УДК 62 50 658 21

Т.Н. БОРОВСКАЯ, И.С. КОЛЕСНИК, В.А. СЕВЕРИЛОВ, И.В. ШУЛЬГАН

Винницкий национальный технический университет, г. Винница

ОПТИМАЛЬНОЕ АГРЕГИРОВАНИЕ ИНТЕГРИРОВАННЫХ СИСТЕМ «ПРОИЗВОДСТВО-РАЗВИТИЕ»

Аннотация.Рассматривается задача замены интегрированной системы «производство – развитие производства» эквивалентным оптимальным элементом по функции «затраты – выпуск». Критерий оптимальности – приращение темпа выпуска, переменная управления – распределение входного ресурса между затратами производства и затратами развития – повышения эффективности производства и увеличения производственных мощностей. Решение данной задачи расширяет алгебру оптимального агрегирования структур на системы с параметрическими связями между элементами. Практическое значение разработки – эффективное управление современными динамичными производствами. Разработаны рабочие модели, приведены примеры исследований.

Ключові слова:функция производства, функция развития, оптимальное агрегирование, бинарній оператор, метод оптимального агрегирования.

Анотація. Розглядається задача заміни інтегрованої системи «виробництво - розвиток виробництва» еквівалентним оптимальним елементом по функції «витрати - випуск». Критерій оптимальності - приріст темпу випуску, змінна управління - розподіл вхідного ресурсу між витратами виробництва і витратами розвитку - підвищення ефективності виробництва і збільшення виробничих потужностей. Рішення даної задачі розширює алгебру оптимального агрегування структур на системи з параметричними зв'язками між елементами. Практичне значення розробки - ефективне управління сучасними динамічними виробництвами. Розроблено робочі моделі, наведено приклади досліджень. .

Ключевые слова: функція виробництва, функція розвитку, оптимальне агрегування, бінарний оператор, метод оптимального агрегування...

Abstract. The problem of replacing an integrated system of "production - production development" equivalent element for optimal function "input - output". Optimality criterion - the increment rate of release, control variable - the input resource allocation between expenses of production and expenses for development - improve production efficiency and increase production capacity. Solution of this problem extends algebra optimal aggregation structures to systems with parametric links between elements. The practical significance of the development - efficient management of modern dynamic productions. Developed working models are examples of research.

Key words: Production function, function development, optimal aggregation, binary operator, metod of the optimal aggregation.

Введение

Сегодня стабильное развитие предприятия любой отрасли базируется на интелектуальных рабочих местах, высокотехнологическом производстве и эффективной продукции. Эта база должна непрерывно развиваться для выживания в глобальном окружении. Наличие наработанного конструкторско-технологического потенциала и эффективной структуры кадров недостаточно без решениязадач оперативного оптимального распредилении ресурсов между элементами производственной системы, и между производством и развитием производства для каждого элемента. Задача данной работы – разработка и иследование рабочих математических моделей для нового класса объектов – интегрированных систем «производство-развитие».

Актуальность работы обусловлена тем, что в этой области практика уверенно опережает теорию. Проведен анализ литературы в области функционирования и развития передовых производств – «Мерседес», «Тойота», «Аэробус», «ОАК» и др. в аспекте быстрого и постоянного обновления производства и продуктов производства. Проанализированы пути развития производств у таких стран как Турция, Индия, Бразилия, Китай за счёт комплексных процессов закупки эффективной продукции, оборудования и технологий её производства, строительства соответствующих предприятий и подготовки собственных кадров всех уровней. Специфическая особенность таких соглашений – продавец комплекса обязуется выручку инвестировать в развитие этого производства. Последнее означает, что возврат инвестиций продавца зависит от успешности проекта у покупателя. Отсутствует достоверная информация об использовании и эффективности каких либо программных систем оптимального управления интегрированными системами производства и развития. Не найдено по результатам поиска аналогов и прототипов, использующих методологию оптимального агрегирования. Единственный аналог относится к оптимизации больших баз даных [1].

Концепции производственные системы иерархичны. Производственные системы и их элементы рассматриваются как «технологические преобразователи» ресурсов в продукт, характеризуемые зависимостью «затраты – выпуск» - функцией производства (ФП). Полагаем ФП ограниченными нестрого монотонными и нестрого положительными.

Рациональные производственные системы постулат совместимости. В рациональной производственной системе выделение дополнительного ресурса любой подсистеме, по крайней мере, не ухудшает показатель выхода всей системы [2]. В рациональной производственной системе возможно устойчивое состояние, когда одновременно достигают максимума критерии всех элементов и системы в целом [2-4].

Принцип оптимальности. Оптимальное распределение ресурса между некоторой парой элементов производственной системы зависит только от величины ресурса выделенного для этих элементов [5]. Принцип оптимальности, на котором основан метод динамического программирования Беллмана, формулируется как независимость оптимальной траектории из некоторой точки фазового пространства от предыстории [6]. Принцип оптимальности – основа для доказательства возможности декомпозиции многомерной задачи оптимизации в последовательность одномерных задач.

Методология оптимального агрегирования интегрирует в себе: агрегирование модели производственной системы в эквивалентный элемент, субоптимизацию распределения ресурса в подсистемах, и алгебру производственных функций, подобную алгебре передаточных функций для линейных динамических систем [5, 7, 8].

Постановка задачи

На рис. 1 представлена конкретизация постановки задачи. В верхней части - логика исследования: производственный элемент; производственный элемент с подсистемой развития и раздельными ресурсными входами; те же элементы с общим ресурсным входом и блоком распределения ресурса; оптимальный эквивалентный производственный элемент – цель разработки. В разработанной алгебре оптимального агрегирования параллельных, последовательных и кольцевых структур [5, 7, 8] этот эквивалентный элемент должен быть совместимым с производственными элементами без подсистем развития. Математическая особенность задачи агрегирования систем «производство – развитие» - наличие кроме ресурсных связей, параметрической связи между подсистемами «развитие» и «производство».

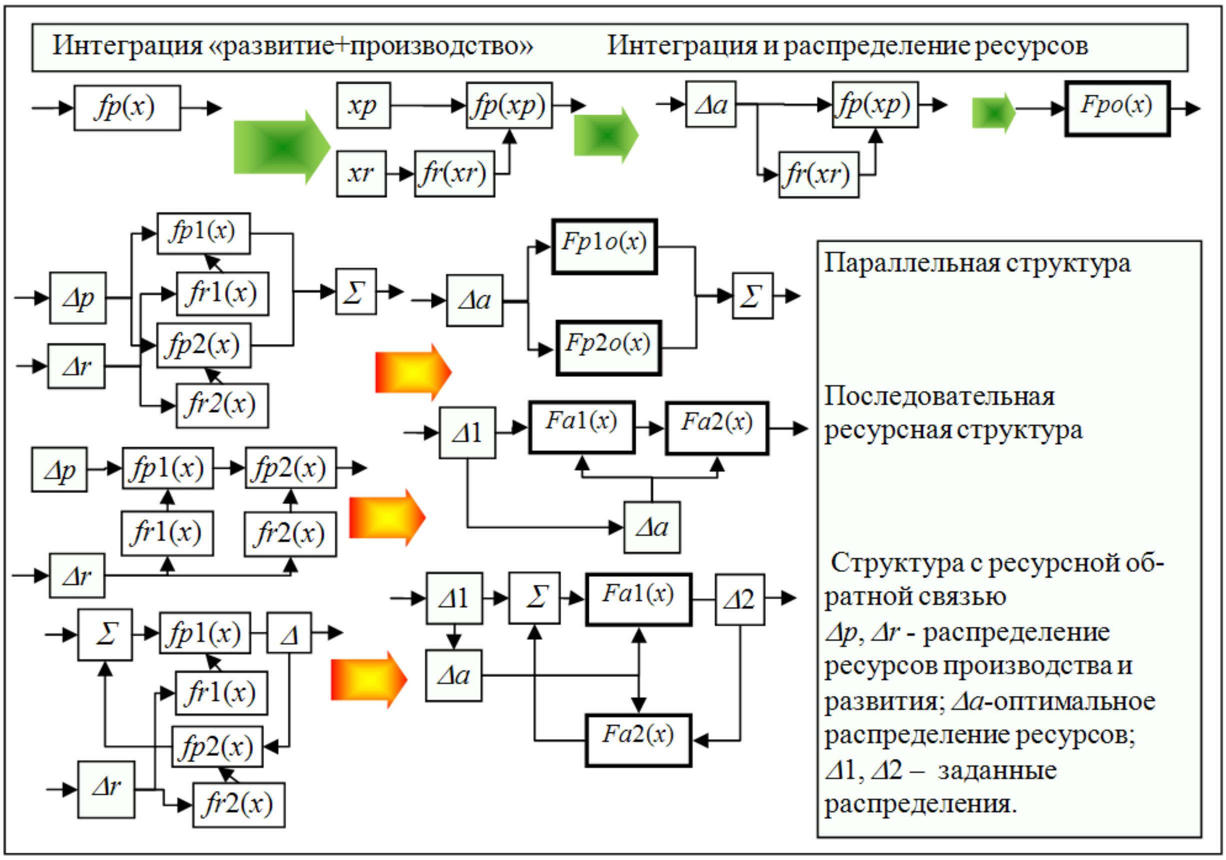


Рисунок 1 – Преобразование типовых структур ПС на базе интегрированной модели «производство – развитие»

Отсутствие прямых прототипов, внешних и собственных, обусловило разносторонний контроль каждого шага конструирования математической модели. На рис. 2 представлены отображения распределений некоторого «кванта ресурса» в приращение производства продукции при распределениях «всё в развитие», «всё в производство» и распределение в некоторой пропорции – это первый шаг контроля.

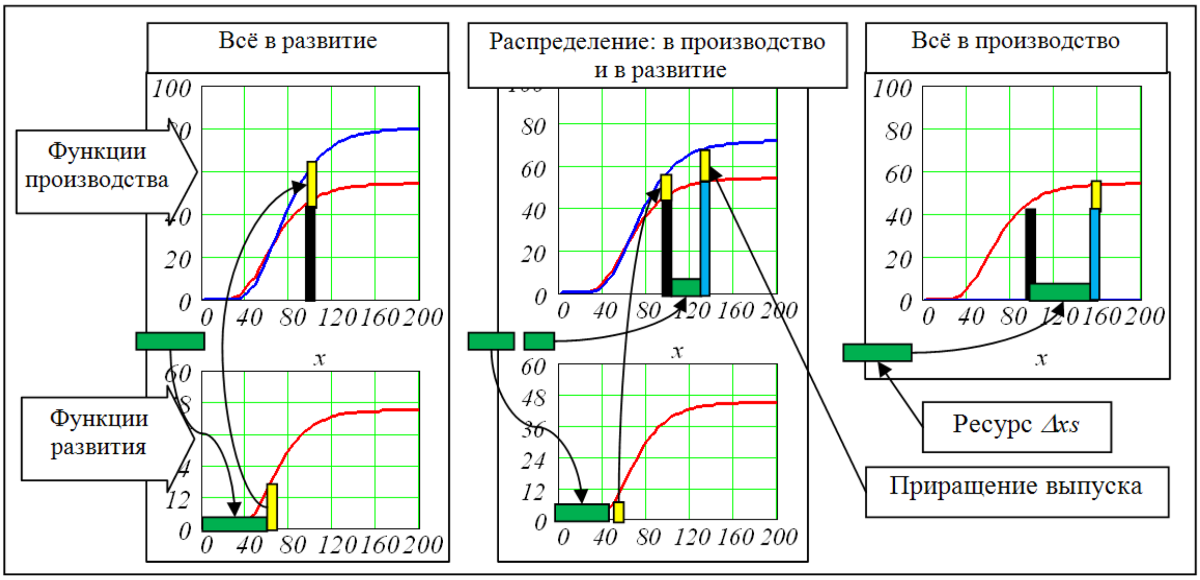


Рисунок 2 - Распределения ресурса в интегрированной системе «производство – развитие

Информационная технология конструирования математических моделей

Поставленная задача, не может быть решена в рамках существующих стандартов научных исследований и, в частности, стандартов научных публикаций. Поэтому, по необходимости и естественным путём была создана «рациональная технология», гарантирующая получение результатов при конечных затратах. Для сравнения представим технологии в табл. 1, помня, что это не альтернативы, а технологии с различными объектами и возможностями.

Таблица 1 – Сравнительный анализ технологий констуирования математических моделей

	Технология, обусловленная **ограничениями**: структуры научных публикаций, формулы, ..	Технология, обусловленная **возможностями** математических пакетов и спецификой задач
1	Анализ авторитетных и новых аналогов и прототипов	Отслеживание релевантных публикаций и анализ перспективных направлений
2	Формулирование целей и задач исследования по улучшению аналогов	Формирование рабочей модели в среде пакета. Декомпозиция модели, контроль, вычислительные эксперименты
3	Разработка«бумажной» математической модели. Аналитическое исследование	Разработка сервисных модулей для стандартных видов анализа.
4	Выбор пакета класса «AnyShell». Вычислительные эксперименты в среде демопримера.	Исследования на «виртуальной реальности». Коррекция и развитие абстрактных математических моделей
5	Подготовка отчётов и публикаций	Подготовка «слайдовых» отчётов и публикаций (без трансляции формул в стандарт)

Существенное отличие технологий в том, что в традиционной, по сути, рассматриваются модели-аппроксимации статистических данных, а в предлагаемой – модели воспроизводящие «порождающие механизмы» поведения. Этот подход был предложен и применён Дж. Форрестером [9, 10].

Для существенно новых задач в предлагаемой технологии абстрактные математические модели обычно появляются на последних шагах исследования последовательности уточняемых имитационных моделей.

Математическую модель оптимального агрегирования систем «производство – развитие» разделяем на субмодели, соответствующие реальным подсистемам:

- модели (функции) производства и развития;
- модели отображения затрат развития в изменение функции производства;
- модели процессов функционирования и развития интегрированной системы;
- модели критерия оптимальности агрегированной системы;
- модели оптимизации распределения ресурса между производством и развитием;
- модели системы оптимальных эквивалентных функций системы для интервала начальных состояний системы.

Множественное число «модели» означает, что в процессе конструирования новых моделей для новых задач естественно возникают альтернативы, обусловленные:

- неполнотой знаний о «порождающих» механизмах» объекта;
- желанием повысить вычислительную эффективность модели;
- выбором цели и, соответственно критерия оптимизации;
- выбором математического описания процессов, например: дифференциальные, интегральные, разностные уравнения;
- специализацией модели на отрасли: агропроизводства, металлургии, электроники.

В данной работе представлена модель-фрейм, первая версия – отрытая для изменений и дающая возможность накопления знаний на «виртуальной реальности».

Разделим перечисленные выше субмодели на два уровня:

- модели первого уровня, отображающие связь между величинами, для которых возможны прямые измерения;
- модели второго уровня, – отображающие связь между величинами, получаемыми в результате производных измерений.

Модели первого уровня

На рис. 3 представлен пример базовой библиотеки математических моделей производственных функций [5].

Степенная $F1(x, A, w, s) \equiv 1A \cdot x^{10w}$.

Логарифмическая $F2(x, A, w, s) \equiv 1.5A \cdot ln(x+1)$.

Экспоненциальная $F3(x, A, w, s) \equiv 10 \cdot A \cdot \left(1 - e^{-w \cdot x}\right)$.

Вогнуто-выпуклая (S-функция) $F4(x, A, w, s) \equiv 10 \cdot A \cdot \left(1 - e^{-w \cdot x}\right)^s$.

Линейная с ограничением, линейная с порогом затрат:

$$F5(x, A, w, s) := \left| \begin{array}{l} 10w \cdot x \quad if \;\; 10w \cdot x < 10A \;\; ; \\ 10A \quad otherwise \end{array} \right.$$

Ступенчатая (дискретная продукция) $F7(x, A, es, ls) := 10min(trunc(x \div ls) \cdot es \cdot ls, A)$,

где x – затраты ресурса, A – «амплитуда», w – «эффективность», s – пороговые затраты.
Параметры ступенчатой функции: A – «амплитуда»; es – «эффективность»,
ls -затраты на дискретную единицу продукции.

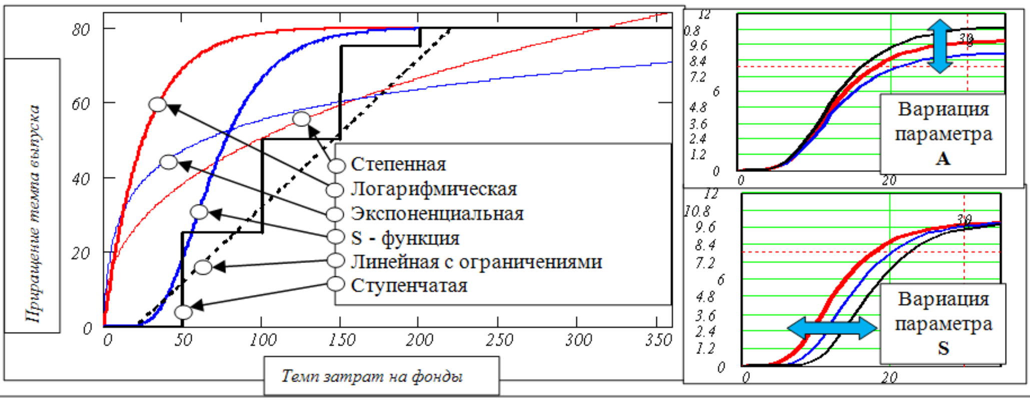
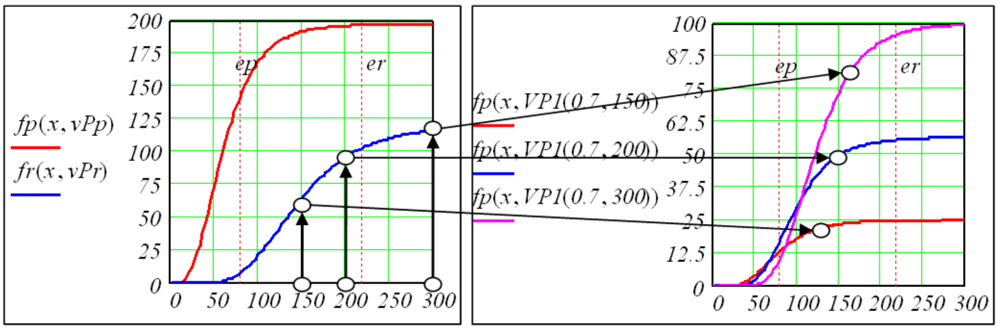


Рисунок 3 - Базовые модели функций производства. Пример

Ограничения на вид функций производства: нестрого монотонно возрастающие, нестрого положительные, ограниченные. В этом примере представлены и классические выпуклые модели, на которых построены фундаментальные направления – теория открытого управления, классическая теория рынка, теория портфеля ценных бумаг и актуальные для практики – невыпуклые, негладкие, разрывные. Эти модели сведены к трёхпараметрической форме. На рис. 4 представлен пример отображения затрат развития в параметры функции производства. Аналогами для разработки таких моделей была последняя глава в монографии Форрестера [10], обобщения экологических моделей развития («башни моделей») у М. Пешеля [11].

$$VP1(\alpha,\Delta xs) := \begin{bmatrix} fr(\alpha\cdot\Delta xs, vPr) \\ vPp_2\cdot(1-0.002\cdot fr(\alpha\cdot\Delta xs, vPr)) \\ vPp_3\cdot((1+0.03\cdot fr(\alpha\cdot\Delta xs, vPr))) \end{bmatrix}; VP1(\alpha,\Delta xs) =$$

	1
1	38.33
2	0.03
3	10.75



fp(*x*, *vPp*) – функция производства, *fr*(*x*, *vPr*) – функция развития, *vPp*, *vPr* – векторы параметров функций производства и развития, *x* – ресурс производства начальный, *Δxs* – «квант ресурса» для системы «производство – развитие», *α* – пропорция распределения «квант ресурса» между производством и развитием.

Рисунок 4 - Отображение затрат развития в функцию производства. Пример

Модели второго уровня

В среде математического пакета модели второго уровня формируются как функции пользователя. Понятия функции в математике и программировании различны. Множество функций пользователя включает в себя подмножество функций классической математики. Возникает конкретный вопрос – можно ли расширить множество функций математики за счёт программных модулей «функций пользователя»? Создатели пакета Mathcad назвали его «живой математикой». Если рассматривать подмножество функций пользователя в некоторой программной платформе – таких, что берут и возвращают числовые данные, то это, несомненно, математические функции, такие же, как экспонента и логарифм. Функции пользователя могут порождать некоторые интересные для теории и полезные для практики алгебры, подобные алгебрам чисел, матриц, передаточных функций, распределений вероятностей. Для таких нечётких и метаморфозных объектов, как функции производства (ФП), построена алгебра с оператором оптимального агрегирования, позволяющего «складывать» и «перемножать» ФП [5]. Сравним классические функции с функциями пользователя данной работы. Запишем общеизвестную функцию синус как параметризованную функцию пользователя:

$$SIN(x,vps) = SIN[x,(A \quad \omega \quad \phi)] = A\cdot\sin(\omega\cdot x+\phi).$$

Определим функции пользователя для элементарных операций алгебры чисел:

$$SUM(a,b) = a+b; \quad MUL(a,b) = a\cdot b.$$

Запишем выражение с бинарным оператором оптимального агрегирования, который берёт пару функций и возвращает оптимальную, по критерию суммарного производства, эквивалентную, по зависимости «вход – выход», функцию для системы из параллельно работающих элементов с ФП $f1$ и $f2$:

$$Fops(x) = f2op(f1, f2).$$

На рис. 5 представлен пример представления выбранного критерия оптимальности системы «производство - развитие» функцией пользователя четырёх переменных. Исследуется характер зависимости критерия от пропорции распределения ресурса для начальных значений затрат ресурса производства: 40, 60, 120, 250. На каждом графике даны зависимости для величин кванта ресурса 70, 150, 200. Видим, что оптимальное распределение меняется в интервале $0 \prec \alpha \prec 1$ и что возможны монопольные распределения «всё в производство», «всё в развитие». Особенность этой функции – параметрическая связь между функциями развития и производства.

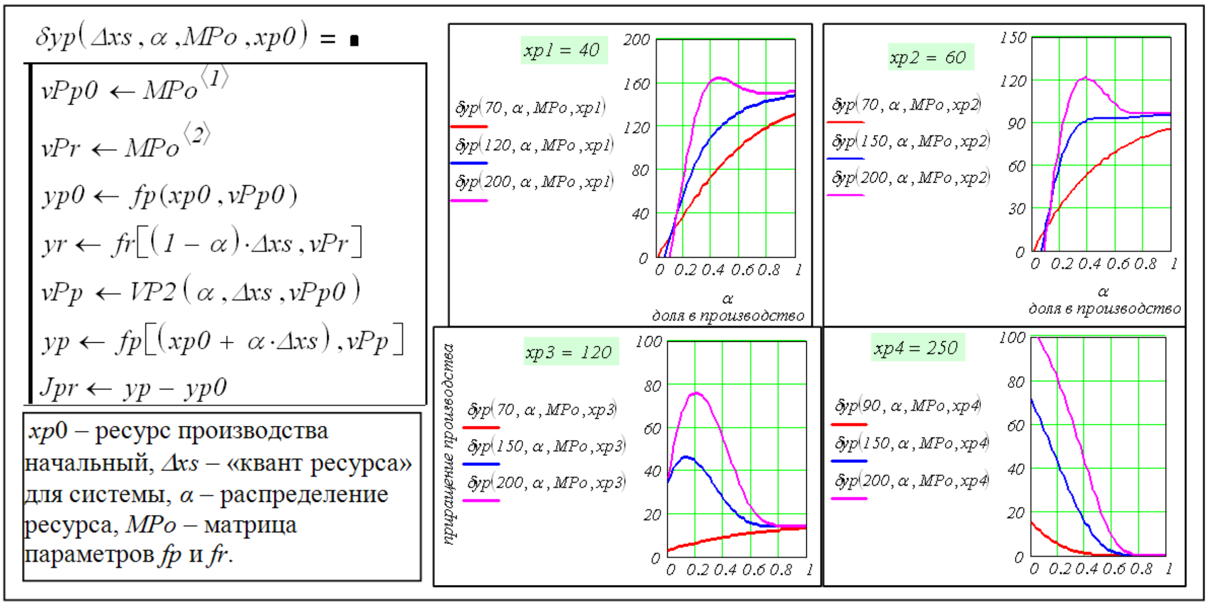


Рисунок 5 - Анализ критериальной функции системы «производство – развитие». Пример

Для исследования системы оптимальных зависимостей критерия от начального состояния $(\Delta xs, xp0)$ делаем модуль, который для каждой точки $(\Delta xs, xp0)$ находит значение α_{opt}, дающее критерию максимум (рис. 6).

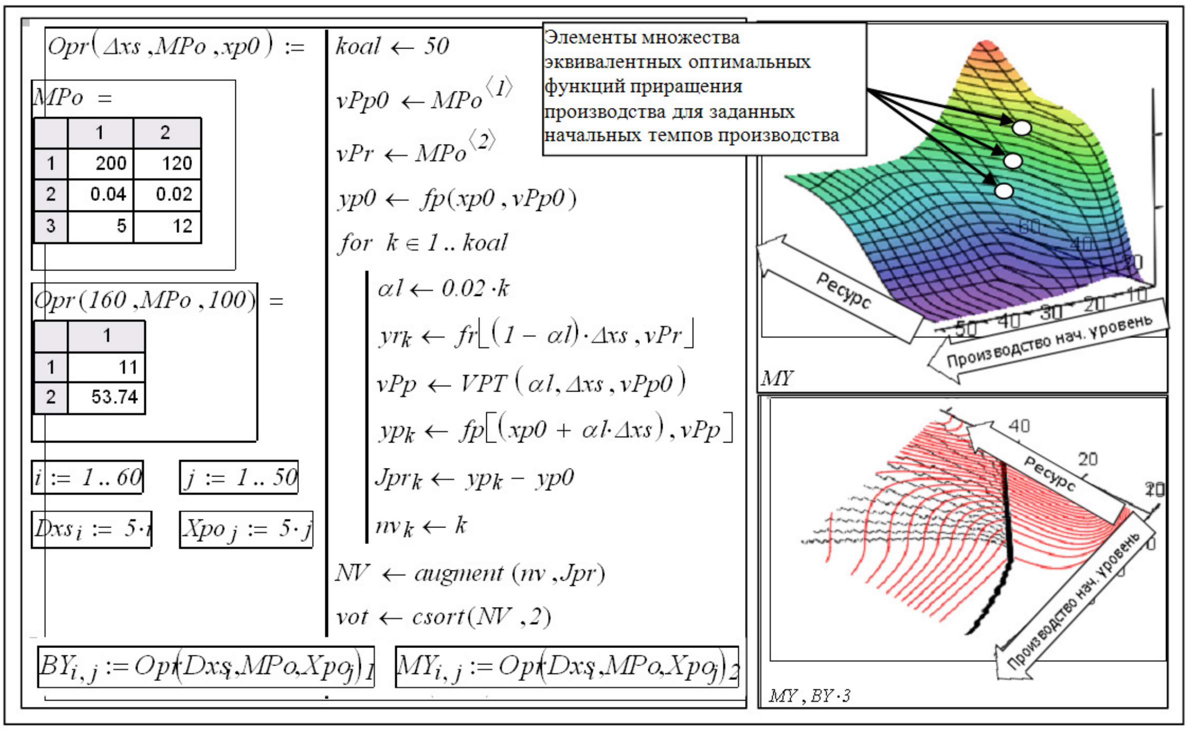


Рисунок 6 - Анализ критериальной функции системы «производство - развитие. Пример

Для производственных систем доказана и реализована возможность декомпозиции многомерной задачи нелинейного программирования в систему одномерных задач оптимизации [5]. Это позволяет использовать безотказный метод прямого перебора на базе векторизации вычислений. В тексте программы (см. рис. 6) нахождение экстремума выполняется в последних строках. На верхнем графике представлена MY – дискретизованная зависимость максимального значения критерия от величин начального производства и кванта ресурса. На нижнем графике совместно выведены функция MY и функция BY- значения оптимального распределения кванта ресурса между производством и развитием. Трёхмерный график повёрнут в ракурс, позволяющий сравнить линии уровня этих функций. На графике видна линия разрыва оптимальных распределений – переход от распределения «всё в производство» к распределениям с ненулевой частью «в развитие».

Для исследования оптимальных эквивалентных функций и соответствующих функций оптимального распределения кванта ресурса при заданном значении начального темпа производства делаем программный модуль, который вычисляет зависимость критерия от $(\Delta xs, \alpha)$ - кванта ресурса и его распределения при фиксированных значениях параметров Mpo и Xpo– матриц параметров системы и начального темпа производства.

На рис. 7 представлен текст версии программного модуля. В левой части приведены: - выход модуля – вектор из двух матриц; - «распаковка» выхода, где $Kripr(\cdot)$– матрица значений критериальной функции; - матрица значений годографа максимумов критериальной функции. Ниже приведены фрагменты этих матриц с размерностями 60x50 и 60x2.

$F2pr(MPo, xp0) =$

	1
1	[60,50]
2	[60,2]

$Kripr(MPo, xp0) := F2pr(MPo, xp0)_1$

$G(MPo, xp0) := augment\left(nv, F2pr(MPo, xp0)_2\right)$

$Kripr(MPo, xp0) =$

	1	2	3	4	5
1	0.21	0.42	0.63	0.84	1.05
2	0.42	0.84	1.25	1.67	2.08
3	0.63	1.25	1.88	2.49	3.11
4	0.84	1.67	2.49	3.31	4.12
5	1.05	2.08	3.11	4.12	5.12

$G(MPo, xp0) =$

	1	2	3
1	1	50	9.95
2	2	50	18.78
3	3	50	26.54
4	4	50	33.3
5	5	50	39.16

```
F2pr(MPo, xp0) := | kD ← 60
                  | ka ← 50
                  | for d ∈ 1..kD
                  |   | Dx ← d·5
                  |   | mak_d ← 0
                  |   | kom_d ← 0
                  |   | nv_d ← d
                  |   | for a ∈ 1..ka
                  |   |   | Dal ← 0.02·a
                  |   |   | FF_d,a ← δyp(Dx, Dal, MPo, xp0)
                  |   |   | yslo ← FF_d,a > mak_d
                  |   |   | mak_d ← FF_d,a yslo + ¬yslo·mak_d
                  |   |   | kom_d ← yslo·a + ¬yslo·kom_d
                  | kzm ← augment(kom, mak)
```

kzm – координаты и значение максимума;
kom – координаты максимума;
mak - значение максимума.

Рисунок 7 - Модуль определения оптимальной эквивалентной ФП при заданном начальном темпе ресурса производства. Пример

Результаты моделирования приведены на рис. 8. В верхнем ряду – графики критериальной функции для двух значений начального темпа производства $xp01 = 66,\ xp02 = 128$. На эти графики наложены годографы максимумов. Видим разрывность годографов. Интерпретация разрывов: при определённом значении кванта ресурса скачком меняется его распределение. В среднем ряду - проекции «вид с боку» для тех же графиков. Годографы в этой проекции – непрерывные монотонные, кусочно-гладкие зависимости оптимального приращения ФП в зависимости от величины кванта ресурса.

Нижняя пара графиков - эквивалентные оптимальные функции приращения производства для двух заданных значений начального темпа производства и требуемые оптимальные распределения ресурса.

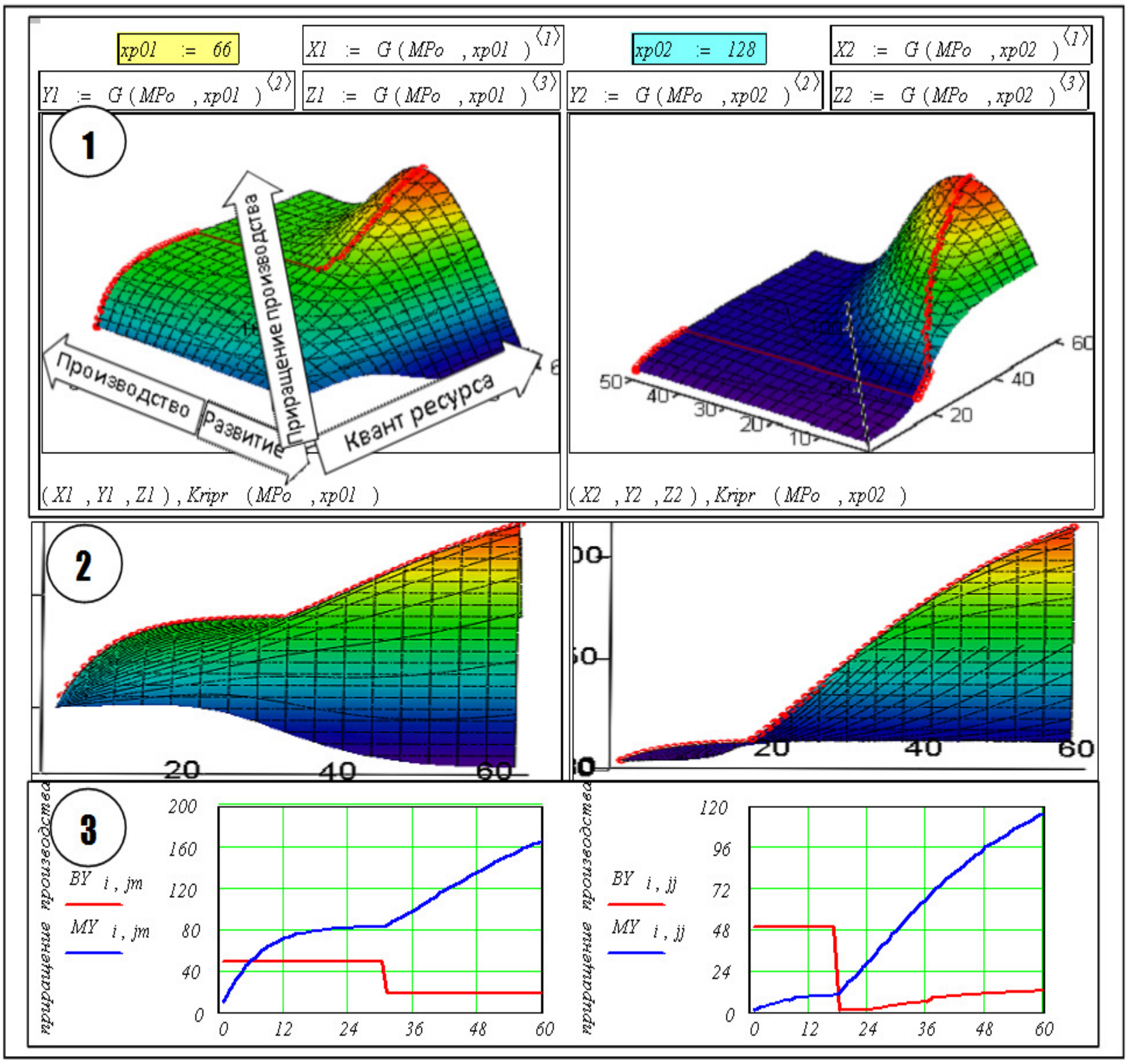


Рисунок 8 - Анализ модели оптимального агрегирования системы «производство – развитие

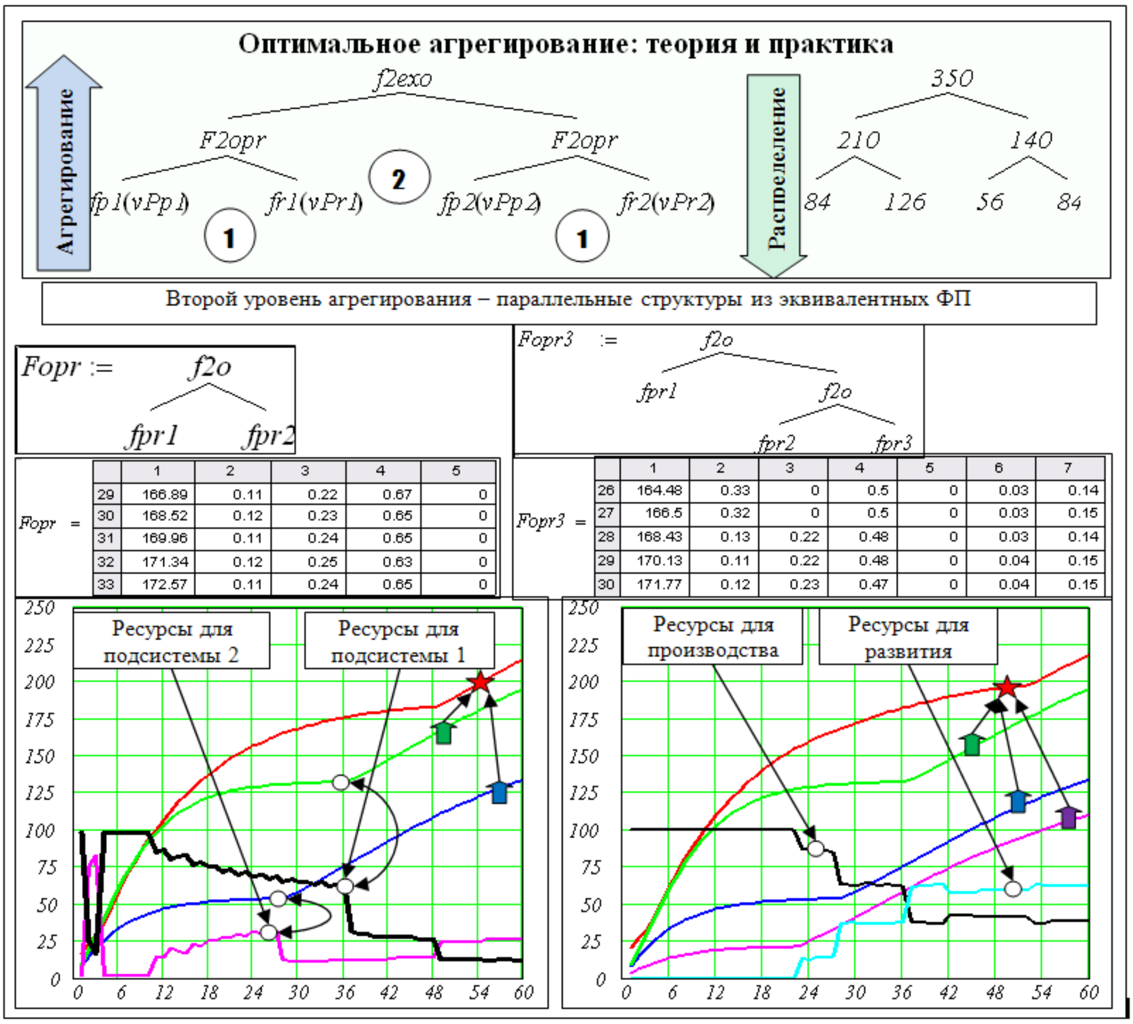
Последний шаг в поставленной задаче (см. рис.1) - агрегирование параллельной структуры, элементы которой – оптимально агрегированные системы «производство - развитие».

На рис. 9 представлены результаты оптимального агрегирования двух и трёх элементов класса «производство – развитие».

В верхнем ряду представлены задачи «для математика» и для «практика». «Математик» решает две задачи – эквивалентное преобразование системы из четырёх элементов одним и оптимальное распределение ресурсов между элементами. Вместо одной задачи оптимизации функции четырёх переменных, он решает четыре одномерных задачи. Приведенная структура – это рабочая формула решения поставленной задачи, где $F2opr$ и $f2exo$ – бинарные операторы оптимального агрегирования неоднородных – «производство- развитие» и однородных «производство – производство» элементов. «Практик» должен распределить, желательно оптимально, ресурс в производственной системе. Обычно это делается сверху вниз по уровням иерархии. Метод оптимального агрегирования даёт решение для каждого элемента.

Во втором ряду представлены рабочие формулы агрегирования для систем из двух и трёх элементов и результаты вычислений по этим формулам – матрицы, первый столбец которых – значения ФП для дискретной сетки значений ресурса, другие столбцы - распределения ресурса по производственным элементам.

В третьем ряду – графики, построенные по данным этих матриц. На них представлены примеры вывода результатов.



Fopr =

	1	2	3	4	5
29	166.89	0.11	0.22	0.67	0
30	168.52	0.12	0.23	0.65	0
31	169.96	0.11	0.24	0.65	0
32	171.34	0.12	0.25	0.63	0
33	172.57	0.11	0.24	0.65	0

Fopr3 =

	1	2	3	4	5	6	7
26	164.48	0.33	0	0.5	0	0.03	0.14
27	166.5	0.32	0	0.5	0	0.03	0.15
28	168.43	0.13	0.22	0.48	0	0.03	0.14
29	170.13	0.11	0.22	0.48	0	0.04	0.15
30	171.77	0.12	0.23	0.47	0	0.04	0.15

Рисунок 9 - Оптимальное агрегирование второго уровня. Примеры

На левом графике выведено распределение ресурса между двумя подсистемами класса «производство – развитие», на правом – распределение ресурса между статьями затрат «производство» и «развитие».

Видим сложный характер функций оптимального распределения ресурса и порождённый этими распределениями простой характер оптимальных эквивалентных ФП (ОЭФП): кусочно-гладких и выпуклых с одной точкой разрыва производных. Это свойство ОЭФП имеет место для систем из двух и трех элементов класса «производство – развитие». Исследования в этом направлении – темы следующих публикаций.

Выводы

На основании анализа процессов функционирования и развития современных высокотехнологических производств и существующих методов интеграции функциональных подсистем сформулирована задача оптимального управления интегрированными производственными системами.

Для решения задачи выбраны ресурсный подход и методология оптимального агрегирования. Разработана базовая рабочая модель оптимально агрегированной системы для нового класса производственных элементов «производство – развитие», пригодная для получения новых научных результатов и практического применения в качестве подсистемы АСПР.

Разработанная модель является эффективным средством для проведения научных исследований, пригодна для создания подсистемы управления процессами производства и развития предприятия. Оптимизационная задача для системы «производство – развитие» имеет множество тестуиев развития – изменения технологий производства, концентрации или распределения производственных мощностей и др. Разработанная модель – параметризованная и модульная, поэтому она является эффективной основой для создания новых моделей интегрированных производств.

Список литературы

1. R. Fagin, J. Y. Halpern, Y. Moses, and M. Y. Vardi. Knowledge-based programs. DistributedComputing, 10(4):199–225, 1997.
2. Месарович М. Д. Теория иерархических многоуровневых систем / М. Д. Месарович, 3. Мако, М. Такахара – М.: Мир, 1973. – 310 с.
3. Опойцев В. И. Равновесие и устойчивость в моделях коллективного поведения / В. И. Опойцев – М.: Наука, 1977. – 346 с.
4. Бурков В. Н. Большие системы: моделирование организационных механизмов / В. Н. Бурков – М.: Наука, 1989. – 246 с.
5. Боровська Т. М. Метод оптимального агрегування в оптимізаційних задачах: монографія / Т. М. Боровська, І. С. Колесник, В. А. Северілов. – Вінниця: УНІВЕРСУМ–Вінниця, 2009. – 229 с. – ISBN 978–966–641–285–3.
6. Беллман Р. Процессы регулирования с адаптацией / Р. Беллман – М.: Наука, 1964. – 317 с.
7. Боровська Т. М. Моделювання та оптимізація у менеджменті: навч. посіб. для студ. ВНЗ / Т. М. Боровська, В. А. Северілов, С. П. Бадьора, І. С. Колесник. – Вінниця: УНІВЕРСУМ – Вінниця, 2009. – 145 с. – ISBN 978–966–641–287–7.
8. Боровська Т. М. Моделювання задач управління інвестиціями: навч. посіб. для студ. ВНЗ / Т.М. Боровська, В. А. Северілов, С. П. Бадьора, І. С. Колесник. – Вінниця: ВНТУ, 2009. – 178 с. – ISBN 978–966–641–311–9.
9. Форрестер Дж. Динамика города: пер. с англ. / Дж. Форрестер – М.: Прогресс, 1974. – 276 с.
10. Форрестер Дж. Основы кибернетики предприятия: пер. с англ. / Дж. Форрестер – М. : Прогресс, 1971. – 340 с.
11. Пешель М. Моделирование сигналов и систем / М. Пешель – М.: Мир, 1981. – 286 с.

Статья поступила: 19.06.2014.

Сведения об авторах

Боровская Таиса– к.т.н., доц., доцент кафедри КСУ, Винницкий национальный технический университет, (0432)598222, Винница, Хмельницкое шоссе, 95.

Колесник Ирина – к.т.н., доц., доцент кафедри ВТ, Винницкий национальный технический университет, (0432)598379, Винница, Хмельницкое шоссе, 95.

Северилов Виктор – к.т.н., доцент, Винница.

Шульган Инна – студентка каф. КСУ, Винницкий национальный технический университет, (0432)598222, Винница, Хмельницкое шоссе, 95.