

УДК 681.5.015.8:519

DOI: <http://dx.doi.org/10.20535/2219-3804162017114587>Голінко І. М.¹, к. т. н., доцент

СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО ЦИФРОВОГО РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ СТОХАСТИЧНОГО ОБ'ЄКТА КЕРУВАННЯ

En The synthesis of an optimal digital controller for a stochastic plant is considered. To optimize the control system, an integral quality criterion is proposed with minimization of the variance of the controlled parameter. The quality criterion takes into account the control influence on the technological process, which allows to minimize the consumption of material and / or energy resources in the management of industrial units.

Using the methods of optimization theory for a single-loop control system, the structure and parameters of the digital controller are determined. The structure of the digital controller is analyzed from the parameters of the quality criterion and of the mathematical description plant.

An example of the digital controller synthesis is given for an automatic control system for the air temperature at the output of the CV-P°2L°N-63B/F-N ceiling conditioner, which showed the efficiency of the digital controller when compensating for random disturbances, is given. The obtained results are recommended to specialists on automation for control system design and optimization of the existing.

Ru Рассматривается синтез оптимального цифрового регулятора для стохастического объекта управления. Для оптимизации системы управления предложен интегральный критерий качества с минимизацией дисперсии регулируемого параметра, также учитывается управляющее воздействие на объект управления. Используя методы теории оптимизации для одноконтурной системы управления определена структура и параметры цифрового регулятора. Проведен анализ структуры цифрового регулятора от параметров критерия качества и математического описания объекта управления. Приведен пример синтеза цифрового регулятора для автоматической системы управления температурой воздуха на выходе потолочного кондиционера CV-P°2L°N-63B/F-N, который показал эффективность работы цифрового регулятора при компенсации случайных возмущений. Полученные результаты рекомендуется применять специалистам по автоматизации для проектирования систем управления и оптимизации существующих.

Вступ

Під час експлуатації систем автоматичного керування (САК) на корисні сигнали накладаються промислові перешкоди, що є випадковими

¹ НТУУ «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського», кафедра автоматизації теплоенергетичних процесів

збуреннями. За цих причин вихідні координати системи керування практично завжди представляють випадкові функції часу. Опис таких систем за допомогою детермінованих підходів не завжди виправдано та не відтворює дійсної картини функціонування САК [1]. Це змушує переходити від традиційних детермінованих математичних моделей системи керування до стохастичних, із усіма наслідками, що випливають у плані ускладнення завдання дослідження [2]. Таке ускладнення виявляється особливо критичним для складних сучасних систем керування, які описуються диференційними рівняннями високих порядків із нелінійностями [3].

Застосування мікропроцесорних засобів автоматизації розширює функціональні можливості системи керування та підвищує вимоги до якості її функціонування. Сучасна САК повинна забезпечувати гарантовану якість керування в умовах дії випадкових збурень, а також мінімізувати витрату матеріальних та енергетичних ресурсів для досягнення поставлених цілей.

Загальним статистичним критерієм функціонування САК є середньоквадратична помилка відтворення (СКПВ) корисного сигналу в умовах впливу випадкових завад на об'єкт керування (ОК) [4]. Мінімальне значення СКПВ відповідає оптимальним умовам функціонування стохастичної САК. Основним завданням стохастичної теорії керування є синтез аналітичних залежностей, що зв'язують величину СКПВ із параметрами САК. Це дозволяє вибирати параметри системи такими, які забезпечують задану або мінімальну СКПВ. Недоліком використання СКПВ у якості критерію оптимізації для реальної САК є те, що окрім мінімізації дисперсії керованої величини на технологічний процес накладаються обмеження із мінімізації керуючого впливу та точності стабілізації завдання, які не враховуються.

Таким чином, виникає необхідність адаптації методів теорії стохастичного керування до практичних потреб автоматизації виробництва, що дозволяє максимально наблизити формалізовані задачі синтезу цифрових регуляторів до реальних умов функціонування САК.

Переважає більшість систем керування на виробництві реалізуються за допомогою одноконтурних САК, тому розглянемо лінійний ОК із одним входом u та одним виходом y . Динамічну поведінку стаціонарного ОК можна представити у вигляді z -перетворення [2]

$$y(z) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} u(z), \quad (1)$$

де $B(z^{-1}) = b_1 z^{-1} + \dots + b_m z^{-m}$ та $A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_m z^{-m}$.

Припустимо, що на ОК впливають стохастичні збурення. Так як ОК лінійний, можна використати принцип суперпозиції та подати усі збурення у вигляді одного збурення, яке діє на виході. Окрім цього, вважатимемо, що збурення представляють стаціонарний гаусів процес із дробово –

раціональною спектральною щільністю. Таким чином, у загальному випадку модель взаємодії ОК із збурюючим середовищем можна подати рівнянням [1]:

$$y(z) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}u(z) + \lambda \frac{D(z^{-1})}{C(z^{-1})}\gamma(z), \quad (2)$$

де $D(z^{-1}) = 1 + d_1 z^{-1} + \dots + d_m z^{-m}$; $C(z^{-1}) = 1 + c_1 z^{-1} + \dots + c_m z^{-m}$;

$\gamma(z)$ – некорельований випадковий сигнал, причому $M\{\gamma(t)\} = \bar{\gamma}(t) = 0$,

$$M\{\gamma(t)\gamma(t+\tau)\} = \begin{cases} 1, & \text{якщо } \tau = 0, \\ 0, & \text{якщо } \tau \neq 0; \end{cases}$$

M – оператор математичного сподівання.

Для узагальнення викладок, у моделі (2) усі поліноми m -го порядку, так як коефіцієнти вищих степенів завжди можна вважати рівними нулю.

Постановка задачі

У стохастичній теорії керування синтез оптимальних регуляторів проводиться із припущенням, що завдання регулятора рівне нулеві, за таких умов параметри регулятора оптимізуються за каналом збурення на мінімізацію випадкових завод. Для промислових САК важливо мінімізувати відхилення вихідного сигналу ОК у робочій точці завдання, також тому необхідно обмежувати витрату матеріальних ресурсів на досягнення поставленої цілі. У роботі [5] розглядається розширений критерій якості, який враховує розглянуті вимоги. Використаємо запропонований критерій оптимізації для синтезу стохастичної САК.

Таким чином, метою роботи є синтез оптимальної структури цифрового регулятора (ЦР), який забезпечує мінімум квадратичного критерію оптимальності:

$$J_{t+1} = M\left\{q(w_t - y_{t+1})^2 + (1-q)(w_t - K u_t)^2\right\}, \quad (3)$$

де w_t – завдання ЦР при $[nT_0] \leq t < [(n+1)T_0]$,

T_0 – період дискретизації, $n = 0, 1, 2, \dots$;

q – ваговий коефіцієнт, який враховує у критерії якості співвідношення впливу сигналів розбалансу $(w_t - y_{t+1})$ та приведенного відхилення керуючого впливу $(w_t - K u_t)$, $q \in [0..1]$; K – коефіцієнт передачі ОК за каналом

регулювання, для статичного ОК $K = \frac{\sum_{i=0}^m b_i}{\sum_{i=0}^m a_i}$.

Синтез оптимальної структури ЦР

У критерії якості (3) використовується змінна y_{t+1} , а не y_t , оскільки у вихідній моделі (2) $b_0 = 0$ (керуючий сигнал u_t не впливає на зміну вихідної величини y_t).

Визначимо y_{t+1} як функцію відомих змінних $y_t, y_{t-1}, \dots; u_t, u_{t-1}, \dots$. Відповідно до рівняння (2), прогнозує значення y_{t+1} можна отримати із залежності

$$zy(z) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} zu(z) + \lambda \frac{D(z^{-1})}{C(z^{-1})} z\gamma(z), \quad (4)$$

звідки, $A(z^{-1})C(z^{-1})zy(z) = B(z^{-1})C(z^{-1})zu(z) + \lambda A(z^{-1})D(z^{-1})z\gamma(z)$. Останнє рівняння запишемо у розгорнутій формі

$$\begin{aligned} (1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_m z^{-m})(1 + c_1 z^{-1} + \dots + c_m z^{-m})zy(z) = \\ = (b_1 z^{-1} + \dots + b_m z^{-m})(1 + c_1 z^{-1} + \dots + c_m z^{-m})zu(z) + \\ + \lambda(1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_m z^{-m})(1 + d_1 z^{-1} + \dots + d_m z^{-m})z\gamma(z). \end{aligned}$$

Виконавши множення поліномів та повертаючись у часову область, маємо

$$\begin{aligned} y_{t+1} + (a_1 + c_1)y_t + \dots + a_m c_m y_{t-2m+1} = b_1 u_t + (b_2 + b_1 c_1)u_{t-1} + \dots + b_m c_m u_{t-2m+1} + \\ + \lambda[\gamma_{t+1} + (a_1 + d_1)\gamma_t + \dots + a_m d_m \gamma_{t-2m+1}]. \end{aligned} \quad (5)$$

Із (5) визначимо y_{t+1} та використаємо його у критерії (3)

$$\begin{aligned} J_{t+1} = M \left\{ q(w_t + (a_1 + c_1)y_t + \dots + a_m c_m y_{t-2m+1} - b_1 u_t - \dots - b_m c_m u_{t-2m+1} - \right. \\ \left. - \lambda[(a_1 + d_1)\gamma_t + \dots + a_m d_m \gamma_{t-2m+1}] - \lambda\gamma_{t+1})^2 + (1-q)(w_t - K u_t)^2 \right\} \quad (6) \end{aligned}$$

У момент часу t усі змінні, що входять у (6) відомі за виключенням u_t та γ_{t+1} . Виконаємо операцію математичного сподівання для (6) враховуючи, що γ_{t+1} не залежить від інших змінних:

$$\begin{aligned} J_{t+1} = q \left[(w_t + (a_1 + c_1)y_t + \dots + a_m c_m y_{t-2m+1} - b_1 u_t - \dots - b_m c_m u_{t-2m+1} - \right. \\ \left. - \lambda[(a_1 + d_1)\gamma_t + \dots + a_m d_m \gamma_{t-2m+1}])^2 + \lambda^2 M \{ \gamma_{t+1}^2 \} - \right. \\ \left. - 2\lambda(w_t + (a_1 + b_1)y_t + \dots + a_m b_m y_{t-2m+1} - b_1 u_t - \dots - b_m c_m u_{t-2m+1} - \right. \\ \left. - \lambda[(a_1 + d_1)\gamma_t + \dots + a_m d_m \gamma_{t-2m+1}]) M \{ \gamma_{t+1} \} \right] + (1-q)(w_t - K u_t)^2. \end{aligned}$$

Оптимальне значення сигналу керування u_t визначимо із умови

$$\frac{\partial J_{t+1}}{\partial u_t} = q(w_t + (a_1 + c_1)y_t + \dots + a_m c_m y_{t-2m+1} - b_1 u_t - \dots - b_m c_m u_{t-2m+1} - \quad (7)$$

$$-\lambda[(a_1 + d_1)\gamma_t + \dots + a_m d_m \gamma_{t-2m+1}])b_1 + K(1-q)(w_t - K u_t) = 0.$$

Із (5) знайдемо

$$y_{t+1} - \lambda \gamma_{t+1} = -(a_1 + c_1)y_t - \dots - a_m c_m y_{t-2m+1} + b_1 u_t + \dots + b_m c_m u_{t-2m+1} + \quad (8)$$

$$+ \lambda[(a_1 + d_1)\gamma_t + \dots + a_m d_m \gamma_{t-2m+1}].$$

Урахувавши (8) у (7) маємо

$$\frac{\partial J_{t+1}}{\partial u_t} = q(w_t - y_{t+1} + \lambda \gamma_{t+1})b_1 + K(1-q)(w_t - K u_t) = 0. \quad (9)$$

Різницеве рівняння (9) представимо у вигляді z -перетворення

$$q(w(z) - zy(z) + \lambda z \gamma(z))b_1 + K(1-q)(w(z) - K u(z)) = 0. \quad (10)$$

Із (4) знайдемо $\lambda z \gamma(z) = \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})} zy(z) - \frac{B(z^{-1})C(z^{-1})}{A(z^{-1})D(z^{-1})} zu(z)$ використаємо його у

(10) та отримаємо

$$q \left(w(z) - zy(z) + \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})} zy(z) - \frac{B(z^{-1})C(z^{-1})}{A(z^{-1})D(z^{-1})} zu(z) \right) b_1 + K(1-q)(w(z) - K u(z)) = 0.$$

Для останнього виразу виконаємо математичні перетворення та отримаємо рівняння оптимального ЦР із мінімальною дисперсією:

$$u(z) = L(z^{-1}) \left[H(z^{-1})w(z) - F(z^{-1})y(z) \right], \quad (11)$$

де $L(z^{-1}) = \frac{A(z^{-1})}{K^2(1-q)A(z^{-1})D(z^{-1}) + qb_1 B(z^{-1})C(z^{-1})z}$;

$$H(z^{-1}) = (qb_1 + K(1-q))D(z^{-1}); F(z^{-1}) = qb_1(D(z^{-1}) - C(z^{-1}))z.$$

У разі коли $A(z^{-1}) = C(z^{-1})$ та/або $q=1$ маємо окремі випадки реалізації

ЦР:

$$1) \text{ якщо } A(z^{-1}) = C(z^{-1}), \text{ то } L(z^{-1}) = \frac{1}{K^2(1-q)D(z^{-1}) + qb_1 B(z^{-1})z},$$

$$H(z^{-1}) = (qb_1 + K(1-q))D(z^{-1}), F(z^{-1}) = qb_1(D(z^{-1}) - C(z^{-1}))z;$$

$$2) \text{ якщо } q=1, \text{ то } L(z^{-1}) = \frac{A(z^{-1})}{b_1 B(z^{-1})C(z^{-1})z}, H(z^{-1}) = b_1 D(z^{-1}),$$

$$F(z^{-1}) = b_1(D(z^{-1}) - C(z^{-1}))z;$$

3) якщо $q=1$ та $A(z^{-1}) = C(z^{-1})$, то $L(z^{-1}) = \frac{1}{b_1 B(z^{-1}) z}$, $H(z^{-1}) = b_1$,

$$F(z^{-1}) = b_1(D(z^{-1}) - C(z^{-1}))z.$$

Структурна схема синтезованої САК, що включає ОК (4) та ЦР (11), представлена на рис. 1. Отримана структура оптимального ЦР для стохастичного одномірного об'єкта відповідає узагальненій структурі лінійного ЦР [2].

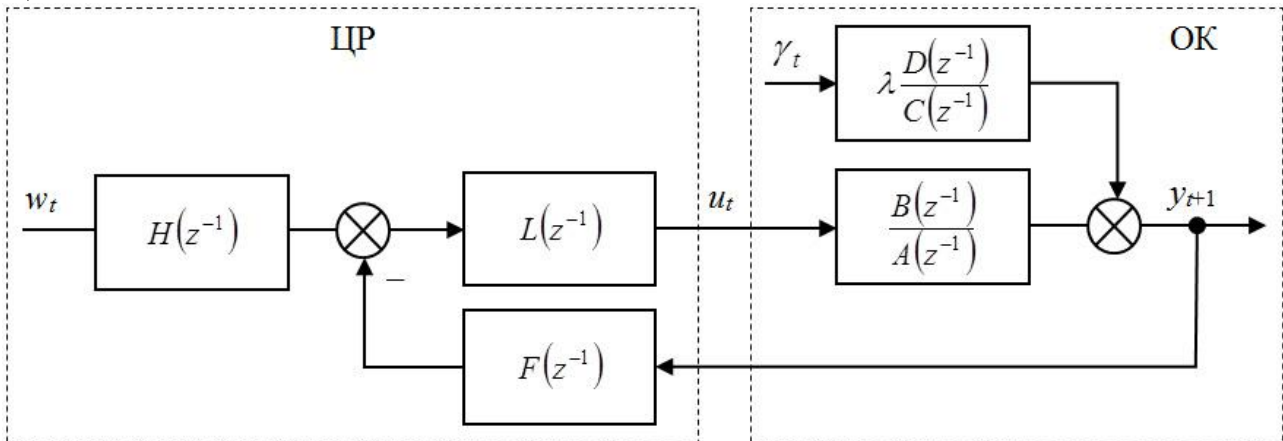


Рис. 1. Структурна схема стохастичної САК

Закон оптимального керування (11) визначає керуючий вплив та встановлює узагальнену функцію якості у робочу точку завдання w_t САК на кожному періоді квантування. У результаті із плином часу мінімізується дисперсія узагальненої функції якості (3).

Приклад синтезу ЦР

Розглянемо приклад синтезу оптимального ЦР для стабілізації температурного режиму на виході стельового кондиціонера *CV-P 2L N-63B/F-N* виробництва фірми *VTS CLIMA* [6]. У [7] розглянуто динамічну модель водяного теплообмінника на прикладі калорифера *CVP2-HW2*, який використовується у кондиціонері *CV-P 2L N-63B/F-N*. Для даного калорифера визначено параметри математичної моделі за каналами: регулювання

$$W_1(p) = \frac{0.44}{0.6p^3 + 6.4p^2 + 6.9p + 1}; \quad \text{збурення} \quad W_2(p) = \frac{1.4p^2 + 2.8p + 0.56}{0.6p^3 + 6.4p^2 + 6.9p + 1}.$$

Калорифер *CVP2-HW2* використовується у контурі стабілізації температури на виході кондиціонера у зимовому режимі роботи системи мікроклімату. Тому із достатньою точністю можна вважати, що температурні збурення навколишнього середовища представляють собою некорельовані випадкові збурення із нульовим математичним сподіванням.

Квадратичний критерій якості (3), який необхідно мінімізувати при синтезі ЦР має вигляд

$$J_{t+1} = M \left\{ 0.999(w_t - y_{t+1})^2 + 0.001(w_t - 0.44u_t)^2 \right\}. \quad (12)$$

У разі синтезу ЦР врахуємо інерційність виконавчого механізму $W_{BM}(p) = \frac{1}{10p+1}$ та датчика температури $W_D(p) = \frac{1}{14p+1}$, тобто $W_{OK}^{w \rightarrow y}(p) = W_{BM}(p)W_1(p)W_D(p)$; $W_{OK}^{y \rightarrow y}(p) = W_2(p)W_D(p)$. Таким чином, математична модель ОК за каналами: регулювання

$$W_{OK}^{w \rightarrow y} = \frac{0.44}{84p^5 + 910p^4 + 1120p^3 + 312p^2 + 31p + 1}; \quad (13)$$

збурення

$$W_{OK}^{y \rightarrow y} = \frac{1.4p^2 + 2.8p + 0.55}{8.4p^4 + 90p^3 + 103p^2 + 21p + 1}. \quad (14)$$

Динаміку водяного калорифера, що описується передатними функціями (13) та (14) представимо за допомогою дискретної моделі (2) із періодом дискретизації $T_0 = 2$:

$$y(z) = \frac{0.00017z^{-1} + 0.00148z^{-2} + 0.00121z^{-3}}{1 - 2.434z^{-1} + 1.975z^{-2} - 0.535z^{-3}}u(z) + 0.0465 \frac{1 - 0.4769z^{-1} - 0.1022z^{-2}}{1 - 1.674z^{-1} + 0.772z^{-2} - 0.063z^{-3}}\gamma(z). \quad (15)$$

Використаємо (15) для визначення поліномів ЦР, що включає у себе (11):

$$L(z^{-1}) = \frac{1 - 2.434z^{-1} + 1.975z^{-2} - 0.535z^{-3}}{0.1936 - 0.5633z^{-1} + 0.5872z^{-2} - 0.238z^{-3} + 0.0105z^{-4} + 0.0106z^{-5}}; \\ H(z^{-1}) = 0.6098 - 0.2908z^{-1} - 0.0623z^{-2}; \quad (16) \\ F(z^{-1}) = 0.2033 - 0.1485z^{-1} + 0.0107z^{-2}.$$

За допомогою програмного пакету *MatLAB Simulink* проведемо імітаційне моделювання синтезованої САК. Структурну схему системи керування, що моделювалася зображено на рис. 2.

На рис. 3 представлено перехідні процеси стохастичної САК, яка мінімізує дисперсію відхилення температури повітря на виході кондиціонера *CV-P 2L N-63B/F-N* для зимового режиму роботи системи керування. Випадковий процес γ_t моделювався послідовністю нормальних випадкових величин із параметрами $(-0.5, 0.5)$.

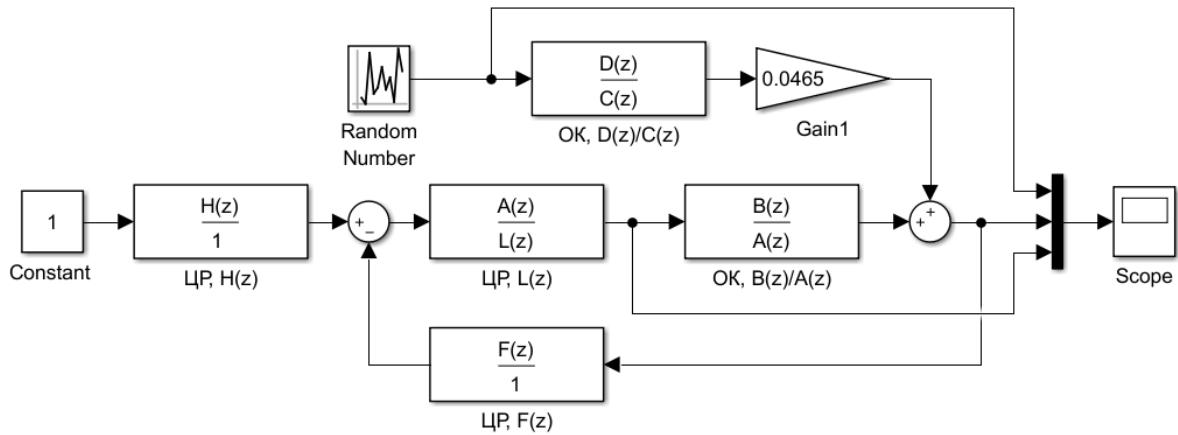
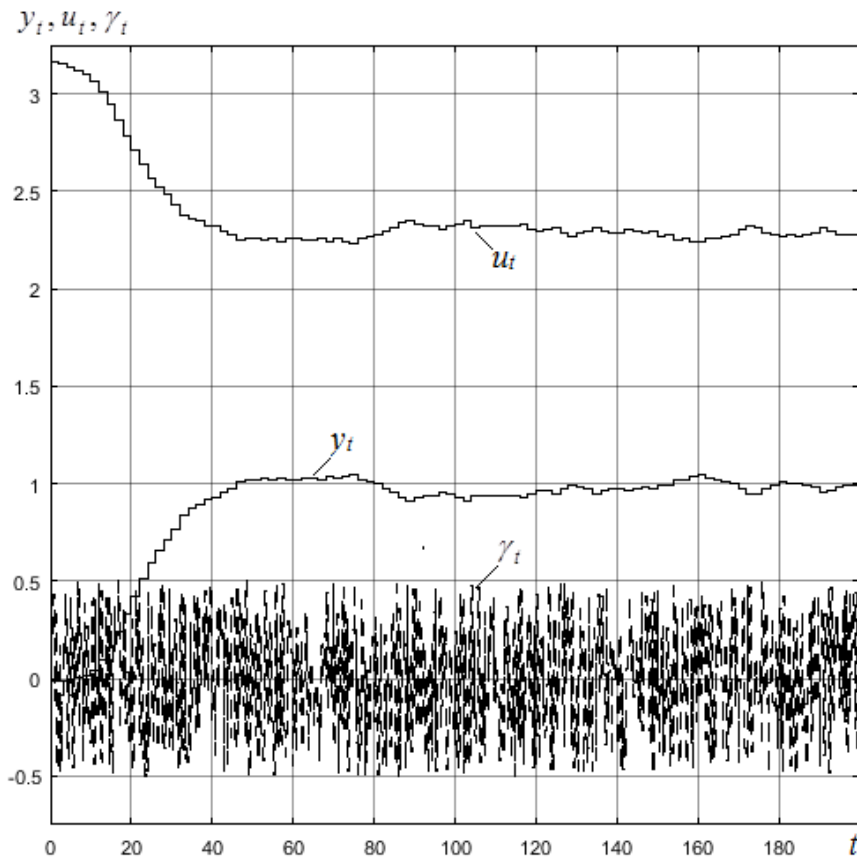
Рис. 2. Структурна схема САК для моделювання у *Simulink*

Рис. 3. Перехідні процеси стохастичної САК

Як бачимо із рис. 3 ЦР САК добре компенсує випадковий шум γ_t із параметрами $(-0.5, 0.5)$. Незважаючи на значну амплітуду випадкового сигналу, ЦР системи керування стабілізує вихідну величину y_t із незначним дрейфом навколо завдання w_t .

Висновки

У статті розглянуто синтез оптимальної стохастичної цифрової САК. Критерій якості (3) адаптовано до задач керування реальними процесами, що дозволяє мінімізувати дисперсію відхилення вихідного сигналу ОК від завдання САК. Проведено аналіз структури ЦР у залежності від параметра q критерію якості та математичного опису ОК (2). Наведено приклад синтезу ЦР для САК температурою повітря на виході стельового кондиціонера CV-P 2L N-63B/F-N, який показав ефективність роботи ЦР у разі компенсації стохастичних збурень. Математичну залежність ЦР (11) рекомендується використовувати при автоматизації виробничих процесів.

Список використаної літератури

1. *Острем К.* Введение в стохастическую теорию управления: Пер. с англ. / К.°Острем. – М.: Мир, 1973. – 321 с.
2. *Романенко В. Д.* Методи автоматизації прогресивних технологій: Підручник / В. Д. Романенко. – К.: Вища шк., 1995. – 519 с.
3. *Пугачев В. С.* Стохастические дифференциальные системы. Анализ и фильтрация. / В. С. Пугачев, И. Н. Сеницын. – М.: Наука, 1990. – 627 с.
4. *Изерман Р.* Цифровые системы управления: Пер. с англ. / Р. Изерман. – М.: Мир, 1984. – 541 с.
5. *Golinko, I. M.* Optimal Tuning of a Control System for a Second-Order Plant with Time Delay / I. M. Golinko // ISSN 0040-6015, Thermal Engineering, 2014, Vol. 61, No. 7, pp. 524–532.
6. Каталог. VENTUS – вентиляционные агрегаты и центральные кондиционеры. – М.: VTSGroup, 2003. – 156 с.
7. *Голінко, І. М.* Динамічна модель теплообміну для водяного калорифера у просторі станів / І. М. Голінко, І. Є. Галицька // Інформаційні системи, механіка та керування. – 2016, , №15. – с. 83-92. DOI: <https://doi.org/10.20535/2219-380415201686207>.