

УДК 533.69.048

DOI: <http://dx.doi.org/10.20535/2219-380412201551164>

**Панов Є. М.**<sup>1</sup>, професор, д.т.н., **Карвацький А. Я.**<sup>2</sup>, професор, д.т.н.,  
**Лелека С. В.**<sup>3</sup>, асистент, к.т.н., **Лазарев Т. В.**<sup>4</sup>, аспірант,  
**Педченко А. Ю.**<sup>5</sup>, аспірант

---

<sup>1</sup> Національний технічний університет України "КПІ",  
кафедра хімічного, полімерного і силікатного машинобудування

<sup>2</sup> Національний технічний університет України "КПІ",  
кафедра хімічного, полімерного і силікатного машинобудування

<sup>3</sup> Національний технічний університет України "КПІ",  
кафедра хімічного, полімерного і силікатного машинобудування

<sup>4</sup> Національний технічний університет України "КПІ", інженерно-хімічний факультет

<sup>5</sup> Національний технічний університет України "КПІ", інженерно-хімічний факультет

**ЧИСЛОВИЙ АНАЛІЗ ДВОВИМІРНОЇ ЗАДАЧІ НАДЗВУКОВИХ  
ВЗАЄМОДІЙ СТРИБКА УЩІЛЬНЕННЯ З ПОГРАНИЧНИМ  
ШАРОМ**

**En** The results of numeric modeling of the nature of supersonic turbulent flows interaction in the field of inclined from the windward side plane of the step for the canting angle  $\beta = 8, 25, 90^\circ$  and Mach numbers  $M_\infty = 2,9, 2,94$ . The Navier-Stokes equations averaged by Reynolds with the usage of turbulent model were used as a mathematical model  $k-\omega$  SST for viscous compressed environment. Comparative analysis of the pressure distribution and surface friction with gained experimental data was held.

**Ru** Приведены результаты численного моделирования характера взаимодействий сверхзвуковых турбулентных течений на наклонном участке с наветренной грани ступеньки для угла наклона относительно горизонта  $\beta = 8, 25, 90^\circ$  та чисел Маха  $M_\infty = 2,9, 2,94$ . В качестве математической модели использованы усредненные за Рейнольдсом уравнения Навье-Стокса с использованием модели турбулентности  $k-\omega$  SST для вязкой сжимаемого среды. Проведен сравнительный анализ распределения давления и поверхностного трения с имеющимися экспериментальными данными

**Вступ**

Сучасне конструювання надзвукових літальних апаратів (ЛА) потребує засобів числового моделювання, що дозволяють максимально точно й в короткий термін провести аналіз конструкції та передбачити аеротермодинамічні характеристики апарату. Особливий інтерес поряд із комерційними засобами обчислювальної газодинаміки для вирішення представленої задачі є вільні програмні продукти [1-2].

Процеси, що мають місце в надзвукових течіях досліджуються вже протягом тривалого часу, що пов'язано з недостатньою вивченістю багатьох їхніх особливостей, зумовлених, зокрема, формуванням пограничних турбулентних шарів.

Серед усіх видів взаємодій, що виникають при надзвукових швидкостях, взаємодії стрибка ущільнення (ударної хвилі) з турбулентним пограничним шаром, що формуються в присутності геометричної конфігурації типу прямої, нахиленої й оберненої сходинки являються найбільш розповсюдженими. Подібну геометричну форму можна знайти в таких частин ЛА, як повітрозбірник, камера згорання, сопло, носова частина тощо.

Моделювання обтікання надзвуковим потоком сходинки, нахиленої під певним кутом до горизонту, являється основним способом верифікації засобів обчислювальної гідродинаміки для прикладу взаємодій стрибка ущільнення з пограничним шаром. Такі взаємодії є поширеними при надзвукових польотах і характеризуються відривом пограничного шару,

значним нагріванням стінки, сильними градієнтами тиску, а це істотно впливає на аеротермодинамічні характеристики ЛА, зокрема, виникнення пікових статичних і динамічних навантажень, зростання енергетичних втрат, зниження ефективності органів управління [3].

Однією з сучасних тенденцій розробки надзвукових ЛА являється вирішення такої актуальної проблеми як вдосконалення методів комп'ютерного інжинірингу для розв'язання задач, пов'язаних із моделюванням обтікання набігаючого надзвукового потоку на конструкцію складної конфігурації із дослідженням взаємодій ударна хвиля – пограничний шар та інтерференцій конфігурацій, що виникають при ударно-ударних явищах.

### **Аналіз попередніх досліджень**

Числові дослідження процесів, що протікають під час взаємодій стрибка ущільнення з пограничним шаром мають першочергове значення для розрахунку аеротермодинамічних характеристик ЛА методами комп'ютерного інжинірингу. Даній проблемі присвячені роботи [4, 5], де наведено результати числового моделювання двовимірних течій із значними градієнтами тиску в широкому діапазоні параметрів набігаючого потоку та інтенсивності збурюючих факторів. Зокрема, досліджується структура турбулентного пограничного шару при його проходженні через одиночний стрибок ущільнення і систему стрибків ущільнення різної інтенсивності, розташованих на фіксованій відстані один від одного.

В роботі [6] наводяться результати прямого числового моделювання обтікання надзвуковим потоком оберненої, нахиленої до горизонту під кутом  $25^\circ$ , сходинок. Виявлено, що зі збільшенням числа Рейнольдса, лінія приєднання переміщається вгору та зменшується величина відривної зони. За високих чисел Рейнольдса після приєднання потоку коефіцієнт тертя набуває значної величини, а потік з меншими числами Рейнольдса показує вищі значення коефіцієнта тертя у зоні приєднання.

Значний об'єм роботи був проведений та описаний в статті [7]. Розглянуто такі задачі, як обтікання надзвуковим потоком прямої та нахиленої сходинок, одинарної та подвійної клиновидної надбудови. Приведено результати числових досліджень обтікання повітряним потоком нахиленої сходинок в широкому діапазоні кута нахилу за числа Маха  $M = 4$ .

Проведені в роботах [8–10] дослідження показали сильну залежність результатів розрахунків відривних течій як від особливостей числового алгоритму, так і від параметрів моделі турбулентності. Показано, що інтенсивність відривної течії в пограничному шарі визначається кутом нахилу сходинок.

### Постановка задачі

Метою статті є аналіз ефективності та перспектив застосування засобів вільного програмного забезпечення для проведення числового моделювання надзвукового обтікання елементів конструкції ЛА та знаходження визначальних аеротермодинамічних характеристик.

### Математична модель надзвукового обтікання ЛА

Найбільшого поширення для розв'язання задач газодинаміки здобули моделі турбулентності, побудовані на системі осереднених за Рейнольдсом рівнянь Нав'є-Стокса (*RANS – Reynolds-averaged Navier–Stokes*). Відповідно до цього неусталені в часі процеси, викликані турбулентними явищами, усереднюються та описуються за допомогою напівемпіричних моделей. Однак вибір моделі турбулентності сильно залежить від особливостей потоку [11].

Для числового моделювання взаємодій між стрибком ущільнення і пограничним шаром при надзвуковому обтіканні елементів ЛА найбільшого поширення дістали моделі турбулентності  $k-\varepsilon$  *Lauder* [12],  $k-\omega$  *Wilcox* [13] та  $k-\omega$  *SST Menter* [14]. В моделі  $k-\omega$  *SST* залежно від значення параметра  $y^+$  застосовується  $k-\omega$  в пристінних областях, а для потоку вдалині від стінок –  $k-\varepsilon$ . Хоча жодна з моделей не може вважатися універсальною, проте велика кількість авторів відзначають, що  $k-\omega$  *SST* прогнозує більш точні результати для випадку складної надзвукової течії [11, 15, 16].

Математичне формулювання задачі надзвукового обтікання ЛА на прикладі моделі турбулентності  $k-\omega$  *SST* для в'язкого середовища [3, 14, 16] має вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho} \tilde{\mathbf{v}}) = 0; \\ \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{\mathbf{v}})}{\partial t} + (\bar{\rho} \tilde{\mathbf{v}} \cdot \nabla) \tilde{\mathbf{v}} = -\nabla \bar{p} + \nabla \cdot \bar{\boldsymbol{\tau}}_{eff}; \\ \frac{\partial (\bar{\rho} k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho} k \tilde{\mathbf{v}}) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + \tilde{G}_k - Y_k + S_k; \\ \frac{\partial (\bar{\rho} \omega)}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho} \omega \tilde{\mathbf{v}}) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \nabla \omega \right] + G_\omega - Y_\omega + D_\omega + S_\omega; \\ \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{E})}{\partial t} + \nabla \cdot \tilde{\mathbf{v}} (\bar{\rho} \tilde{E} + \bar{p}) = \nabla \cdot \left[ \left( \lambda + \frac{c_p \mu_t}{Pr_t} \right) \nabla \tilde{T} \right] + \nabla \tilde{\mathbf{v}} : \bar{\boldsymbol{\tau}}_{eff} + q_v; \\ \bar{p} = \bar{\rho} R \tilde{T}, \end{array} \right. \quad (1)$$

## Розділ 2. Механіка

де  $\bar{\rho}$  – густина, осереднена за Рейнольдсом, кг/м<sup>3</sup>;  $t$  – час, с;

$\nabla$  – оператор Гамільтона, м<sup>-1</sup>;  $\tilde{\mathbf{v}}$  – вектор швидкості, осереднений за Фавром, м/с;  $\bar{p}$  – тиск, осереднений за Рейнольдсом, Па;  $k$  – турбулентна кінетична енергія, Дж/кг;  $\omega$  – відносна швидкість дисипації кінетичної енергії турбулентності, с<sup>-1</sup>;  $\mu$  – динамічна в'язкість, Па·с;

$$\mu_t = \frac{\bar{\rho}k}{\omega} \frac{1}{\max\left[\frac{1}{\alpha^*}, \frac{SF_2}{a_1\omega}\right]} - \text{турбулентна в'язкість, Па·с;}$$

$$\sigma_k = \frac{1}{F_1/\sigma_{k,1} + (1-F_1)/\sigma_{k,2}}; \quad \sigma_\omega = \frac{1}{F_1/\sigma_{\omega,1} + (1-F_1)/\sigma_{\omega,2}};$$

$\alpha^*$  – коефіцієнт ослаблення  $\mu_t$  для малих чисел Рейнольдса,

$$\alpha^* = \alpha_\infty^* \left( \frac{\alpha_0^* + \text{Re}_t / R_k}{1 + \text{Re}_t / R_k} \right), \quad \text{Re}_t = \frac{\bar{\rho}k}{\mu\omega}, \quad \alpha_0^* = \frac{\beta_i}{3},$$

а для великих чисел Рейнольдса  $\alpha^* = \alpha_\infty^* = 1$ ;  $S = \sqrt{2\mathbf{S}:\mathbf{S}}$  – модуль тензора середньої швидкості деформації, с<sup>-1</sup>;

$$F_1 = \tanh(\Phi_1^4); \quad \Phi_1 = \min\left[\max\left(\frac{\sqrt{k}}{0,09y\omega}, \frac{500\mu}{\bar{\rho}y^2\omega}\right), \frac{4\bar{\rho}k}{\sigma_{\omega,2}D_\omega^+y^2}\right];$$

$$D_\omega^+ = \max\left[2\bar{\rho}\frac{\nabla k \cdot \nabla \omega}{\sigma_{\omega,2}\omega}, 10^{-10}\right]; \quad F_2 = \tanh(\Phi_2^2); \quad \Phi_2 = \max\left[\frac{2\sqrt{k}}{0,09y\omega}, \frac{500\mu}{\bar{\rho}y^2\omega}\right];$$

$y$  – відстань до наступної поверхні, м;  $\tilde{G}_k = \min(G_k, 10\bar{\rho}\beta^*k\omega)$  – джерельний член для  $k$ , Вт/м<sup>3</sup>;  $G_k = \mu_t S^2$ ;

$$G_\omega = \frac{\alpha}{\nu_t} \tilde{G}_k - \text{джерельний член для } \omega, \text{ кг}/(\text{м}^3 \cdot \text{с}^2);$$

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2}(\nabla\tilde{\mathbf{v}} + \tilde{\mathbf{v}}\nabla) - \text{тензор швидкості деформації, с}^{-1};$$

$$\nu_t = \frac{\mu_t}{\bar{\rho}} - \text{кінематична турбулентна в'язкість, м}^2/\text{с};$$

$$\alpha = \frac{\alpha_\infty}{\alpha^*} \left( \frac{\alpha_0 + \text{Re}_t / R_\omega}{1 + \text{Re}_t / R_\omega} \right); \quad \alpha_\infty = F_1\alpha_{\infty,1} + (1-F_1)\alpha_{\infty,2}; \quad \alpha_{\infty,1} = \frac{\beta_{i,1}}{\beta_\infty^*} - \frac{\kappa^2}{\sigma_{\omega,1}\sqrt{\beta_\infty^*}};$$

$$\alpha_{\infty,2} = \frac{\beta_{i,2}}{\beta_\infty^*} - \frac{\kappa^2}{\sigma_{\omega,2}\sqrt{\beta_\infty^*}}; \quad Y_k = \bar{\rho}\beta^*k\omega - \text{дисипативний член для } k, \text{ Вт}/\text{м}^3;$$

$$\beta^* = \beta_i^* [1 + \xi^* F(M_t)]; F(M_t) = \begin{cases} 0 & M_t \leq M_{t0}; \\ M_t^2 - M_{t0}^2 & M_t > M_{t0}; \end{cases} \text{ – функція стисливості}$$

середовища, яка використовується для корекції стисливості;

$$M_t^2 = \frac{2k}{a^2} \text{ – турбулентне число Маха, } a = \sqrt{\gamma R \tilde{T}} \text{ – локальна швидкість}$$

$$\text{звуку, м/с; } \gamma \text{ – показник адіабати; } \beta_i^* = \beta_\infty^* \left[ \frac{4/15 + (Re_t/R_\beta)^4}{1 + (Re_t/R_\beta)^4} \right];$$

$$Y_\omega = \bar{\rho} \beta \omega^2 \text{ – дисипативний член для } \omega, \text{ кг/(м}^3 \cdot \text{с}^2); \beta = \beta_i \left[ 1 - \frac{\beta_i^*}{\beta_i} \xi_i F(M_t) \right];$$

$$\beta_i = F_1 \beta_{i,1} + (1 - F_1) \beta_{i,2}; D_\omega = 2(1 - F_1) \bar{\rho} \frac{\nabla k \cdot \nabla \omega}{\sigma_{\omega,2} \omega} \text{ – член, що враховує}$$

перехресну дифузію, кг/(м<sup>3</sup>·с<sup>2</sup>);  $S_k, S_\omega$  – джерельні члени для рівнянь  $k$

$$\text{(Вт/м}^3) \text{ і } \omega \text{ (кг/(м}^3 \cdot \text{с}^2)), \text{ відповідно; } \tilde{E} = \tilde{h} - \frac{\bar{p}}{\bar{\rho}} + \frac{\tilde{\mathbf{v}} \cdot \tilde{\mathbf{v}}}{2} \text{ – масова повна енергія,}$$

$$\text{Дж/кг; } \tilde{h} = \int_{T_0}^{\tilde{T}} c_p dT \text{ – масова ентальпія, Дж/кг; } c_p \text{ – масова ізобарна}$$

теплоємність, Дж/(кг·К);  $Pr_t$  – турбулентне число Прандтля;

$$\bar{\boldsymbol{\tau}}_{eff} = (\mu + \mu_t) \left[ \nabla \tilde{\mathbf{v}} + \tilde{\mathbf{v}} \nabla - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \tilde{\mathbf{v}}) \mathbf{I} \right] - \frac{2}{3} \bar{\rho} k \mathbf{I} \text{ – тензор девіаторних}$$

напружень, Па;  $q_v$  – густина об'ємного джерела теплоти, Вт/м<sup>3</sup>;

$\tilde{T}$  – абсолютна температура, осереднена за Фавром, К.

Коефіцієнти  $k - \omega$  SST моделі турбулентності:  $\alpha_\infty^* = 1; \alpha_\infty = 0,52;$

$$\alpha_0 = \frac{1}{9}; \beta_\infty^* = 0,09; \beta_i = 0,072; R_\beta = 8; \xi^* = 1,5; R_k = 6; R_\omega = 2,95;$$

$$M_{t0} = 0,25; \sigma_k = 2,0; \sigma_\omega = 2,0; \sigma_{k,1} = 1,176; \sigma_{\omega,1} = 2,0; \sigma_{k,2} = 1,0;$$

$$\sigma_{\omega,2} = 1,168; a_1 = 0,31; \beta_{i,1} = 0,075; \beta_{i,2} = 0,0828; \kappa = 0,41.$$

Початкові умови для (1):

$$\begin{cases} \tilde{T}(X) = T_0; \\ \tilde{\mathbf{v}}(X) = \mathbf{v}_0; \\ \bar{p}(X) = p_0; \\ k(X) = k_0; \\ \omega(X) = \omega_0, \end{cases} \quad (2)$$

де  $X(x, y, z) \in \Omega$  – декартові координати, м;  $\Omega$  – розрахункова область.

Граничні умови (ГУ) для (1):

- на вході і на виході газового потоку (3)

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{n} \cdot \tilde{\mathbf{v}} = v_{inlet}; \\ \bar{p} = p_{inlet}; \\ \tilde{T} = T_{inlet}; \\ k = k_{inlet}; \\ \omega = \omega_{inlet}, \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \bar{p}_{outlet} = 0; \\ \tilde{T} = T_{outlet}; \\ k = k_{outlet}; \\ \omega = \omega_{outlet}, \end{array} \right. \quad (3)$$

де  $\mathbf{n}$  – вектор нормалі до поверхні;

- на поверхні профілю ЛА (4)

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{n} \cdot \nabla \bar{p} = 0; \\ \mathbf{n} \cdot \nabla \tilde{T} = 0; \\ \tilde{\mathbf{v}} = 0; \\ k = 0; \\ \omega = \omega_{wall}. \end{array} \right. \quad (4)$$

Постановка (1)–(4) є повним математичним формулюванням задачі надзвукового обтікання ЛА з використанням моделі турбулентності  $k - \omega$  SST.

### Числові моделі та методика проведення числових досліджень

Для числової реалізації сформульованої задачі використано вільний відкритий програмний код *OpenFOAM* [17]. Дискретизація системи рівнянь проводилася за методом скінченних об'ємів (МСО). Для числового моделювання використано неявний розв'язувач з корекцією густини *rhoCentralFoam*, в якому застосовано «центрально-протипотокова» схема А. Курганова для апроксимації конвективних членів рівнянь Нав'є-Стокса [18]. Для стабілізації ітераційного процесу розв'язання нелінійних диференціальних рівнянь число Куранта приймалося на рівні  $Co < 0,7$ .

Геометричні моделі для проведення числового аналізу являють собою плоску стінку зі сходинкою, нахиленою до горизонту під кутом  $\beta$ , яка має висоту  $h = 15$  мм (рис. 1).

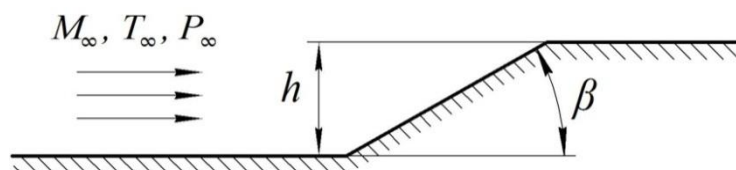


Рис. 1. Геометрія задачі надзвукового обтікання нахиленої сходинки

Розрахункова область включає геометрію стінки зі сходиною та навколишній простір, що її оточує. Для усунення впливу ГУ на розв'язок задачі границя простору віддалена від розглядуваної геометрії стінки на значну відстань, що перевищує товщину пограничного шару у 50-100 разів.

Розрахункова область є двовимірною та дискретизована структурованими чотирикутними елементами. Параметри дискретизації наведені в табл. 1. Вибір використаної кількості розрахункових комірок базувався на параметрі  $y^+$ , який повинен буди менший за 1.

Таблиця 1.

Параметри дискретизації числових моделей

№ задачі	Н ком., шт.	Н вузл., шт.
1	370272	371600
2	637203	639200
3	492378	494063

За ГУ на поверхнях, що оточують розрахункову область, задано *supersonicFreeStream* ( $P_0$  – тиск гальмування,  $T_0$  – температура гальмування) з параметрами вхідного потоку, наведеними в табл. 2. На поверхнях, які відтворюють тверду стінку задані умови прилипання та постійне значення температури  $T_{wall} = 300$  К.

Таблиця 2.

Параметри вхідного потоку

№ задачі	Кут нахилу, град.	Число Маха	$P_0$ , Па	$T_0$ , К	Модель турбулентності
1	8	2,90	422000	282	$k - \omega$ SST
2	25	2,90	422000	282	$k - \omega$ SST
3	90	2,940	420700	277	$k - \omega$ SST

Фізичні властивості повітря бралися з [19] і наведені в табл. 3.

Таблиця 3.

Фізичні властивості повітря

Параметр	Величина
Молярна маса, кг/моль	0,02896
Динамічна в'язкість, Па·с, [20]	$\mu(T) = \frac{A_s \sqrt{T}}{1 + T_s / T}$
Число Прандтля	0,713
Питома теплоємність, Дж/(кг·К)	1005
Показник адіабати	1,4



Примітка.  $A_s$  – коефіцієнт Сюзерланда;  $T_s$  – температура Сюзерланда.

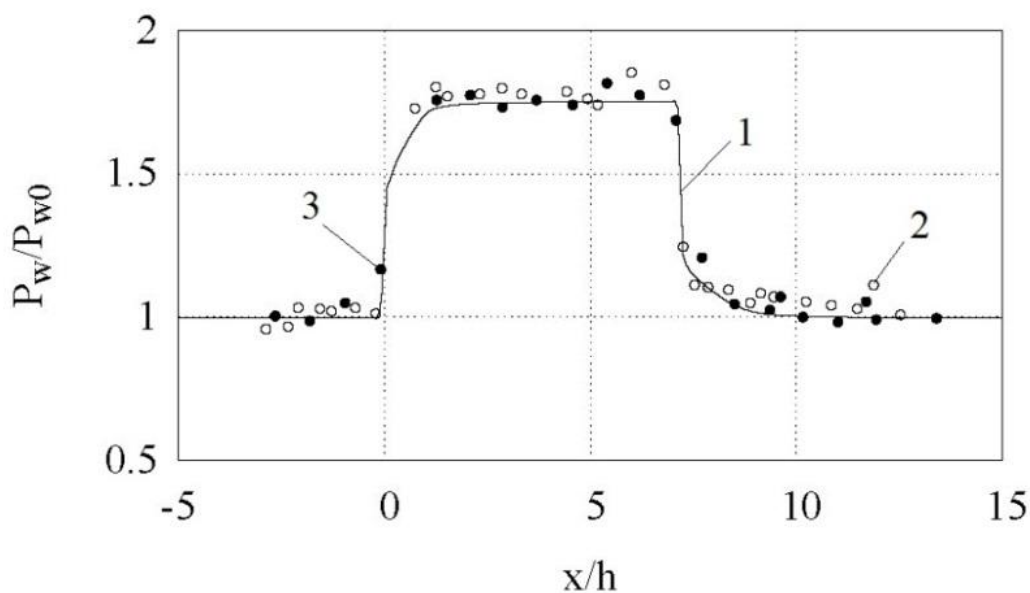
### Результати числових експериментів

Порівняльний аналіз результатів числового моделювання з наявними експериментальними даними представлено на рис. 2 та рис. 3. На графіках зображено розподіл безрозмірних значень абсолютного тиску та коефіцієнту поверхневого тертя стінки. На рис. 4 зображено поля градієнта густини. Верифікація числових моделей виконувалася за даними натурних експериментів [11].

При куті нахилу сходинок  $8^\circ$  відносно горизонту спостерігається безвідривний потік (рис. 4, *a*), який характеризується постійними значеннями тиску та коефіцієнта поверхневого тертя на сходинокці та вздовж горизонтальної стінки (рис. 2, *a*, рис. 3, *a*). У місцях різкої зміни геометрії мають місце різкі стрибки коефіцієнта поверхневого тертя (рис. 3, *a*).

При збільшенні кута нахилу сходинок до значення  $25^\circ$  перед нею спостерігається утворення незначної зони зворотного турбулентного потоку з відривом пограничного шару. Дана область характеризується стрибком тиску та коефіцієнта поверхневого тертя і плавним збільшенням даних параметрів у межах поверхні нахилу з подальшим різким спаданням на границі приєднання потоку (рис. 2, *a*).

Подальше збільшення значення кута нахилу сходинок до максимального його значення  $90^\circ$  призводить до значних коливань тиску та коефіцієнта поверхневого тертя в області перед вертикальним уступом.



*a*

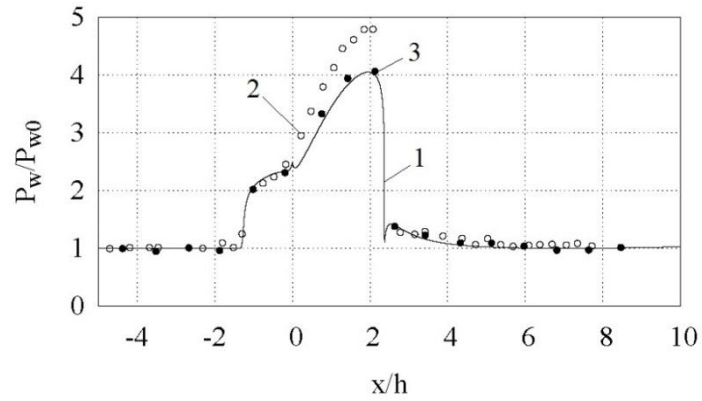
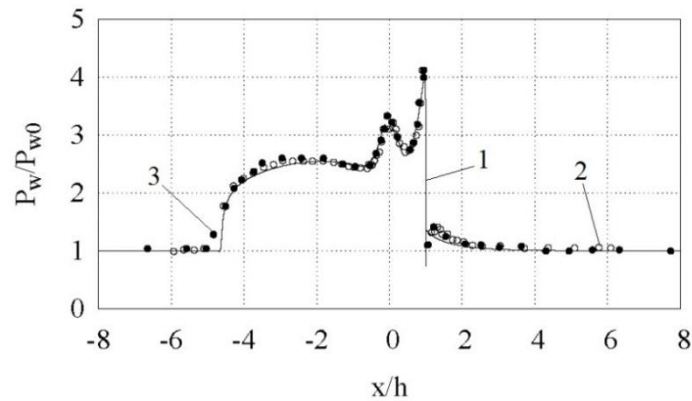
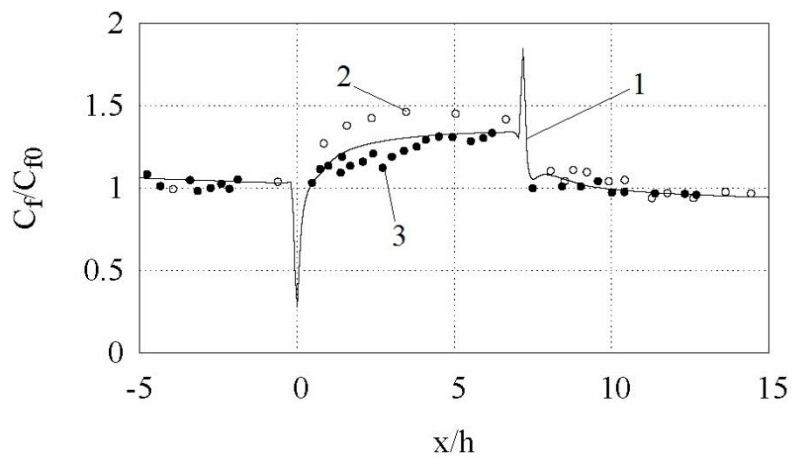
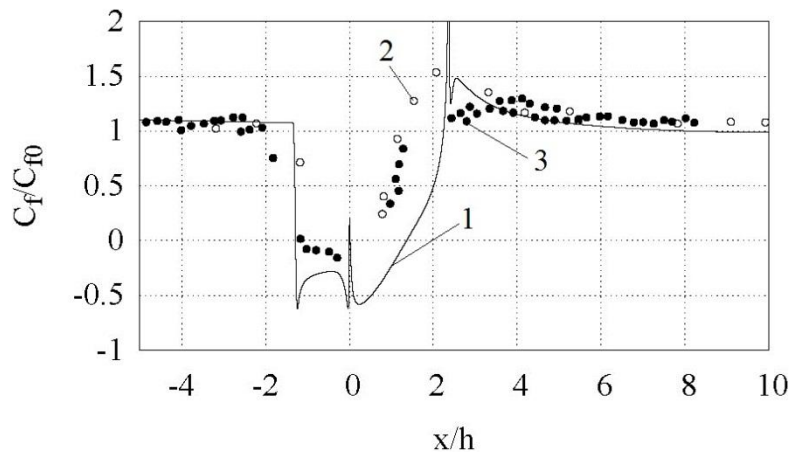
**б****в**

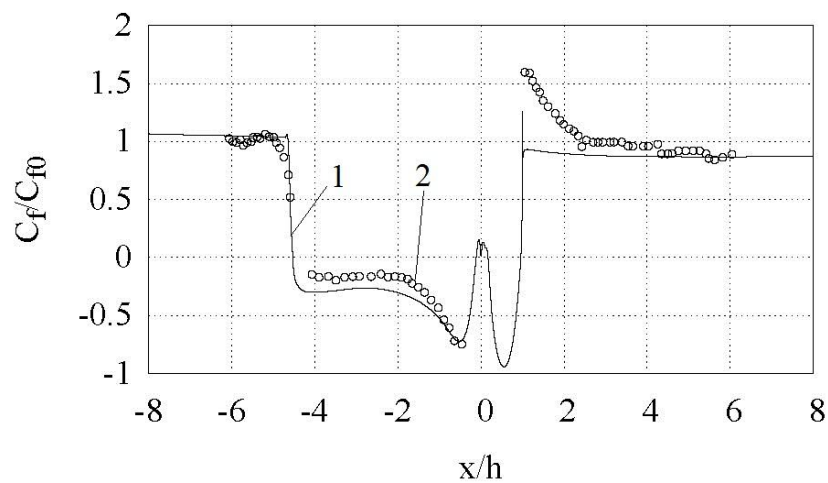
Рис. 2. Порівняння експериментальних та розрахункових значень  $P_w / P_{w0}$ : *a* – кут нахилу  $8^\circ$ ; *б* – кут нахилу  $25^\circ$ ; *в* – кут нахилу  $90^\circ$ ;  
 1 – розрахункове значення; 2 – експериментальне значення для  $h=15\text{мм}$ ;  
 3 – експериментальне значення для  $h=6\text{мм}$

Потік поблизу даної геометрії характеризується відривом пограничного шару та значною областю рециркуляції.

**а**



б



в

Рис. 3. Порівняння експериментальних та розрахункових значень  $C_f / C_{f0}$ : а – кут нахилу  $8^\circ$ ; б – кут нахилу  $25^\circ$ ; в – кут нахилу  $90^\circ$ ; 1 – розрахункове значення; 2 – експериментальне значення для  $h=15\text{мм}$ ; 3 – експериментальне значення для  $h=6\text{мм}$

Як показав аналіз числових експериментів, в точці приєднання потоку коефіцієнт поверхневого тертя наближається до нехтовно малої величини (рис. 3). Дане явище зумовлено зменшенням градієнта швидкості вздовж лінії току в характерних точках. Для кутів нахилу сходинки таких точок дві – в точці відриву та в точці приєднання турбулентного потоку. Протилежна картина спостерігається коли газовий потік зазнає розширення. В місці відновлення потоку градієнт швидкості набуває максимального значення, що зумовлює збільшення коефіцієнту поверхневого тертя.

Розглянута канонічна конфігурація (рис. 4) характеризується виникненням інтерференцій конфігурацій VI типу за класифікацією Едnea [11].

З представленого аналізу результатів видно, що дані числових експериментів корелюють з даними натурних експериментів. Запропонована модель турбулентності  $k-\omega SST$  описує характер турбулентного надзвукового потоку в околі нахиленої до горизонту сходинки з достатньою для інженерних розрахунків точністю.

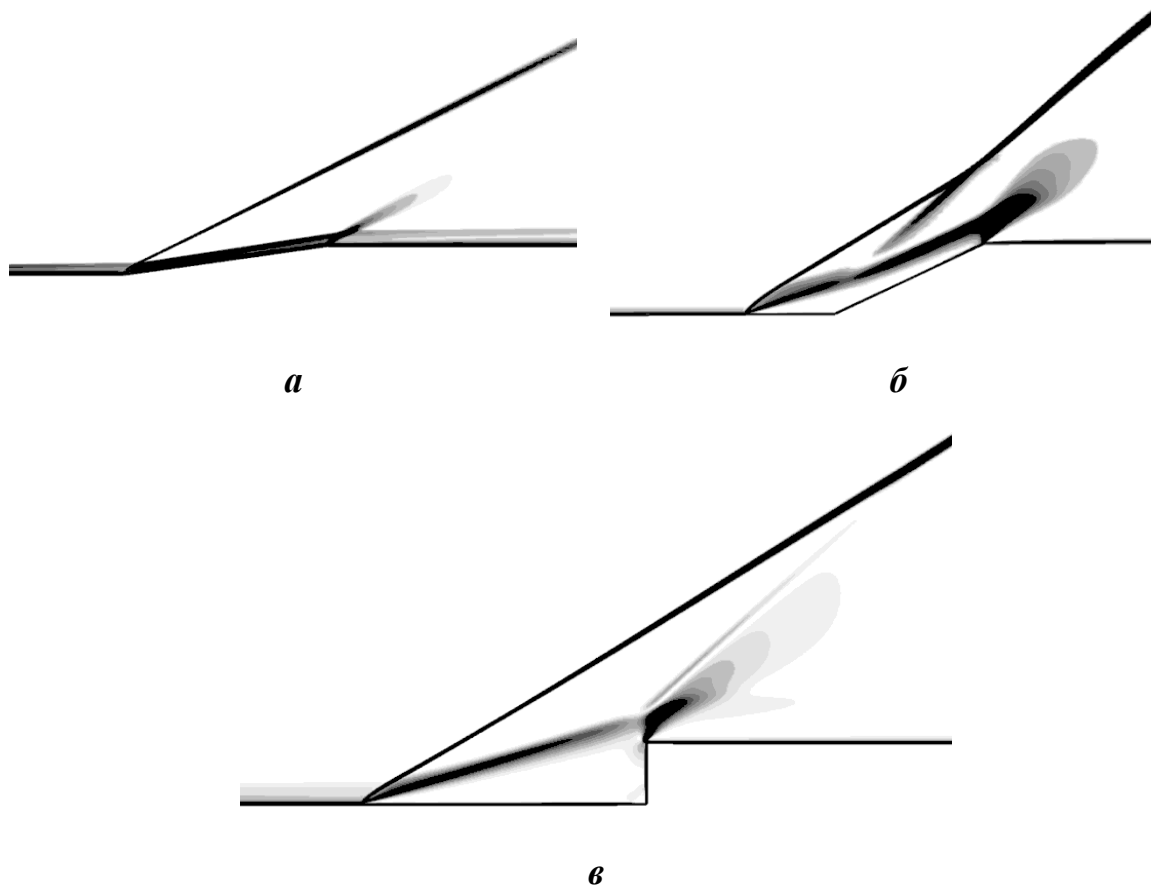


Рис. 4. Градієнт густини:

$a$  – кут нахилу  $8^\circ$ ;  $b$  – кут нахилу  $25^\circ$ ;  $c$  – кут нахилу  $90^\circ$

## Висновки

Проведене числове моделювання двовимірної задачі обтікання надзвуковим турбулентним потоком показало можливість та ефективність застосування вільного відкритого програмного коду *OpenFOAM* для розв'язання задач взаємодії стрибка ущільнення з примежовим шаром. Для реалізації поставленої мети була запропонована математична модель, що базується на системі осереднених рівнянь Нав'є-Стокса з використанням моделі турбулентності  $k-\omega SST$  (з двома скалярними рівняннями кінетичної турбулентної енергії та відносної швидкості дисипації з врахуванням переносу зсувних напружень). За проведеним аналізом результатів числового аналізу отримано поля градієнта густини, виконано верифікацію на даних натурних експериментальних досліджень за такими

характерними параметрами: безрозмірний абсолютний тиск, коефіцієнт поверхневого тертя. Зіставлення даних числового експерименту з результатами натурного експерименту показало достатню збіжність для виконання інженерних розрахунків.

Запропонований підхід до розв'язання задач надзвукового турбулентного обтікання геометричних конфігурацій на прикладі нахиленої сходинок дає можливість скоротити терміни та підвищити ефективність проектування елементів та конструкцій ЛА.

### Список використаної літератури

1. *Лазарев, Т. В.* Моделювання теплоелектричного стану за допомогою OpenFOAM [Текст] / Т. В. Лазарев // Хімічна інженерія, екологія та ресурсозбереження. — 2013. — № 1(11). — С. 26—31.
2. [Числове моделювання обтікання профілю крила надзвуковим потоком з використанням програмного коду OpenFOAM](#) [Текст] / Є. М. Панов, А. Я. Карвацький, А. Ю. Педченко, І. В. Пулінець, Т. В. Лазарев // Авіаційно-космічна техніка і технологія. — 2015. — № 2. — С. 69—78.
3. *Карвацький, А. Я.* Сучасний стан проблеми теоретичного дослідження надзвукового обтікання тіл за різних конфігурацій [Текст] / А. Я. Карвацький // Хімічна інженерія, екологія та ресурсозбереження. — 2015. — № 1(14). — С. 5—12.
4. *Гольдфельд, М. А.* Исследование отрывных свойств турбулентного пограничного слоя при последовательном взаимодействии со скачками уплотнения различной интенсивности / М. А. Гольдфельд, Ю. В. Захарова, Н. Н. Федорова // Теплофизика и аэромеханика. — 2008. — Т. 15, № 3 — С. 481—490.
5. *Goldfeld, M. A.* Investigation of structure of turbulent boundary layer under action of large pressure gradients / M. A. Goldfeld, N. N. Fedorova, Semenova Yu. V. // Proceeding of the 8th International Symposium on Experimental and Computation Aerothermodynamics of Internal Flows, Lyon, 2-5 July 2007. Lyon: Laboratoire de Mecanique des Fluides. — 2007. — P. 103—113.
6. *Fang, J.* Direct numerical simulation of supersonic turbulent flow in an expansion-compression corner at Mach=2.9 [Text] / J. Fang, Y. Yao, L. Lu, A. A. Zheltovodov // ICMAR 2014, Novosibirsk, Russia, 30 June – 6 July, 2014. — 11 p.
7. *Knight, D.* RTO WG 10: CFD validation for shock wave turbulent boundary layer interaction [Text] / D. Knight, H. Yan, A. A. Zheltovodov // Technologies for propelled hypersonic flight: RTO technical report. — 2006. — Vol. 3. — P. 155—185.
8. *Бедарев, И. А.* Расчет газодинамических параметров и теплообмена в сверхзвуковых турбулентных отрывных течениях в окрестности

- уступов [Текст] / И. А. Бедарев, Н. Н. Федорова // Прикладная механика и техническая физика. — 2001. — Т. 42, № 1 — С. 56—64.
9. *Бедарев, И. А.* Структура сверхзвуковых турбулентных течений в окрестности наклонных уступов [Текст] / И. А. Бедарев, Н. Н. Федорова // Прикладная механика и техническая физика. — 2006. — Т. 47, № 6 — С. 48—58.
  10. *Бедарев, И. А.* Исследование факторов, влияющих на качество предсказания турбулентных отрывных течений [Текст] / И. А. Бедарев, Н. Н. Федорова // Вычислительные технологии. — 1999. — Т. 4, № 1. — С. 14—32.
  11. *Babinsky, H.* Shock Wave-Boundary-Layer Interactions [Text] / H. Babinsky, J. K. Harvey // Cambridge, UK : Cambridge University Press. — 2011. — ISBN 978-0-521-84852-7.
  12. *Jones, W. P.* The prediction of laminarization with a 2-equation model of turbulence [Text] / W. P. Jones, B. E. Launder // International Journal of Heat and Mass Transfer. — 1972. — No. 15. — P. 301—314. doi: 10.1016/0017-9310(72)90076-2.
  13. *Wilcox, D. C.* Turbulence Modeling for CFD [Text] / D. C. Wilcox. — 1st ed. — California : DCW Industries, Inc, 1993. — 460 p.
  14. *Menter, F. R.* Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications [Text] / F.R. Menter // AIAA Journal. — 1994. — Vol. 32, Iss. 8. — P. 1598—1605. doi: 10.2514/3.12149.
  15. *Panaras, A. G.* Turbulence Modeling of Flows with Extensive Crossflow Separation [Text] / A. G. Panaras // Aerospace. — 2015. — № 2. — P. 461—481. doi: 10.3390/aerospace2030461.
  16. *Menter, F.* Ten Years of Experience with the SST Turbulence Model [Text] / F. Menter, M. Kuntz, R. Langtry // Turbulence, Heat and Mass Transfer. — 2003. — № 4. — P. 625—632.
  17. OpenFOAM. The Open Source CFD Toolbox [Електронний ресурс]. — Режим доступу : <http://www.openfoam.org/> — 20.09.2015 р.
  18. Числове моделювання обтікання профілю крила надзвуковим потоком з використанням програмного коду OpenFOAM [Text] / Є. М. Панов, А. Я. Карвацький, А. Ю. Педченко, І. В. Пулінець, Т. В. Лазарев // Авіаційно-космічна техніка і технологія. — 2015. — № 2. — С. 69—78.
  19. Физические величины: справочник [Текст] / под ред. И. С. Григорьева. — М. : Энергоатомиздат, 1991. — 1232 с.
  20. *Sutherland, W.* The viscosity of gases and molecular force [Text] / W. Sutherland // Philosophical Magazine. — 1893. — S. 5. — Vol. 3. — P. 507-531.