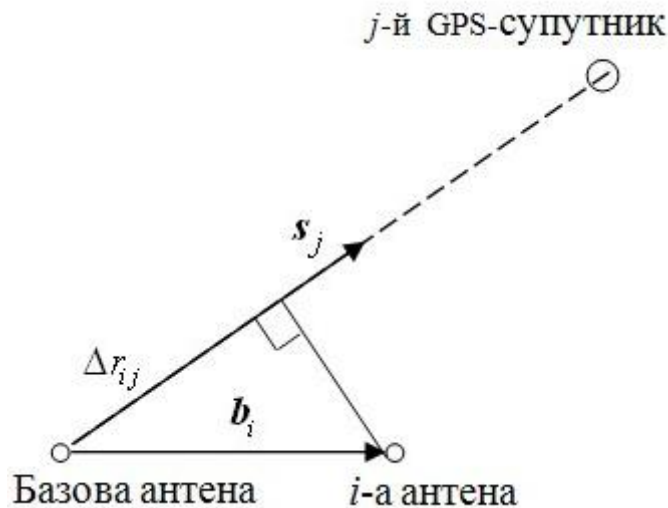


Рис. 1. Визначення кутової орієнтації МС

В ідеальному випадку маємо:

$$\Delta r_{ij} = \mathbf{b}_i^T \mathbf{A} \mathbf{s}_j, \quad (1)$$

де відстані Δr_{ij} вимірюються, а відстані $\mathbf{b}_i^T \mathbf{A} \mathbf{s}_j$ – обчислюються.

Зміст виразу (1) полягає в тому, що відстань Δr_{ij} можна розглядати як проекцію вектора \mathbf{b}_i на напрям одиничного вектора \mathbf{s}_j . А проекція деякого вектора \mathbf{u} на напрям іншого одиничного вектора \mathbf{v} дорівнює скалярному добутку цих векторів $\mathbf{u}^T \mathbf{v} = \mathbf{v}^T \mathbf{u}$ (заданих в одній системі координат). При цьому треба врахувати, що вектор \mathbf{b}_i заданий в ЗСК, а вектор \mathbf{s}_j – в ОСК. Тому в виразі (1) записаний вектор $\mathbf{A} \mathbf{s}_j$ в ЗСК.

Формулу (1) перепишемо в матричній формі

$$\mathbf{R} = \mathbf{B}^T \mathbf{A} \mathbf{S}, \quad (2)$$

$$\text{де } \mathbf{R}_{m \times n} = \begin{bmatrix} \Delta r_{11} & \Delta r_{12} & \dots & \Delta r_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Delta r_{m1} & \Delta r_{m2} & \dots & \Delta r_{mn} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{3 \times m} = [\mathbf{b}_1 \ \mathbf{b}_2 \ \dots \ \mathbf{b}_m]; \quad \mathbf{S}_{3 \times n} = [\mathbf{s}_1 \ \mathbf{s}_2 \ \dots \ \mathbf{s}_n].$$

Якщо не враховувати похибки вимірювань, то матрицю \mathbf{A} можна знайти безпосередньо з виразу (2), помножуючи спочатку цей вираз зліва

на матрицю B , а потім помножуючи отриманий вираз справа на S^T . Будемо мати

$$A = G^{-1}BRS^T N^{-1}, \quad (3)$$

де $G_{3 \times 3} = BB^T$; $N_{3 \times 3} = SS^T$.

За наявності похибок вимірювань доцільним є використання методу найменших квадратів. Задача оцінювання орієнтації з використанням критерію найменших квадратів полягає у визначенні ортогональної матриці з детермінантом +1, яка б мінімізувала функцію втрат

$$g(A) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \|\Delta r_{ij} - \mathbf{b}_i^T A \mathbf{s}_j\|^2 = \frac{1}{2} \text{tr} \left[(R - B^T A S) (R - B^T A S)^T \right]. \quad (4)$$

Більш зручно використати таку функцію втрат

$$g_1(A) = \frac{1}{2} \text{tr} \left\{ \left[G^{-1} B (R - B^T A S) \right] \left[\left[G^{-1} B (R - B^T A S) \right]^T \right] \right\}. \quad (5)$$

В цьому випадку маємо

$$\begin{aligned} L &= G^{-1} B (R - B^T A S) = G^{-1} B B^T \left[(B B^T)^{-1} B R - A S \right] = \\ &= G^{-1} B R - A S = K - A S, \end{aligned} \quad (6)$$

де $K = G^{-1} B R$.

Ми прийшли до мінімізації функції

$$g_1(A) = \frac{1}{2} \text{tr} \left[(K - A S) (K - A S)^T \right]. \quad (7)$$

Знаходимо:

$$\begin{aligned} g_1(A) &= \frac{1}{2} \text{tr} (K K^T - A S K^T - K S^T A^T + A S S^T A^T) = \\ &= \frac{1}{2} \text{tr} (K K^T + S S^T - 2 A S K^T). \end{aligned} \quad (8)$$

Тут враховано співвідношення

$$A^T A = I. \quad (9)$$

Таким чином, задача зводиться до мінімізації виразу

$$g_2(A) = \text{tr} (A S K^T). \quad (10)$$

Врахуємо обмеження (9) и приймемо функцію g у вигляді

$$g_3 = \text{tr} (A Q) - \text{tr} \left(\frac{1}{2} \Lambda (A^T A - I) \right), \quad (11)$$

де Λ – матриця (множник Лагранжа), $Q = S K^T$.

Прирівнюючи похідну g_3 по A до нуля, отримаємо:

$$Q^T - \frac{1}{2}(A\Lambda^T + A\Lambda) = 0. \quad (12)$$

Прийемо, що матриця Λ є симетричною. Тоді формула (12) набуває вигляду $Q^T - A\Lambda = 0$, звідки

$$A = Q^T \Lambda^{-1}. \quad (13)$$

Підставляючи (13) в (9), знайдемо

$$\Lambda^{-1} Q Q^T \Lambda^{-1} = I. \quad (14)$$

Тобто,

$$\Lambda = \sqrt{Q Q^T}. \quad (15)$$

Підставляючи (15) в (13), отримаємо шуканий вираз для матриці A

$$A = Q^T \left(\sqrt{Q Q^T} \right)^{-1}. \quad (16)$$

Покажемо, що за відсутності похибок формула (16) набуває вигляду (3). Для цього розглянемо вираз

$$Q Q^T = S K^T K S^T = S (A S)^T A S S^T = S S^T A^T A S S^T = N^2.$$

Тоді формулу (16) можна записати так

$$A = K S^T N^{-1} = G^{-1} B R S^T N^{-1}.$$

Цей вираз збігається з формулою (3).

Таким чином, за формулою (16) можна перевіряти дієвість визначення кутів орієнтації на основі інформації з GPS. Аналіз впливу похибок вимірювань можна здійснювати заміною матриці R на матрицю $R_1 = H R$, або на матрицю $R_1 = R + \Delta R$, де матриці H та ΔR задають похибки вимірювань.

Числове моделювання алгоритму

Для моделювання роботи алгоритму було розроблено алгоритм у середовищі MATLAB. Для визначення орієнтації в алгоритмі використовувались три приймачі та три супутники GPS. Антени розташовані в вершинах рівностороннього трикутника із сторонами 1 м. Задані були наступні тестові значення: кут курсу 180^0 , кут крену 0^0 , кут тангажу 0^0 .

Після моделювання були отримані наступні дані для похибок вимірювання кутів орієнтації.

Приймач СНС працював в диференційному режимі і давав похибку вимірювань в каналі псевдовідстаней 0,3 м, а в каналі фази несучої 4 мм.

Були отримані наступні результати:

1. Усереднені значення для першого тесту:

кут курсу – $180^{\circ} 42,5'$

кут крену – $0^{\circ} 52,6'$

кут тангажу – $-0^{\circ} 33,1'$.

2. Усереднені значення для другого тесту:

кут курсу – $181^{\circ} 36,5'$

кут крену – $1^{\circ} 34,2'$

кут тангажу – $-0^{\circ} 28,0'$

Середні значення похибок відповідно становлять: $0,282^{\circ} 1,234^{\circ} 0,851^{\circ}$.

Бачимо, що навіть при використанні дешевих приймачів (CH-3700) на базі 1 м в диференційному режимі можливо отримати достатньо високу точність визначення орієнтації. Для підвищення точності бажано збільшувати базу, але при цьому ускладнюється конструкція МС.

Висновки

Розроблено алгоритм та програмне забезпечення в середовищі MATLAB для визначення орієнтації МС на основі даних з GPS. Точність визначення орієнтації залежить, в першу чергу, від точності приймачів та точності розміщення антен. Виконане моделювання підтвердило можливість використання дешевих приймачів (CH-3700) на базі 1 м, в диференційному режимі. Підвищення точності можливе за рахунок використання більш точних приймачів, але це призводить до значного підвищення ціни системи визначення орієнтації.

Список використаної літератури

1. *Abousalem, M. A.* (1993): Development of Robust GPS Kinematic Positioning Module For Automatic Vehicle Location and Navigation Systems, M.Sc. Thesis,
2. Department of Geomatics Engineering, University of Calgary, Alberta, Canada. *Adams, J.R.* (1987): 'Step by Step' Least Squares Estimation, Papers for the CISM Adjustment and Analysis Seminars, The Canadian Institute of Surveying and Mapping, 1987.
3. *Axelrad, P., and L. M. Ward* (1994): On-Orbit GPS Based Attitude & Antenna Baseline Estimation, Proceedings of the 1994 National Technical Meeting, The Institute of Navigation, San Diego, California, January 24-26, 1994.
4. *Brown, A. K, W. M. Bowles, T. P. Thorvaldsen* (1982): Interferometric Attitude Determination Using the Global Positioning System: A New Gyrotheodolite, Proceedings of the Third Geodetic Symposium on Satellite Doppler Positioning, Las Cruces, New Mexico, February, 1982.

Розділ 1. Інформаційні системи

5. *Brown, R. A., and A. G. Evans (1990): GPS Pointing System Performance, Proceedings of the Third International Technical Meeting of The Satellite Division of The Institute of Navigation, GPS-90, Colorado Springs, Colorado, September 19-21, 1990.*
6. *Brown, R. (1992): Instantaneous GPS Attitude Determination, Proceedings of IEEE Position Location and Navigation Symposium, PLANS '92, Monterey, California, March, 1992.*