

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ МЕТОДИ**

УДК 004.9

**МОДЕЛЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ ТРАНСПОРТНОЇ МЕРЕЖІ В СЕРЕДОВИЩІ  
АВТОМАТИЗОВАНОЇ СИСТЕМИ ПОШУКУ ОПТИМАЛЬНИХ РІШЕНЬ***Мокін В.Б., Романюк О.Н., Войтко В.В., Сторчак В.Г., Гавенко О.В.*

Анотація: Розроблено новий метод оптимізації параметрів руху автомобільного транспорту з урахуванням межових змін параметрів. Проведено моделювання параметрів транспортних потоків у середовищі автоматизованої системи пошуку оптимальних рішень.

Ключові слова: транспортна мережа, моделювання, автоматизована система, граф.

Аннотация: Разработан новый метод оптимизации параметров движения автомобильного транспорта с учетом предельных изменений параметров. Проведено моделирование параметров транспортных потоков в среде автоматизированной системы поиска оптимальных решений.

Ключевые слова: транспортная сеть, моделирование, автоматизированная система, граф.

Abstract: A new method for parameter optimization of road traffic, taking into account boundary changes in the parameters. The modeling of traffic flow parameters in the environment of the search for optimal solutions.

Keywords: transportation network, modeling, automated system, graph.

**Вступ**

Сучасний етап розвитку інформаційних технологій дозволяє оптимізувати транспортні потоки у процесі моніторингу та управління розподілом завантаженості мережі автодоріг міста. Важливу роль тут відіграє впровадження новітніх систем комп'ютерного керування транспортними потоками. Тому актуальною є задача розробки та дослідження нових автоматизованих систем пошуку оптимальних рішень у процесі розв'язання транспортних задач [1-4].

**Мета дослідження**

Метою дослідження є оптимізація транспортних потоків сучасної мережі автодоріг міста. Під об'єктом дослідження розуміємо процеси формування та розподілу транспортних потоків. Предметом дослідження постають методи оптимізації руху транспортних засобів.

**Постановка задачі**

Основними задачами роботи є розробка та дослідження режимів роботи автоматизованої системи пошуку оптимальних шляхів у процесі керування розподілом завантаження мережі автодоріг шляхом моделювання параметрів транспортних потоків. Транспортна мережа формалізується у вигляді орієнтованого графа, де вершини графа презентують наявні перехрестя, а дуги графа – дороги між ними [1-4].

Оптимізація транспортних потоків передбачає реалізацію методу ефективного розподілу транспортних засобів, який орієнтований на виконання двох базових етапів розв'язання задачі. На першому етапі шляхом моніторингу мережі створюється її графічна модель, задаються вузлові параметри з урахуванням динамічної зміни їх значень у режимі реального часу та визначаються критерії оптимальності пошукових процесів. Другий етап акумулює розрахункові операції у процесі прийняття оптимальних рішень у середовищі автоматизованої системи та формує низку рекомендацій, спрямованих на оптимізацію транспортних потоків.

Необхідно розробити новий метод оптимізації параметрів руху автомобільного транспорту, який дозволить розрахувати за яких змін параметрів транспортної мережі можливе досягнення оптимальних або максимально допустимих значень тривалості руху транспорту по заданому маршруту. Також, слід розробити програмне забезпечення для проведення моделювання за допомогою цього методу на практиці.

**Розробка засобів розв'язання транспортних задач**

Моделювання параметрів транспортної мережі здійснюється в середовищі автоматизованої системи пошуку оптимальних рішень, яка базується на використанні засобів теорії графів у процесі формування математичної моделі та дослідження параметрів транспортних потоків. Побудова адекватної транспортної моделі передбачає моніторинг стану мережі автодоріг з урахуванням динамічної зміни значень її параметрів. Розроблені засоби автоматизації процесу розв'язання транспортних задач базуються на побудові та ідентифікації гібридної моделі, в основу якої покладено ймовірнісний підхід з елементами моделей аналогів та принцип слідування за лідером. Для кожного типу елементів

транспортної мережі передбачається побудова та ідентифікація окремої моделі, яка дозволяє адекватне відтворення процесів формування транспортних потоків з урахуванням залежностей між густиною наявних транспортних засобів і допустимою швидкістю руху автомобілів.

Серед базових характеристик транспортної мережі виділимо:

$P$  – пропускну здатність (авт./год) автодороги;

$H$  – щільність – кількість автомобілів на одиницю довжини автодороги (авт./км);

$I_R$  – інтенсивність руху – кількість автомобілів, що проїжджає через переріз дороги за одиницю часу (авт./год);

$I_z$  – інтенсивність утворення заторів (авт./год).

Очевидно, що  $I_z = I_R - P$ . При  $I_z > 0$  довжина затору буде збільшуватися, а при  $I_z < 0$  – зменшуватися на величину  $I_R \cdot t$ . У випадку, коли  $I_z = 0$ , усі машини встигатимуть вчасно подолати досліджувану ділянку дороги, що дозволить уникнути явища формування заторів.

Світовий досвід показує, що повністю вирішити проблему формування заторів у великих містах складно, проте розробка і використання новітніх засобів оптимізації транспортного руху дозволяє обґрунтовано прогнозувати значне підвищення експлуатаційних характеристик наявних транспортних мереж.

Одним із найбільш важливих структурних елементів транспортних мереж є перехрестя, оптимізація розподілу транспортних засобів на якому відіграє ключову роль у формуванні інтегрального показника сукупної ефективності роботи загальної транспортної мережі.

До головних засобів оптимізації руху транспорту на перехрестях відносимо:

- методи оптимізації транспортних потоків за рахунок їх оперативного перерозподілу на обрані гілки мережі;

- регулювання режимів роботи світлофорів;

- систему позиціонування дорожніх знаків;

- можливі засоби розширення робочої зони доріг.

Зауважимо, що планова реалізація останнього фактору з урахуванням показників фінансових витрат у реальній транспортній системі часто є неможливою. Тому, особливої уваги заслуговує дослідження перших трьох груп засобів оптимізації транспортного руху на перехрестях.

Серед базових критеріїв оптимальності при дослідженні параметрів транспортних потоків на перехрестях виділимо максимальну інтегральну пропускну спроможність перехрестя, максимальну пропускну спроможність автодорожніх ліній на заданих напрямках руху, мінімально можливе значення показника простою автомобіля на перехресті; мінімальне значення інтенсивності утворення заторів на заданих (чи усіх) напрямках транспортного руху на перехресті.

Структурна схема перехрестя (рис. 1) дозволяє записати його узагальнену математичну модель, де  $X_O, X_S, X_Z, X_R$  є множинами параметрів, за допомогою яких можна описати методи оперативного перерозподілу транспортних потоків за результатами пошуку оптимального шляху, роботу світлофорів, систему позиціонування знаків та обґрунтування рекомендованої ширини робочі зони доріг. Введемо інтегральний критерій оптимальності  $y: y = F(X_O, X_S, X_Z, X_R)$ .

Процес оптимізації руху транспорту на перехресті зводиться до знаходження таких аргументів критерію  $y$ , при яких виконується умова:

$$y \geq K_{opt}, y = F(X_O, X_S, X_Z, X_R), \quad (1)$$

де  $K_{opt}$  – це гранично допустиме значення інтегрального критерію оптимальності  $y$ . Якщо  $y < K_{opt}$ , то допустимого значення критерію оптимальності досягти неможливо.

Для розв'язання поставленої задачі, спрямованої на досягнення умови (1), пропонується використати відомий підхід до розв'язання оберненої задачі чутливості, орієнтованої на визначення рівня можливої зміни значень параметрів досліджуваної системи для досягнення заданих межових значень критерію оптимальності [5].

У даному випадку обернену задачу чутливості пропонуємо розв'язувати з використанням принципу рівних впливів [6], за яким часткові диференціали  $\frac{\partial y}{\partial x_j} \cdot \Delta x_j$ , де  $(j = \overline{1, n})$  однаково впливають

на утворення загального відхилення цільової функції  $\Delta y$ :

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} \Delta x_1 = \frac{\partial y}{\partial x_2} \Delta x_2 = \dots = \frac{\partial y}{\partial x_n} \Delta x_n = \frac{\Delta y}{n} \quad (2)$$

або  $\Delta y_1 = \Delta y_2 = \dots = \Delta y_n = \frac{\Delta y}{n}$ , де  $\Delta y_j$  — частка відхилення  $\Delta y$ , що спричиняється  $\Delta x_j$ ,

$j = \overline{1, n}$ .

Подамо зв'язок між оцінюваною функцією і параметрами системи у вигляді:

$$y = \sum_{i=1}^m a_i \prod_{j=1}^n x_j^{\alpha_{ji}} \quad (3)$$

де  $m$  — кількість доданків полінома (3);  $n$  — кількість змінних (параметрів)  $x_j$ ;  $a_i$  — додатні коефіцієнти функціоналу;  $\alpha_{ji}$  — постійні коефіцієнти.

Для визначення відхилення  $\Delta x_j$  скористаємось безрозмірною формою запису, що отримується шляхом ділення цільової функції (3) на її оптимальне значення ( $y_o$ ):

$$y^* = \sum_{i=1}^m \varpi_{io} \prod_{j=1}^n x_{j^*}^{\alpha_{ji}} \quad (4)$$

де  $y^* = \frac{y}{y_o}$ ,  $x_{j^*} = \frac{x_j}{x_{jo}}$  — відносні значення відповідно функції та параметрів;  $\varpi_{io}$  —

оптимальна пронормована вага  $i$ -го доданку поліному, знайдена за методом інтегральних аналогів [7]:

$$\varpi_{io} = \frac{a_i \prod_{j=1}^n x_j^{\alpha_{ji}}}{y} \quad , \quad i = \overline{1, m}. \quad \text{Такий перехід від абсолютної системи одиниць до відносної}$$

уможливується використанням правила Фур'є [7], за яким усі члени рівняння, що описує будь-яке фізичне явище і подане у вигляді сум однорідних функцій в абсолютній системі одиниць, повинні мати однакову розмірність. За принципом рівних впливів вважаємо складові  $y_{j^*}$ , які спричиняються впливом  $x_{j^*}$ ,  $j = \overline{1, n}$ , рівними і визначаємо їх за виразом:

$$y_{j^*} = \frac{y_o + \frac{\Delta y}{n}}{y_o} = 1 + \frac{1}{n}(y^* - 1). \quad (5)$$

Для знаходження  $x_{j^*}$  складаємо систему рівнянь:

$$1 + \frac{j}{n}(y^* - 1) = \sum_{i=1}^m \varpi_{io} \prod_{k=1}^{j-1} x_{k^*}^{a_{ki}} \prod_{k=j+1}^n x_{k^*}^{a_{ki}} \cdot x_{j^*}^{\alpha_{ji}} \quad , \quad j = \overline{1, n} \quad (6)$$

де  $x_{k^*z}$  — відносні значення змінних, знайдені з попередніх рівнянь системи (6);  $x_{k^*o} = 1$  — відносні оптимальні значення змінних;  $x_{j^*}$  — шукане відносне значення змінної  $x$  у  $j$ -му рівнянні;  $y^*$  — задане відносне значення відхилення цільової функції від оптимуму.

Система рівнянь (6) виявляє залежності впливів змінних параметрів на значення цільової функції. Перше рівняння такої системи визначає відносне відхилення першої шуканої змінної  $x_{1^*}$  даної цільової функції для формування відхилення  $y_{1^*}$ . Кожне наступне рівняння простежує вкраплення чергових шуканих змінних  $x_{j^*}$ ,  $j = \overline{2, n}$  і відповідний приріст узагальненого критерію оптимальності  $y_{j^*}$ ,  $j = \overline{1, n}$ .

Розглянемо приклад моделі оптимізаційного розподілу транспортних засобів на перехресті, керованому світлофорами, у випадку, коли поворот наліво заборонений для кожного напрямку руху. Серед наявної системи обмежень параметрів моделі виділимо умову, яка для кожного напрямку визначає інтенсивність руху транспорту не меншою від пропускної здатності дороги (рис. 2).

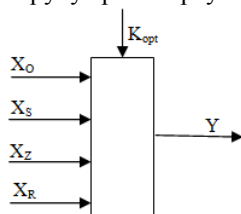


Рисунок 1 – Структурна схема перехрестя

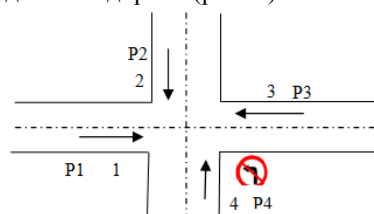


Рисунок 2 – Приклад моделі оптимізації розподілу транспортних засобів на перехресті

За визначенням пропускної здатності маємо:

$$P_p = K_p/t; \quad P_{pmax} = \text{Max}(P_p),$$

де  $K_p$  – сумарна кількість машин, які проїжджають через перехрестя за фіксований проміжок часу  $t$ , який дорівнює циклу роботи світлофора. Через  $t_3$  позначимо робочий час відображення зеленого світла для напрямків 1 та 3, тоді час активації зеленого світла для напрямків 2 та 4 буде дорівнювати  $(t - t_3)$ .

Кількість машин, які проїжджають за період циклу роботи світлофора, визначається виразом:

$$K_p = (P_1 + P_3)t_3 + (P_2 + P_4)(t - t_3).$$

Тоді для розрахунку пропускної здатності дороги отримаємо вирази:

$$P_p = ((P_1 + P_3)t_3 + (P_2 + P_4)(t - t_3)) / t = (P_1 + P_3)t_3 / t + (P_2 + P_4)(1 - t_3 / t).$$

$$P_p = P_2 + P_4 + (P_1 + P_3 - P_2 - P_4)t_3 / t.$$

$$P_{pmax} = \text{Max}(P_2 + P_4 + (P_1 + P_3 - P_2 - P_4)t_3 / t) = \text{Max}(P_2 + P_4) + \text{Max}((P_1 + P_3 - P_2 - P_4)t_3 / t).$$

Оскільки  $\text{Max}(P_2 + P_4) = P_2 + P_4$ , то формула визначення максимальної пропускної здатності матиме вигляд:

$$P_{pmax} = P_2 + P_4 + \text{Max}((P_1 + P_3 - P_2 - P_4)t_3 / t).$$

$$\text{Звідки } \text{Max}((P_1 + P_3 - P_2 - P_4)t_3 / t) = \begin{cases} P_1 + P_3 - P_2 - P_4, \text{ нпу } P_1 + P_3 - P_2 - P_4 > 0 \text{ i } t_3 = t \\ 0, \text{ нпу } P_1 + P_3 - P_2 - P_4 \leq 0 \text{ i } t_3 = 0 \end{cases}.$$

$$\text{Тоді } P_{pmax} = \begin{cases} P_1 + P_3, \text{ нпу } P_1 + P_3 - P_2 - P_4 > 0 \text{ i } t_3 = t \\ P_2 + P_4, \text{ нпу } P_1 + P_3 - P_2 - P_4 \leq 0 \text{ i } t_3 = 0 \end{cases}, \text{ тобто } P_{pmax} = \text{Max}(P_1 + P_3, P_2 + P_4).$$

Отже, максимально можлива пропускна здатність роботи перехрестя дорівнює максимальному значенню суми пропускних здатностей доріг протилежних напрямків руху. Якщо інтенсивність руху машин на кожному напрямку не перевищує пропускної здатності траси, то для досягнення максимальної пропускної здатності перехрестя зелене світло світлофора повинно горіти в межах повного робочого циклу. Інтенсивність прибуття автомобілів до перехрестя визначається виразом:  $I_{pp} = I_{R1} + I_{R2} + I_{R3} + I_{R4}$ . Тоді сумарна інтенсивність утворення затору на перехресті описується виразом:  $I_{zp} = I_{pp} - P_{pmax}$ . У випадку, коли визначений показник  $I_{zp} > 0$ , сумарна довжина затору на перехресті буде збільшуватися, що є обґрунтованим сигналом для використання різних факторів впливу на оптимізацію руху транспортних засобів у досліджуваній мережі автодоріг.

Транспортна мережа подається у вигляді орієнтованого графа (рис. 3), де вершини графа презентують наявні перехрестя, а дуги – дороги між ними. Інформація про дозвіл руху автотранспорту обраною віткою мережі зберігається в базі додаткових параметрів графа. Такий підхід спрощує процес маніпулювання графічною моделлю транспортної мережі в середовищі автоматизованої системи пошуку оптимальних рішень.

Розподіл автомобілів на перехресті з номером 5 можна подати у вигляді двовірного масиву ймовірностей  $R$  розміром  $4 \times 3$  (рис. 4).

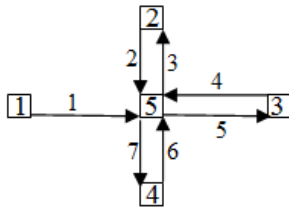


Рисунок 3 – Подання фрагменту транспортної

Номер дуги	3	5	7
1	R11	R12	R13
2	R21	R22	R23
4	R31	R32	R33
6	R41	R42	R43

Рисунок 4 – Розподіл автомобілів на мережі за допомогою орієнтованого графа перехресті №5

Очевидно, що сума ймовірностей кожної стрічки таблиці (див. рис. 4) дорівнює одиниці, оскільки кількість машин, які в'їжджають в область перехрестя, однакова кількості машин, які її покидають. Якщо у транспортній мережі по дорозі рух заборонений, то у відповідну комірку масиву  $R$  записується нуль.

Розроблено програмне забезпечення для проведення моделювання за допомогою запропонованого методу на практиці (рис. 5).

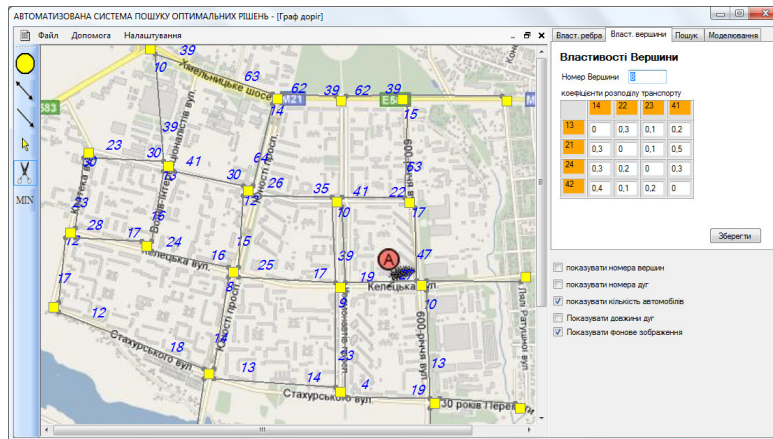


Рисунок 5 – Візуалізація результатів моделювання процесу розподілу автотранспорту в мережі

### Висновок

Розроблено новий метод оптимізації параметрів руху автомобільного транспорту, який, на відміну від існуючих, використовує математичний апарат методу межових змін параметрів для розв'язання оберненої задачі оптимізації графа, що дозволяє розрахувати за яких змін параметрів (законів руху автомобілів на під'їзних дорогах, геометричних параметрів мережі тощо) транспортної мережі можливе досягнення оптимальних або максимально допустимих значень тривалості руху транспорту по заданому маршруту. Метод дозволить, також, моделювати та оптимізувати параметри самої транспортної мережі для максимізації її пропускної здатності у найбільш важливих напрямках. Для формалізації впливу параметрів світлофора на маршруті слідування транспорту на прикладі перехрестя з 4-ма входами/виходами виведено співвідношення для розрахунку максимальної пропускної здатності перехрестя для заданих параметрів його ходів, що дозволяє розширити можливості застосування запропонованого методу оптимізації параметрів руху автомобільного транспорту. Розроблено програмне забезпечення для проведення моделювання за допомогою запропонованого методу на практиці.

### Список літератури

1. Семенов В. В. Математическое моделирование динамики транспортных потоков мегаполиса. / В. В. Семенов. – М. : Наука, 2004. – 45с.
2. Прокудін Г.С. Моделі і методи оптимізації перевезень у транспортних системах. / Г. С. Прокудін. – К.: Нац. Тр-т Ун-т, 2006. – Монографія. – 224 с.
6. З. Хейт Ф. Математическая теория транспортных потоков. / Ф. Хейт. – М. : Мир, 1996. – 286с.
4. Смирнов Н.Н. Математическое моделирование автотранспортных потоков / Н.Н. Смирнов. – М. : мех-мат, МГУ 1996. – 212с.
5. Демидович Б. П. Основы вычислительной математики. / Б. П. Демидович, И. А. Марон — М.: Наука, 1970. — 664с.
6. Войтко В. В. Один з методів розв'язання оберненої задачі чутливості / В. В. Войтко, І.С. Сербін // Вісник Вінницького політехнічного інституту — №6 — Вінниця, 2001. – С. 129-134 .
7. Веников В. А. Теория подобия и моделирования. / В. А. Веников. — М.: Высшая школа, 1976. — 480с.

### Відомості про авторів

Мокін Віталій Борисович – д.т.н., професор, завідувач кафедри моделювання та моніторингу складних систем, vbmokin@gmail.com.

Романюк Олександр Никифорович – д.т.н., професор, перший проректор з наукової-педагогічної роботи по організації навчального процесу та його науково-методичного забезпечення, romanuyuk@vstu.vinnica.ua.

Сторчак Володимир Григорович – аспірант кафедри моделювання та моніторингу складних систем, storchak@rambler.ru.

Войтко Вікторія Володимирівна – к.т.н., доцент, vojtko@vstu.vinnica.ua.

Гавенко Олег Віталійович – кафедра програмного забезпечення, магістрант з комп'ютерних наук, Gavenko2007@yandex.ru.

Вінницький національний технічний університет