

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ МЕТОДИ

УДК 006.015

О. М. Васілевський<sup>1</sup>, В. М. Дідич<sup>2</sup>, О. С. Слободянюк<sup>1</sup>

## НОРМУВАННЯ ІНДЕКСІВ ВІДТВОРЮВАНОСТІ ТА ПРИДАТНОСТІ ДЛЯ ОЦІНКИ ПОКАЗНИКІВ ЯКОСТІ ПРОДУКЦІЇ АБО ВИРОБНИЧИХ ПОСЛУГ

<sup>1</sup>Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця<sup>2</sup>Вінницький національний медичний університет ім. М.І. Пирогова, м. Вінниця

**Анотація.** Запропоновано методику оцінки частки ймовірності можливої появи бракованої продукції або невідповідності виробничої послуги на основі індексів придатності і відтворюваності виробничого процесу. Індекс відтворюваності рекомендовано розраховувати на основі СКВ, що може бути встановлене за середнім розмахом контрольної карти та меж поля допуску. При цьому виробничий процес обов'язково має бути у стані статистичної керованості. Індекс придатності не може бути розрахованим на основі характеристик контрольної карти, а розраховується виключно на основі загального СКВ, що розраховується за формулою Бесселя та меж поля допуску. При цьому виробничий процес не обов'язково має бути статистично керованим. Висновок про придатність чи непридатність пробукції (виробничих послуг) здійснюється на основі значення індексів відтворюваності та придатності, які можуть набувати значень менших або більших одиниць. На основі отриманих значень цих індексів встановлюється можлива частка появи продукції або характеристик виробничого процесу, що не відповідають встановленим вимогам.

**Ключові слова:** нормування, оцінка якості, якість продукції, якість виробничих послуг, індекс придатності, індекс відтворюваності, частка ймовірності бракованої продукції, виробничий процес.

**Аннотация.** Предложена методика оценки доли вероятности возможного появления бракованной продукции или несоответствия производственной услуги на базе индексов пригодности и воспроизводимости производственного процесса. Индекс воспроизводимости рекомендуется рассчитывать на основе СКО, которое может быть установлено по среднему размаху контрольной карты и пределам поля допуска. При этом производственный процесс обязательно должен быть в состоянии статистической управляемости. Индекс годности не может быть рассчитан на основе характеристик контрольной карты, а рассчитывается исключительно на основе общего СКО, которое рассчитывается по формуле Бесселя и пределов поля допуска. При этом производственный процесс не обязательно должен быть статистически управляемым. Выводы о пригодности или непригодности пробукции (производственных услуг) осуществляется на основе значения индексов воспроизводимости и пригодности, которые могут принимать значения меньше или больше единицы. На основе полученных значений этих индексов устанавливается возможная доля появления продукции или характеристик производственного процесса, не соответствующих установленным требованиям.

**Ключевые слова:** нормирования, оценка качества, качество продукции, качество производственных услуг, индекс пригодности, индекс воспроизводимости, доля вероятности бракованной продукции, производственный процесс.

**Abstract.** A technique is proposed for estimating the share of the probability of the possible appearance of defective products or the inconsistency of the production service on the basis of indices of suitability and reproducibility of the production process. The index of reproduction is recommended to be calculated on the basis of the standard deviation, which can be established by the average span of the control map and the limits of the tolerance field. At the same time, the production process must necessarily be in a state of statistical controllability. The expiration index can not be calculated on the basis of the characteristics of the control card, but is calculated solely on the basis of the total of the standard deviation, which is calculated by the Bessel formula and the tolerance limits. The production process does not need to be statistically controllable. Conclusions on the suitability or unfitnes of the probation (production services) are based on the value of the indices of reproducibility and fitness, which can take values less than or greater than one. Based on the obtained values of these indexes, a possible share of the appearance of products or characteristics of the production process that do not meet the established requirements is established.

**Key words:** rationing, quality assessment, product quality, quality of manufacturing services, suitability index, reproducibility index, probability of defective product, production process.

## Вступ

Щоб забезпечити конкурентоспроможність продукції підприємства, установи і організації (виробники продукції) мають застосовувати стратегію постійного удосконалення. Для впровадження такої стратегії виробникам продукції необхідно постійно оцінювати показники якості продукції чи послуг [1]. При цьому доцільно застосувати методи, що рекомендовані міжнародними стандартами серії ISO/TR 18532, ISO 13528 та ISO/TR 22514 [2-5]. Для успішного застосування дій із постійного удосконалення показників якості продукції чи послуг необхідно проводити моніторинг джерел відхилень виробничого процесу та їх стабільності.

В умовах конкуренції для виробників має бути важлива не тільки ціна продукції або обслуговування, але також і витрати, які понесе споживач при використанні продукції (чи послуги). Тому метою будь-якого виробника має бути безперервне зменшення відхилень параметрів виробничого процесу (забезпечення стабільності виробничого процесу), а не тільки відповідність встановленим вимогам. Стратегія постійного удосконалення забезпечить скорочення витрат, пов'язаних з відмовами, і підвищить стійкість розвитку підприємства в умовах конкуренції. Крім того, зниження відхилень дозволить скоротити витрати на контроль або зменшити частоту вибіркового контролю. Кількісна оцінка відхилень дозволяє робити висновки про придатність та відповідність виробничого процесу встановленим вимогам. Для іденти-

фікації відхилень можуть бути використані такі методи, як складання блок-схеми та ідентифікація входів і виходів виробничого процесу, використання причинно-наслідкової діаграми, тощо.

Низка міжнародних та державних стандартів [1-7] рекомендують різноманітні статистичні методи, які можна застосувати для управління, контролю та удосконалення виробничого процесу з метою аналізу даних і оцінки показників якості продукції. Тому актуальною є задача розробки математичних моделей (процедури) точкової оцінки індексів відтворюваності та придатності виробничого процесу для підтвердження його статистичної стабільності, а також встановлення частки ймовірності появи бракованої продукції (чи частки одиниць, що не відповідають вимогам), що і є *метою* даної статті. Опис математичних моделей, які можуть використовуватися для оцінки показників якості на основі індексів відтворюваності та придатності є *актуальною науковою задачею*, оскільки багато виробників продукції не розуміють їхньої відмінності та відповідно невірно трактують отримані результати.

### Задачі

1. Розробка методики оцінювання показників якості прогукції (послуг) на основі індексів відтворюваності та придатності виробничого процесу.

2. Опис критеріїв нормування індексів придатності і відтворюваності для прийняття рішень щодо відповідності (достатньої, задовільної, доброї) чи не відповідності показників якості продукції або виробничих послуг встановленим вимогам.

### Розв'язання задач

Показник відтворюваності виробничого процесу – це міра власної зміни вихідної характеристики виробничого (технологічного) процесу, що знаходиться в стані статистичної керованості, яка дає змогу оцінити здатність процесу підтримувати вихідну характеристику виробничого процесу на рівні встановлених для неї вимог. Ця міра характеризує змінність, що залишається після усунення всіх відомих причин. Якщо при цьому контроль виробничого процесу здійснюють з використанням контрольної карти, то саме контрольна карта показує, що виробничий процес знаходиться в керованому стані [4, 6, 8].

Відтворюваність виробничого процесу часто оцінюють за часткою продукції, характеристика якої знаходиться в межах поля допуску. Так як виробничий процес в статистично керованому стані може бути описаний прогнозованим законом розподілу, то може бути оцінена частка продукції, характеристика якої виходить за межі поля допуску. Поки виробничий процес залишається в стані статистичної керованості, то продукція, що виготовляється має в середньому одну і ту ж частку ймовірності бракованої продукції (продукції, що не відповідає встановленим вимогам).

Дії щодо управління виробничим процесом, які спрямовані на зменшення відхилень, викликаних випадковими причинами, дадуть змогу покращити відповідність виробничого процесу вимогам системи управління якістю [9]. Для цього необхідно: визначити характеристики виробничого процесу і умови експлуатації (якщо визначені умови змінюються, то необхідні нові дослідження характеристик виробничого процесу); оцінити параметри короткострокових та довгострокових відхилень у вигляді відсотків від повних змін і мінімізувати їх; підтримувати стабільність виробничого процесу і забезпечувати його статистичну керованість; оцінити власну змінність виробничого процесу, що залишається; вибрати необхідний параметр відтворюваності виробничого процесу.

При аналізі відтворюваності виробничого процесу потрібно:

a) встановити всі вимоги виробничого середовища (наприклад, вимоги щодо температури і вологості) [10];

b) встановити вимоги до невизначеності вимірювань [10, 11];

c) забезпечити можливість аналізу багатofакторних, багаторівневих аспектів виробничого процесу;

d) встановити і зареєструвати тривалість збирання даних;

e) встановити періодичність створення вибірки, а також дату початку і кінця збирання даних [10];

f) використовувати контрольну карту для управління виробничим процесом [6, 8];

g) щоб виробничий процес був у стані статистичної керованості.

Також потрібно перевірити контрольну карту, дані якої були використані для статистичного контролю, і гістограму даних з усіма встановленими межами, нанесеними на неї. Крім цього, потрібно перевірити нормальність закону розподілу за допомогою валідованого критерію, наприклад, такого як критерій Андерсона-Дарлінга [12] або  $\chi^2$  критерій [4]. Ці критерії ефективні для виявлення відхилень закону розподілу від нормальності на хвостах розподілу, оскільки саме ця область важлива при оцінюванні індексів придатності і відтворюваності виробничого процесу. Також повинні бути знайдені пояснення аномальним даним і вжиті відповідні дії з даними до обчислення досліджуваного параметра. Виключення даних, що виділяються щодо інших, є неприйнятним. Такі відхилення можуть бути дуже інформативними щодо властивостей виробничого процесу та мають бути досліджені.

Параметром відтворюваності виробничого процесу може бути величина, що характеризує одну або кілька властивостей розподілу вихідної характеристики в умовах відтворюваності виробничого процесу.

**Загальним параметром** положення розподілів є середнє значення (математичне очікування)  $\mu$ , але інколи використовують вибіркoву медіану  $X_{50\%}$ . Для нормального закону розподілу кращим параметром положення є медіана.

**Кращим параметром**, що характеризує **власну змінність** виробничого процесу є стандартне відхилення  $\sigma$  – **показник відтворюваності** виробничого процесу. Його рекомендовано оцінювати за середнім розмахом  $\bar{R}$ , який отримується за контрольною картою, коли виробничий процес стабільний і знаходиться в стані статистичної керованості

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2}, \quad (1)$$

де  $d_2$  - константа, яка відповідає об'єму вибірки в підгрупі, її значення вибирається з таблиці 1 [13].

Якщо використовувати середнє стандартне відхилення для контролю відхилень в межах підгрупи, що визначається за даними контрольної карти, то **власне стандартне відхилення** виробничого процесу можна оцінити за формулою

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{S}}{c_4}, \quad (2)$$

де  $\bar{S}$  - середнє вибіркoве стандартне відхилення;  $c_4$  - константа, яка відповідає об'єму вибірки в підгрупі ( $n$ ), її значення вибирається з таблиці 1 [13].

Якщо для кожної підгрупи можна обчислити стандартне відхилення підгрупи, то рекомендується формула для оцінки **власного стандартного відхилення** виробничого процесу, що дає більш точну оцінку, ніж формули (1) і (2), яка описується виразом

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^m S_j^2}{m}}, \quad (3)$$

де  $S_j$  - вибіркoве стандартне відхилення  $j$ -ої підгрупи;  $m$  – кількість підгруп з  $n$  спостереженнями в кожній підгрупі.

Таблиця 1 – Коефіцієнти контрольної карти для оцінки стандартного відхилення

Об'єм вибірки ( $n$ )	$d_2$	$c_4$
2	1,128	0,7979
3	1,693	0,8862
4	2,059	0,9213
5	2,326	0,9400
6	2,534	0,9515
7	2,704	0,9594
8	2,847	0,9650
9	2,970	0,9693
10	3,078	0,9727

Також необхідно розрізняти стандартне відхилення, що характеризує лише короткострокові зміни виробничого процесу, і стандартне відхилення, що характеризує довгострокові зміни виробничого процесу. Причому дані, що зібрані протягом тривалого періоду часу, мають більше значення стандартного відхилення за рахунок більш суттєвої зміни виробничого процесу. В цьому випадку для позначення стандартного відхилення рекомендується використовувати символ  $\sigma_t$  – загальне (повне) стандартне відхилення.

Якщо дані отримані при спостереженні за виробничим процесом, що не перебуває у стані статистичної керованості або **якщо контрольні картки не використовувались**, то для обчислення стандартного відхилення не слід використовувати формули (1) – (3), а необхідно застосовувати таку формулу

$$\hat{\sigma}_t = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N-1}}, \quad (4)$$

де  $N$  – загальний об'єм вибірки;  $x_i$  –  $i$ -те значення у вибірці;  $\bar{x}$  – середньоарифметичне значення.

Рівняння (4) доцільно використовувати тоді, коли виробничий процес має зміни середнього значення, що викликані наявністю систематичної похибки [14], яка не може бути вилучена, і така змінність повинна бути врахована разом з випадковою змінністю. Цей параметр змінності також підходить для використання при обчисленні **індексів придатності** виробничого процесу.

При нормальному законі розподілу виробничого процесу в якості оцінки показника відтворюваності виробничого процесу можна використати вираз

$$\bar{x} \pm z_\alpha \cdot \hat{\sigma}_t, \quad (5)$$

де  $\bar{x} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \bar{x}_j$  – середньоарифметичне значення декількох вибірових середніх;  $\bar{x}_j$  – вибірове середнє  $j$ -ої підгрупи;  $z_\alpha$  – квантиль нормованого нормального закону розподілу.

Вибір значення  $z_\alpha$  залежить від використовуваного значення показника відтворюваності виробничого процесу в одиницях продукції на один мільон. Як правило  $z_\alpha$  присвоюють значення 3, 4 або 5. Якщо показник відтворюваності виробничого процесу відповідає встановленим вимогам,  $z_\alpha = 3$  означає наявність в середньому 2700 одиниць продукції на один мільон за межами вимог. Аналогічно  $z_\alpha = 4$  означає наявність в середньому 64 одиниці продукції на один мільон, які не відповідають встановленим вимогам, а  $z_\alpha = 5$  означає в середньому 0,6 таких одиниць продукції на один мільон.

Індексом відтворюваності виробничого процесу є точкові оцінки їх опорних (еталонних) значень. Використання індексу відтворюваності виробничого процесу дозволяє охарактеризувати стан виробничого процесу. **Індекс відтворюваності** виробничого процесу являє собою відношення різниці межі поля допуску до довжини опорного (еталонного) інтервалу

$$C_p = (U - L) / (X_{99,865\%} - X_{0,135\%}), \quad (6)$$

де  $L$  – нижня межа поля допуску;  $U$  – верхня межа поля допуску;  $X_{0,135\%}$  – нижня межа опорного інтервалу, що визначена як квантиль розподілу на рівні 0,135%;  $X_{99,865\%}$  – верхня межа опорного інтервалу, що визначена як квантиль розподілу на рівні 99,865%.

Для оцінки індексу відтворюваності виробничого процесу як правило [4, 5] використовується опорний інтервал  $T = Y_2 - Y_1$ , що включає 99,73% значень характеристики виробничого процесу, які знаходяться в стані статистичної керованості. При цьому відсікається 0,135% з кожного боку закону розподілу [4, 5]. Такий інтервал рекомендовано застосовувати навіть при не нормальному законі розподілу значень характеристики виробничого процесу [4]. Для нормального закону розподілу довжина опорного інтервалу становить шість стандартних відхилень (рис. 1) [4, 15, 16].

Для оцінювання відтворюваності як правило використовують контрольні карти. Якщо на контрольній карті наведені лінії ослабленого контролю або змінені лінії контролю, то реальне стандартне відхилення процесу буде більше, ніж стандартне відхилення, отримане за даними контрольної карти із стандартними лініями контролю. Зазначені особливості впливають на опорний інтервал, тому важливо, щоб стандартні лінії контролю були вказані (зафіксовані) при оцінюванні індексу відтворюваності виробничого процесу.

**Відтворюваність** є виробничий процес, у якого опорний інтервал  $T$  менший меж поля допуску ( $L, U$ ) на певну величину, так як це зображено на рис. 1.

Також міжнародними стандартами [1, 3, 4] рекомендовано використовувати і інші індекси, що характеризують як стан, так і змінність виробничого процесу, наприклад, індекс відтворюваності  $C_{pk}$ . Якщо цей індекс менший заданого значення, то можна вважати, що в процесі виготовлення існує велика ймовірність появи бракованої продукції, тобто характеристика виробничого процесу виходять за межі поля допуску ( $L, U$ ).

Індекси відтворюваності  $C_{pk}$  можна визначати як відношення різниць меж поля допуску і параметра положення виробничого процесу до різниць відповідних дійсної межі значення виробничого процесу і параметра положення виробничого процесу:

$$C_{PKU} = (U - X_{50\%}) / (X_{99,865\%} - X_{50\%}); \quad (7)$$

$$C_{PKL} = (X_{50\%} - L) / (X_{50\%} - X_{0,135\%}), \quad (8)$$

де  $X_{50\%}$  - квантиль розподілу виробничого процесу на рівні 50%.

Ці індекси відтворюваності ( $C_{PKL}$ ,  $C_{PKU}$ ) дають змогу отримати інформацію про те, наскільки щільно згруповані значення характеристики навколо центральної лінії і чи можуть бути порушені вимоги специфікації продукції.

Навіть якщо значення індексу  $C_p$  має високе значення, то низькі значення індексів  $C_{PK}$  показують, що виробничий процес слабо сконцентрований навколо центральної лінії, а ймовірність появи значень характеристики якості, що виходять за встановлені межі встановлених вимог, висока.

Якщо спостережувані значення розподіляються за нормальним законом розподілу, то довжина опорного інтервалу дорівнює  $6\sigma$ , а індекс відтворюваності можна оцінити за виразом

$$\hat{C}_p = (U - L) / (6\hat{\sigma}). \quad (9)$$

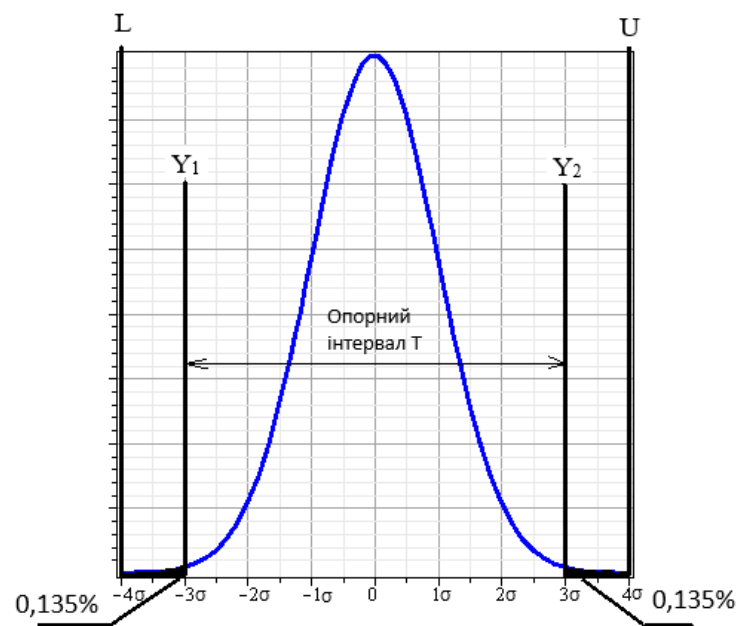


Рисунок 1 – Довжина опорного (еталонного) інтервалу  $T$  і нижня  $L$  та верхня  $U$  межі поля допуску

Якщо розподіл окремих значень підпорядковується нормальному закону розподілу, то квантиль  $X_{50\%}$  дорівнює математичному очікуванню  $\mu$ , а верхній і нижній індекси відтворюваності  $C_{PK}$  можна оцінити за виразами:

$$\hat{C}_{PKU} = (U - \mu) / (3\hat{\sigma}); \quad (10)$$

$$\hat{C}_{PKL} = (\mu - L) / (3\hat{\sigma}). \quad (11)$$

На основі оцінки нижнього  $\hat{C}_{PKL}$  і верхнього  $\hat{C}_{PKU}$  індексів відтворюваності за кінцеву оцінку індексу відтворюваності  $C_{PK}$  необхідно приймати значення меншого індексу відтворюваності, тобто

$$\hat{C}_{PK} = \min(\hat{C}_{PKL}, \hat{C}_{PKU}). \quad (12)$$

При обчисленні індексу відтворюваності виробничого процесу необхідно враховувати, що змінність виробничого процесу має відповідати ситуації, коли дані отримані в стані **статистичної керованості виробничого процесу**.

Якщо значення індексу відтворюваності  $C_p < 1$  (або  $C_{PK} < 1$ ), то **верхня  $U$  і нижня  $L$  межі поля допуску знаходяться всередині опорного інтервалу  $T$  виробничого процесу** - це означає, що виготов-

лення продукції без браку неможливе, а **виробничий процес є незадовільним** (ймовірність появи не-якісної (бракованої) продукції дуже висока та може бути більшою 0,27%).

Якщо значення  $C_d = 1$  (або  $C_{pk} = 1$ ), то верхня  $U$  і нижня  $L$  межі поля допуску збігаються з опорним інтервалом  $T$  виробничого процесу. При цьому, якщо процес центровано і розподіл показників якості підпорядковується нормальному закону, то можливий брак продукції становить 0,27% (2700 бракованих виробів на 1 млн виготовленої продукції). При цьому виробничий процес вважається мінімально прийнятним (задовільним, тобто признається відтворюваним).

Якщо значення індексу відтворюваності  $C_d > 1$  (або  $C_{pk} > 1$ ), то верхня  $U$  і нижня  $L$  межі поля допуску знаходяться за межами опорного інтервалу  $T$  виробничого процесу – це означає, що можливе виготовлення продукції **без браку**, а виробничий процес вважається задовільним. Якщо значення  $C_{pk}$  (або  $C_p$ ) лежить в межах  $1 < C_{pk} < 1,33$ , то ймовірність появи бракованої продукції буде знаходитись в межах від 0,006% до 0,27%. Якщо ж значення індексу відтворюваності більше 1,33 ( $C_{pk} > 1,33$ ), то ймовірність появи бракованої продукції менша 0,006%, а виробничий процес вважається добрим.

**Придатність виробничого процесу** щодо характеристики якості продукції являє собою досягнутий розподіл результатів. Єдина важлива відмінність між придатністю і відтворюваністю виробничого процесу полягає в тому, що для **оцінювання придатності виробничого процесу немає вимог щодо наявності у виробничого процесу стану статистичної керованості** і застосування для управління виробничим процесом контрольних карт. При аналізі придатності виробничого процесу:

- 1) мають бути встановлені всі технічні умови, в тому числі вимоги виробничого середовища, наприклад, вимоги щодо температури і вологості [11, 17-20];
- 2) мають бути встановлені вимоги до невизначеності вимірювань [11, 17-19];
- 3) має бути забезпечена можливість аналізу багаторівневих і багаточасових аспектів виробничого процесу;
- 4) мають бути зібрані дані протягом встановленого періоду часу і зареєстровані;
- 5) мають відповідати встановленим системою менеджменту якості частота відбирання (створення) вибірки, а також час початку і кінця збирання даних [1];
- 6) процес може не контролюватися за допомогою контрольної карти;
- 7) процес може бути статистично не керованим, зокрема, отримані раніше дані, послідовність яких невідома, можуть бути використані для оцінки придатності виробничого процесу.

**Показник придатності** виробничого процесу – статистичний показник, що визначається за вихідною характеристикою виробничого процесу, який використовується для оцінювання виробничого процесу, перебування якого в стані статистичної керованості не підтверджене. **Параметром придатності** виробничого процесу можуть бути величини, що описують одну або кілька властивостей розподілу характеристики якості в умовах придатності. Оцінювати параметр придатності, на відміну від параметру відтворюваності, при нормальному законі розподілу характеристики якості можна лише за виразом (4).

**Індекс придатності** виробничого процесу – це індекс, що відображає стійкість виробничого процесу до встановленого поля допуску.

Якщо значення параметрів, що досліджуються розподіляються за нормальним законом розподілу, то довжина опорного інтервалу дорівнює  $6\hat{\sigma}_t$  [15, 16]. Тому значення індексу придатності  $P_p$  може бути розраховане за виразом

$$P_p = (U - L)/(6\hat{\sigma}_t). \quad (13)$$

Верхній  $P_{pkU}$  і нижній  $P_{pkL}$  індекси придатності виробничого процесу можна оцінити за виразами:

$$P_{pkU} = (U - \bar{x})/(3\hat{\sigma}_t); \quad (14)$$

$$P_{pkL} = (\bar{x} - L)/(3\hat{\sigma}_t). \quad (15)$$

Індекс придатності виробничого процесу  $P_{pk}$  приймається рівним значенню меншому із двох значень  $P_{pkU}$  та  $P_{pkL}$ , тобто  $P_{pk} = \min(P_{pkU}, P_{pkL})$ . Чим менше значення індексу придатності, тим більша ймовірність появи бракованої продукції, при цьому виробничий процес не буде задовольняти установленим вимогам.

Як видно з виразів (13) – (15), оцінка індексів придатності аналогічна оцінці індексів відтворюваності (6) – (12). Відмінність оцінювання індексів придатності від індексів відтворюваності полягає в тому, що виробничий процес не обов'язково має бути статистично керованим, а середньоквадратичне відхилення, яке характеризує кращий показник придатності виробничого процесу не може бути розраховане на основі параметрів контрольної карти.

Індекс придатності  $P_{pk}$  характеризує підтвержену (демонстровану) якість. Якщо виробничий процес центрований, то індекс придатності  $P_{pk} = P_p$ , але при зміщенні процесу індекс придатності зміщується від свого номінального значення, і  $P_{pk}$  стає меншим  $P_p$ . Високий індекс  $P_{pk}$  буде тільки у тому випадку, коли мета досягнута при мінімальному відхиленні від середньоарифметичного значення.

У випадку нецентрованості виробничого процесу індекс придатності  $P_p$  можна скорегувати, увівши поправку на нецентрованість

$$P_{pk} = (1 - k)P_p, \quad (16)$$

де  $k$  – коригуючий коефіцієнт, який відповідає величині нецентрованості та визначається як задане опорне (еталонне) значення специфікації (характеристики продукції) мінус середнє значення виробничого процесу.

Якщо процес центрований, то  $k=0$  і  $P_{pk}=P_p$ . Якщо процес зміщується відносно заданого опорного (еталонного) значення, то  $k$  збільшується і індекс придатності  $P_{pk}$  стає меншим індексу  $P_p$ .

Якщо індекси придатності рівні між собою  $P_{pk}=P_p$ , то виробничий процес знаходиться в межах допуску. Якщо індекс  $P_p < 1$ , то це означає, що виробничий процес має низьку точність, тобто виробничий процес є незадовільним. Застосування статистичних методів [3 – 7] під час регулювання не дасть необхідного (відчутного) ефекту. В такому випадку необхідно підвищувати точність виробничого процесу шляхом заміни (ремонт) технічних засобів (устаткування) та забезпечення якості вимірювань (єдності вимірювань і точності вимірювань) [9, 21].

Якщо індекс придатності  $P_{pk}$  знаходиться в межах від 1 до 1,33 ( $1 \leq P_{pk} < 1,33$ ), то виробничий процес має достатню точність – це означає, що процедура його настроювання ведеться правильно. При цьому можна рекомендувати застосувати приймальні контрольні карти та об'єднати процедуру регулювання виробничого процесу і приймання продукції в одній загальній процедурі SPC (Statistical Process Control) [22].

Якщо індекс  $P_p > 1,33$ , то виробничий процес вважається добрим (має високу потенційну точність).

Якщо  $P_p > 1$ , а  $P_{pk} < 1$ , то вважається, що виробничий процес має достатню потенційну точність, але існують фактори, які зміщують центр виробничого процесу та залишаються непоміченими. В цьому випадку рекомендується застосувати контрольні карти Шухарта для виявлення факторів, які можуть призводити зміщення центру виробничого процесу.

Якщо індекс  $P_p > 1,66$ , то виробничий процес ідеально налаштований [23, 24].

Основні властивості нормального закону розподілу, на якому заснований розрахунок частки браку, наведені на рис. 2.

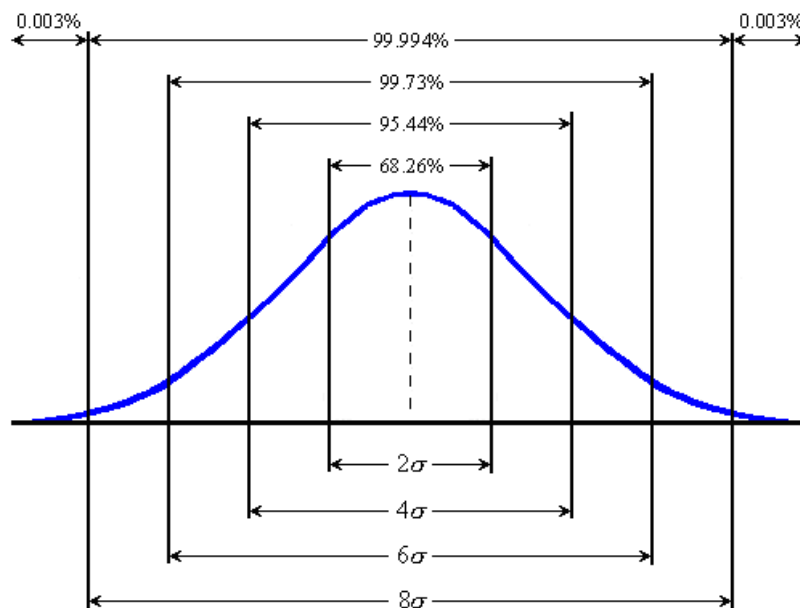


Рисунок 2 – Властивості нормального закону розподілу, на якому заснований розрахунок частки браку

Як видно з рис. 2, для того, щоб уникнути помітної частки бракованої продукції або характеристики виробничого процесу, що відхиляється від встановлених вимог, ширина поля допуску має бути не меншою за  $6\sigma$ .

Оцінка загальної частки значень  $p_t$  характеристики виробничого процесу або параметра якості продукції, що не відповідають вимогам при нормальному законі розподілу може бути здійснена на основі верхньої і нижньої часток одиниць, що не відповідають вимогам:

$$\hat{p}_t = \hat{p}_L + \hat{p}_U = \Phi\left(\frac{L - \bar{x}}{\hat{\sigma}_t}\right) + \Phi\left(\frac{\bar{x} - U}{\hat{\sigma}_t}\right); \quad (17)$$

$$\hat{p}_L = 1 - \Phi(3\hat{C}_{p_{kL}}); \quad (18)$$

$$\hat{p}_U = 1 - \Phi(3\hat{C}_{p_{kU}}), \quad (19)$$

де  $\hat{p}_L$  - оцінка нижньої частки одиниць, що не відповідають вимогам – частка розподілу значень характеристики процесу чи продукції, що не перевищує нижньої межі поля допуску  $L$ ;  $\hat{p}_U$  - оцінка верхньої частки одиниць, що не відповідають вимогам – частка розподілу значень характеристики процесу чи продукції, що перевищує верхню межу поля допуску  $U$ ;  $\Phi(*)$  - функція розподілу нормованого нормального закону розподілу.

Для оцінки частки одиниць продукції, які не відповідають вимогам придатності виробничого процесу, необхідно замінити у формулах (18) і (19) індекси відтворюваності  $\hat{C}_{p_{kL}}$  та  $\hat{C}_{p_{kU}}$  на індекси придатності  $P_{p_{kL}}$  та  $P_{p_{kU}}$  і таким чином отримати загальну частку розподілу значень характеристик виробничих послуг (виробничого процесу), які можуть виходити за межі поля допуску.

#### Висновки

Якість продукції чи послуг значною мірою визначається ефективністю системи управління якістю на підприємстві та належною організацією самого виробничого процесу. Система управління якістю, що побудована згідно з принципами загального управління якістю, передбачає постійне вдосконалення маркетингової діяльності підприємства, поліпшення якості продукції і задоволення потреб усіх зацікавлених сторін як споживачів, так і виробників за рахунок створення відповідного менеджменту на підприємстві.

Застосування індексів відтворюваності та придатності виробничого процесу в системі контролю якості продукції дозволяє наочно оцінити можливість зниження відсотка бракованої (невідповідної) продукції за рахунок зниження і усунення впливів, що мають не випадкові причини відхилення параметрів виробничого процесу (забезпечення стабільності виробничого процесу), а також зниження впливу випадкових причин, що призводять до відхилень параметрів виробничого процесу (підвищення можливостей виробничого процесу задовільняти встановлені вимоги). Це дозволить своєчасно приймати попереджувальні та коригувальні дії, які дадуть змогу знаходити резерви для підвищення якості продукції, знизити фінансові витрати на виправлення браку, підвищити конкурентоспроможність підприємства.

#### Список літератури

1. Quality management systems - Fundamentals and vocabulary: ISO 9000:2015. – ISO: Switzerland, 2015. – (Міжнародний стандарт).
2. Guidance on the application of statistical methods to quality and to industrial standardization: ISO/TR 18532:2009. – ISO: Switzerland, 2009. – (Міжнародний стандарт).
3. Statistical methods in process management - Capability and performance - Part 2: Process capability and performance of time-dependent process models: ISO 22514-2:2017. – ISO: Switzerland, 2017. – (Міжнародний стандарт).
4. Statistical methods in process management - Capability and performance - Part 4: Process capability estimates and performance measures: ISO/TR 22514-4:2016. – ISO: Switzerland, 2016. – (Міжнародний стандарт).
5. Statistical methods for use in proficiency testing by interlaboratory comparisons: ISO 13528:2015. – ISO: Switzerland, 2015. – (Міжнародний стандарт).
6. "Статистичний контроль. Карти контрольні". Частина 1. Загальні настанови (Замінює ДСТУ ISO 7870:2004): ДСТУ ISO 7870-1:2010 (ISO 7870-1:2007, IDT). – К.: Держспоживстандарт України, 2010. – (Національні стандарти України).



7. "Статистичний контроль. Вибірковий контроль за альтернативною ознакою". Частина 5. Система планів послідовного відбирання, індексованих межами прийняття якості (МПЯ) для послідовного вибіркового перевірення партій: ДСТУ ISO 2859-5:2009 (ISO 2859-5:2005, IDT). - К.: Держспоживстандарт України, 2009. – (Національні стандарти України).
8. Васілевський О.М. Практикум з метрологічного нагляду за засобами вимірювань: [практикум] / О.М. Васілевський, В.О. Поджаренко. – Вінниця: ВНТУ, 2008. – 87 с.
9. Микийчук М. Основні завдання та ознаки метрологічного забезпечення якості продукції / М. Микийчук, П. Столярчук, Т. Бубела // Вимірювальна техніка та метрологія. – 2013. – Вип. 74. – С. 92–98.
10. Васілевський О.М. Актуальні проблеми метрологічного забезпечення : [навчальний посібник] / О.М. Васілевський, В.О. Поджаренко. - Вінниця : ВНТУ, 2010. – 214 с. – ISBN 978-966-641-348-5.
11. Васілевський О.М. Основи теорії невизначеності вимірювань : [підручник] / О.М. Васілевський, В.Ю. Кучерук, Є.Т. Володарський . - Вінниця : ВНТУ, 2015. – 230 с. - ISBN 978-966-641-632-5.
12. Stephens M. A. Anderson-Darling Test for Goodness of Fit. In: Encyclopedia of Statistical Sciences. – Vol. 1. – 1982. – pp.81-85, (eds. Johnson, N.L. and Kotz, S.), Wiley Interscience.
13. Control charts - Part 2: Shewhart control charts: ISO 7870-2:2013. – ISO: Switzerland, 2013. – (Міжнародний стандарт).
14. Васілевський О.М. Статистичні методи виявлення систематичних похибок вимірювань / О.М. Васілевський // Вісник Вінницького політехнічного інституту. - 2012. - № 1. - С. 9 - 12.
15. D.J. Wheeler, An Honest Gauge R&R Study. Manuscript No. 189, 2009, available in: <http://www.spcpress.com/pdf/DJW189.pdf>
16. Suelí Fischer Beckert and Wagner Saucedo Paim, Critical analysis of the acceptance criteria used in measurement systems evaluation, *International Journal of Metrology and Quality Engineering*, 8, 23 (2017).
17. Vasilevskiy O.M. Calibration method to assess the accuracy of measurement devices using the theory of uncertainty, *International Journal of Metrology and Quality Engineering*, 5, 4 (2014). - DOI: 10.1051/ijmqe/2014017.
18. Vasilevskiy O.M. Methods of determining the recalibration interval measurement tools based on the concept of uncertainty / O.M. Vasilevskiy // *Technical Electrodynamics*. – 2014. - № 6. - pp. 81-88.
19. Vasilevskiy, O.M., Kucheruk, V.Y., Bogachuk, V.V., Gromaszek, K., Wójcik, W., Smailova, S., Askarova, N. The method of translation additive and multiplicative error in the instrumental component of the measurement uncertainty // *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*, 10031. – 2016. - art. no. 1003127. - DOI: 10.1117/12.2249195.
20. Поджаренко В. О. Оцінка вірогідності автоматизованого контролю складових елементів гумусу в ґрунті / В. О. Поджаренко, В. М. Дідич, О. М. Васілевський // Вісник національного університету „Львівська політехніка”. Серія: „Автоматика, вимірювання та керування”. – 2009. - № 639. - С. 51 – 54.
21. Любчик О.С. Аналіз основних напрямів удосконалення системи метрологічного забезпечення виробництва харчової продукції / О.С. Любчик, М.М. Микийчук // Науковий вісник НЛТУ України. - 2015. - Вип. 25.4. - С. 167-172.
22. Guidelines for implementation of statistical process control (SPC) – Part 1: Elements of SPC: ISO 11462-1:2001. – ISO: Switzerland, 2001. – (Міжнародний стандарт).
23. Демчук Л. В. Удосконалення системи контролю якості виробничого процесу / Л. В. Демчук // Технологічний аудит та резерви виробництва. – 2015. – № 5/3 (25). – С. 18–21.
24. Demchuk Lesya. Achievement Particularities of Application of Theory of Constraints, Lean and Six Sigma for Ensuring the Quality of Products and Processes / Lesya Demchuk, Roman Baitsar // *Intern. Journal Sustainable Development*. – 2014. – Vol. 16. – P. 98–103.

Стаття надійшла: 5.04.2018.

#### Відомості про авторів

**Васілевський Олександр Миколайович** – д. т. н., професор, професор кафедри метрології та промислової автоматики ВНТУ, 21021, м. Вінниця.

**Дідич Володимир Миколайович** – к. т. н., доцент кафедри біофізики Вінницького національного медичного університету ім. М.І. Прирогова, 21000, м. Вінниця.

**Слободянюк Олександр Сергійович** - магістрант групи ІЯП-17м, факультет комп'ютерних систем і автоматики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця.

O. M. Vasilevskiy<sup>1</sup>, V. M. Didych<sup>2</sup>, O. S. Slobodyanyk<sup>1</sup>

**RATIONING INDICES REPRODUCIBILITY AND  
SUITABILITY FOR EVALUATING THE QUALITY OF  
PRODUCTS OR MANUFACTURING SERVICES**

<sup>1</sup> Vinnytsia National Technical University, Vinnitsia

<sup>2</sup> Vinnytsia National Medical University M.I. Pyrohova, Vinnitsia

**ДО ВІДОМА АВТОРІВ**

Найновіші правила оформлення і подання статей знаходяться на сайті журналу <http://itce.vntu.edu.ua/>