

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ГАЗИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ В ДОКРИТИЧЕСКОЙ ОБЛАСТИ ГЕТЕРОГЕННЫХ СИСТЕМ

В.С. Савич

Одесский национальный политехнический университет,
просп. Шевченко 1, Одесса 65044, Украина; e-mail: savichsp@gmail.com

Предложена математическая модель зародышеобразования для фазового перехода системы «газ — фильтрующаяся жидкость» с учетом зависимости поверхностного натяжения от радиуса кривизны поверхности разрыва и электрического заряда. Исследовано поведение газированной жидкости в докритической области и выявлены зоны псевдопластического (аномального) и дилатантного (близкого к ньютоновскому) течений, а также условий фильтрации, приводящие к указанным формам течений.

Ключевые слова: пористая среда, фильтрация, ньютоновская жидкость, не ньютоновская жидкость, газонасыщенность, расход газонасыщенной жидкости.

Введение

При создании современных (в том числе компьютеризированных) систем управления сложными технологическими процессами важнейшую роль играет выбор адекватной математической модели (ММ) процесса. От этого, в значительной мере, зависят такие показатели качества систем управления как точность, энергетические затраты на управление, быстродействие и т.д. В нефтедобывающей отрасли определяющими большинство технологических процессов физическими явлениями выступают фильтрационные движения жидкостей в пористой среде. Поэтому получение достоверных ММ фильтрационных процессов представляет собой актуальную задачу создания эффективных САУ в нефтедобывающей промышленности. Течение газированных жидкостей характеризуется сложностью происходящих физических процессов, которые предопределяются как фазовыми превращениями, так и влиянием пористой среды.

Важнейшим классом гетерогенных систем являются газированные жидкости. Под газированной жидкостью подразумевается жидкость, содержащая растворенный газ. При движении такой жидкости в зонах пониженного давления будет происходить выделение газа, которое будет существенно влиять на характер течения. Газированные жидкости при давлении выше давления насыщения, как правило, исследуются как гомогенные, так как классическая теория фазовых переходов предполагает закритическое образование зародышей новой фазы. Исследования показывают, что при давлении выше давления насыщения газированные системы, составленные на основе ньютоновских жидкостей при стационарной фильтрации, качественно меняют реологию (в частности расход жидкости возрастает в 2-3 раза), а при нестационарных исследованиях проявляют неравновесные свойства.

Физические причины и соответствующий механизм докритического образования зародышей новой фазы исследованы в ряде известных работ [1 – 3]. В частности, в [1] была выдвинута теория гетерофазных флуктуаций, на основе которой объяснены полученные к тому времени экспериментальные факты, а в [2] показано, что гетерофазные флуктуации велики там, где поверхностное натяжение между фазами стремится к нулю, причем «переходные явления» обязаны поверхностным эффектам.

Это предположение находит подтверждение и в ряде других работ [3, 4 – 10], согласно которым стабилизация докритических зародышей новой фазы происходит из-за выделения на их поверхности поверхностно-активных веществ (ПАВ), следы которых всегда присутствуют в реальных системах, не подвергнутых специальной обработке. Наличие в жидкостях ПАВ не снимает вопрос о стабильности докритических зародышей, т. к. примесь ПАВ может лишь уменьшить скорость их растворения, но не предотвратить полного исчезновения. Вместе с тем, в работах [5, 6, 11] показано, что стабилизация может происходить за счет электрических зарядов на поверхности зародышей. При этом важно учесть совместное действие поверхностного натяжения и электрического заряда.

Цель работы

Разработка математической модели зародышеобразования новой фазы газожидкостной смеси (суть – фазового перехода в системе «газ–жидкость») с учетом зависимости поверхностного натяжения от радиуса кривизны поверхности разрыва и электрического заряда, равномерно распределенного по поверхности сферического микропузырька идеального газа.

Основная часть

Энергия, необходимая для образования одной молекулы газа из жидкости, с учетом равномерно распределенного по поверхности зародыша электрического заряда может быть определена следующим образом [1, 6]:

$$\Delta u = 4\pi \frac{d(\sigma(r)r^2)}{dN} + \frac{d}{dN} \left[\frac{(ze)^2}{4\pi \varepsilon \varepsilon_0 r} \right], \quad (1)$$

где r – радиус зародыша; N – число молекул в зародыше; e – элементарный электрический заряд; ε – диэлектрическая проницаемость; ε_0 – электрическая постоянная; $\sigma(r)$ – поверхностное натяжение; z – коэффициент, учитывающий электрический заряд на поверхности зародыша.

Обозначив объем молекулы газа через v_B , получим:

$$N = (4\pi r^2)/(3v_B). \quad (2)$$

Поверхностное натяжение зародыша (на основе уравнения Толмера [5]) будет иметь вид:

$$\sigma(r) = \sigma_0/[1 + (2\delta/r)]$$

или после упрощения:

$$\sigma(r) = \sigma_0[1 - (2\delta/r)], \quad (3)$$

где σ_0 – поверхностное натяжение плоской границы раздела;
 δ – толщина приповерхностной прослойки зародыша.

Выражение (3) справедливо только при $r > \delta$.

При $r \sim \delta$ зависимость $\sigma = f(r)$ будет линейна:

$$\sigma(r) = k_0 r, \quad (4)$$

где k_0 – коэффициент пропорциональности.

Очевидно, что в начале зародышеобразования, когда радиус зародыша еще мал, с учетом (2) и (4) в выражении (1), будем иметь

$$\Delta u = 3k_0 v_B - \frac{v_B (ze)^2}{16\pi^2 \varepsilon \varepsilon_0 r^4}, \quad (5)$$

согласно закону Больцмана $P = P_c \exp(-\Delta u/kT)$. Тогда из (5) будем иметь:

$$\ln(P/P_c) = -\frac{3k_0 v_B}{kT} + \frac{v_B (ze)^2}{16\pi^2 \varepsilon \varepsilon_0 r^4}. \quad (6)$$

где P – давление над зародышем; P_c – равновесное давление над плоской поверхностью (или давление насыщения); k – постоянная Больцмана; T – абсолютная температура.

Второй член в уравнении (6) существенно меняет характер зависимости, и при $\ln(P/P_c) = 0$ радиус зародыша r имеет ненулевое значение.

При $r > \delta$ из (1) с учетом (2) и (3) получим:

$$\ln(P/P_c) = -\frac{3\sigma_0 v_B}{kTr} \left(1 - \frac{\delta}{r}\right) + \frac{v_B (ze)^2}{16\pi^2 \varepsilon \varepsilon_0 r^4 kT}. \quad (7)$$

Если учесть, что $(\delta/r) \ll 1$, то из (7) получим:

$$\ln(P/P_c) = -\frac{2\sigma_0 v_B}{kTr} \left(1 - \frac{\delta}{r}\right) + \frac{v_B (ze)^2}{16\pi^2 \varepsilon \varepsilon_0 r^4 kT}. \quad (8)$$

Механическое равновесие зародыша с учетом влияния электрического заряда определяется следующим уравнением:

$$P_c = P + \frac{2\sigma(r)}{r} - \frac{(ze)^2}{32\pi^2 \varepsilon_0 r^4} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right). \quad (9)$$

При давлении P выше давления насыщения P_c газа в жидкости начинают образовываться микрзародыши (микробузырьки), и основной вклад в это вносит поверхностный электрический заряд.

Пороговый радиус газового пузырька, при котором начинается устойчивое зародышеобразование в случае $r \approx \delta$, может быть найден из выражения (6):

$$r^* = \sqrt[4]{\frac{(ze)^2}{48k_0 \pi^2 \varepsilon \varepsilon_0}}. \quad (10)$$

При $r \gg \delta$ пороговый радиус может быть определен из выражения (8):

$$r^* = \sqrt[4]{\frac{(ze)^2}{32\sigma_o\pi^2\varepsilon\varepsilon_o}} \quad (11)$$

Размеры стабильных докритических зародышей составляют в среднем (1...100) нм.

Наличие электрического заряда на поверхности зародыша практически соответствует уменьшению δ поверхностного натяжения и, таким образом, образованию зародышей газовой фазы при давлении P выше давления насыщения жидкости газом P_c , что согласуется с экспериментальными исследованиями (рис. 1).

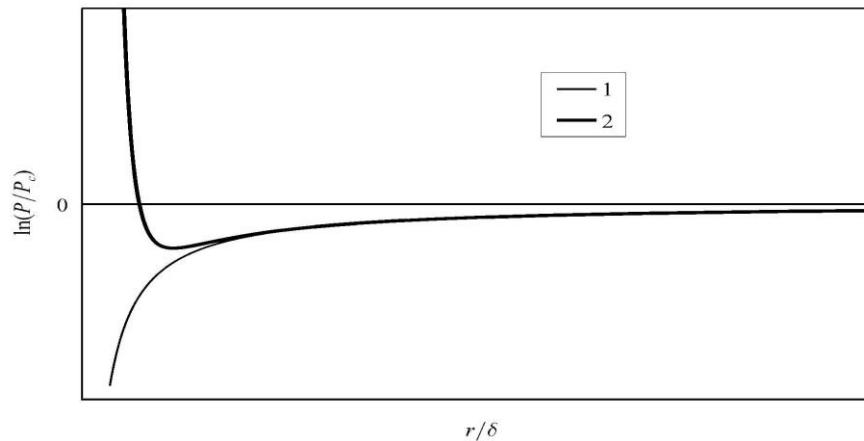


Рис. 1. Образование зародышей в газовой фазе 1 – для $\delta \leq 0,01\text{н/м}^2$; 2 – для $\delta > 0,01\text{н/м}^2$

Вычислительный эксперимент по стационарной фильтрации газированной жидкости в докритической области показал, что при уменьшении объемной вязкости газированной жидкости вблизи давления насыщения P_c расход жидкости возрастает в (2...3) раза.

Действительно, принимая по данным работы [1] $\eta = \eta_0 \{1 - D \exp[-\alpha(P - P_c)]\}$ (где $P \geq P_c$, $D = 0,1$ и $\alpha = 0,37 \times 10^{-6} \text{ 1/Па}$ – постоянные коэффициенты, η и η_0 – соответственно вязкость газированной жидкости и растворителя) и решая уравнение Дарси [7, 12] с учетом указанного уравнения и уравнения неразрывности несжимаемой жидкости для относительного расхода $Q_1 = Q/Q_0$ (где Q_0 – расход несжимаемой жидкости по Дарси), получим

$$Q_1 = 1 + \frac{1}{\alpha \Delta P} \ln \left| \frac{1 - D \exp[-\alpha(P_0 - P_c)]}{1 - D \exp[-\alpha(P_e - P_c)]} \right| \quad (12)$$

где P_0 и P_e – соответственно давление на входе и выходе из пористой среды. Подставляя в последнее выражение значения параметров, которые, согласно [1] дают максимальное увеличение расхода ($P_e = P_c$, $P_0 - P_c > 0$), можно получить теоретическое подтверждение оговоренного выше вычислительного эксперимента.

Особый интерес при моделировании гетерогенных систем имеет учет влияния неньютоновских свойств жидкости. Данный аспект исследуем на примере стационарной фильтрации газированных полимерных растворов. Условиями проявления неньютоновских свойств фильтрующейся жидкости вычислительным

экспериментом по формуле (12) были определены следующие значения исходных величин: $P_0 = (1,2...1,3)P_c$, $P_e = (1,1...3,0)P_c$. При этом массовая концентрация ПАВ должна составлять от 0,01% до 0,02%. Результаты вычислительного эксперимента оформлены в виде зависимости безразмерного расхода жидкости $Q_1 = Q/Q_0$ (Q – расход жидкости на уровне среднего давления, Q_0 — расход жидкости для дегазированного раствора) от уровня среднего давления ($P_{cp} = P/P_c$), которые представлены на рис. 2. Как видно из рис. 2, при обоих значениях ПАВ зависимость расхода жидкости от уровня давления имеет немонотонный характер, причем экстремальное значение расхода жидкости наблюдается вблизи давления насыщения, и с увеличением концентрации ПАВ рост расхода жидкости уменьшается.

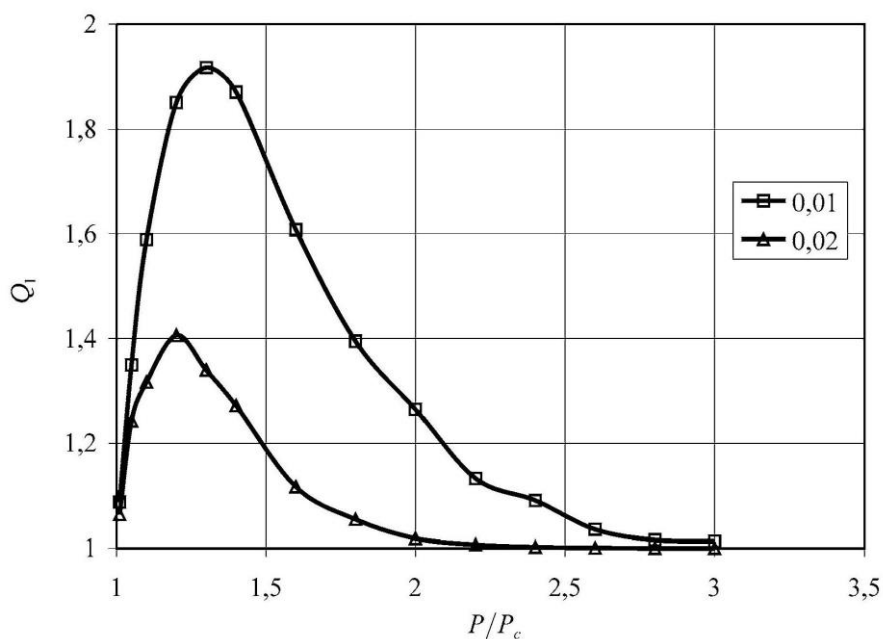


Рис. 2. Зависимость безразмерного расхода Q_1 от уровня среднего давления P_{cp}

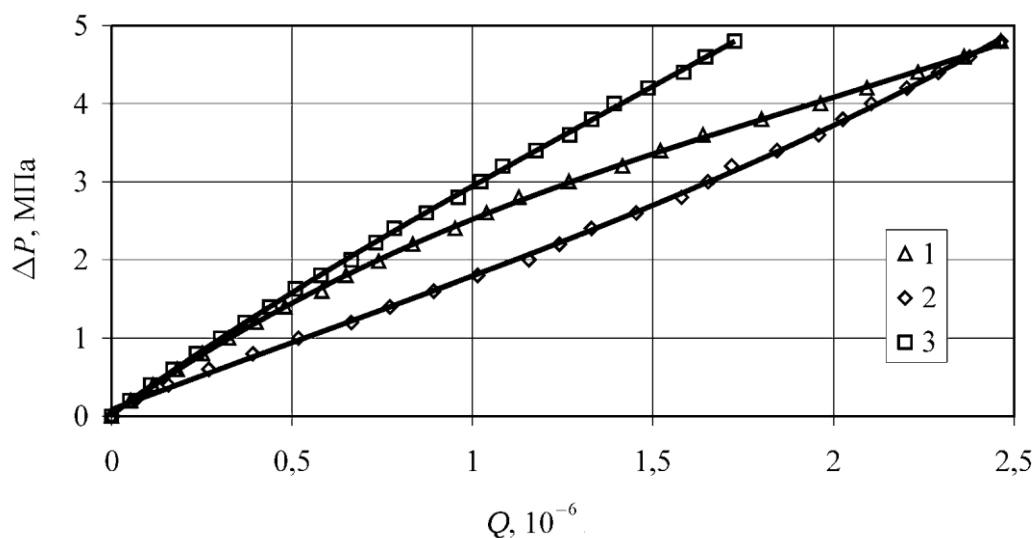


Рис. 3. Зависимость перепада давления ΔP от безразмерного расхода Q_1

На рис. 3 показана зависимость перепада давления ΔP от расхода Q для газированных полимерных растворов.

Вычислительный эксперимент проводился для случаев: $P_0 = \text{const}$ ($P_0 = 7,8 \text{ МПа}$, а P_e изменялось в диапазоне $P_e = (3,1 \dots 7,7) \text{ МПа}$) и $P_e = \text{const}$ ($P_e = 3,1 \text{ МПа}$, а P_0 изменялось в диапазоне $P_0 = (3,01 \dots 7,8) \text{ МПа}$) Как видно из графиков, при различных сценариях изменения перепада давления ($P_0 = \text{const}$ или $P_e = \text{const}$) возможна значительная модификация характера течения, а именно, происходит смена псевдопластического течения на дилатантное, причем практически во всем исследуемом интервале давлений. При концентрации ПАВ $C = 0,02\%$ изменение характера течения менее заметно.

Выводы

Алгоритмической основой создания современных систем управления в нефтедобывающей промышленности могут рассматриваться полученные и исследованные зависимости $Q_1(\Delta P)$ и $\Delta P(Q)$, отражающие поведение системы «безразмерный расход — перепад давления». Указанные зависимости в данном случае представляют собой ММ изучаемых физических процессов. Полученные и исследованные зависимости $Q_1(\Delta P)$ и $\Delta P(Q)$, отражающие поведение системы «безразмерный расход — перепад давления», показывают комбинированный характер реологического поведения фильтрующейся жидкости. При этом происходит смена псевдопластического (суть-аномального) течения на дилатантный (т. е. близкий к ньютоновскому, подчиняющемуся закону Дарси). Однако, при концентрации ПАВ $C > 0,01\%$ участок псевдопластического течения увеличивается, а дилатансия менее выражена, т.к. увеличение расхода фильтрующейся жидкости вблизи давления насыщения в данном случае значительно больше.

Список литературы

1. Френкель, Я.И. Кинетическая теория жидкостей / Я.И. Френкель — Л.: Наука, 1975. — 592с.
2. Зельдович, Я.Б. Избранные труды. Химическая физика и гидродинамика / Я.Б. Зельдович — М.: Наука, 1984. — С. 107—122.
3. Бувевич, Ю.А. О докритическом образовании зародышей в жидкости с поверхностно-активным веществом (ПАВ) / Ю.А. Бувевич // Инженерно-физический журнал. — 1987. — Т. 52. — № 5. — С. 394—402.
4. Сиротюк, М.Г. Стабилизация пузырьков в воде / М.Г. Сиротюк // Акустический журнал. — 1970. — Т. 16. — № 4. — С. 567—569.
5. Акуличев, В.А. Гидратация ионов и кавитационная прочность воды / В.А. Акуличев // Акустический журнал. — 1996. — Т. 61. — № 2. — С. 160—165.
6. Асхабов, А.М. Кластеры «скрытой» фазы — кавитроны и зародышеобразование / А. М. Асхабов, М.А. Рязанов // Доклады РАН. — 1998. — Т. 362. — № 5. — С. 630—633.
7. Бернадинер, М.Г. Гидродинамическая теория фильтрации аномальных жидкостей / М. Г. Бернадинер, В.М. Ентов. — М.: Наука, 1975. — 199 с.
8. Quintard, M. Two phase flow in heterogeneous porous media: the method of large-scale averaging / M. Quintard, S. Whitaker // Transport in porous media. — 1988. — № 3. — P 357—413.
9. Saez A. The effective homogeneous behavior of homogeneous porous media // A. Saez, C.J. Otero, I. Rusinek // Transport in porous media. — 1989. — № 4. — P 212 — 238.

10. Chauveteau, G. Rodlike Polymer Solution Flow Through Fines Pores: Influence of Pole Size on Rheological Behavior / G. Chauveteau // Journal of the Rheological. — 1999. — V. 26 (2). — P. 111—142.
11. Enevoldsen, J. Pressure Drop Throgh Gravel Packs / J. Enevoldsen, H.K. Rasmusen // Annual Transactions of the Nordic Rheology Society. — 1995. — Vol. 3. — P. 45—47.
12. Bayada, G. Inequations variationnelles elliptiques avec conditions aux limites periodiques // J. Anal. Math. — 1978.— Vol. 34.— P. 47 — 53.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПЛІНУ ГАЗОВАНОЇ РІДИНИ У ДОКРИТИЧНІЙ ОБЛАСТІ ГЕТЕРОГЕННИХ СИСТЕМ

В.С. Савіч

Одеський національний політехнічний університет,
просп. Шевченко, 1, Одеса, 65044, Україна; e-mail: savichsp@gmail.com

Запропоновано математичну модель утворення зародків для фазового переходу системи «газ — рідина, яка фільтрується» з урахуванням залежності поверхневого натягу від радіусу кривизни поверхні розриву та електричного заряду. Досліджено поведінку газованої рідини у докритичній області та виявлено зони псевдопластичного (аномального) та ділатантного (близького до ньютонівського) плинну, а також умов фільтрації, що призводять до вказаних форм плинну.

Ключові слова: математична модель, фільтрація у поровому середовищі, гетерогенні пластові системи, псевдо пластичний плин, ділатантний плин.

MATHEMATICAL DESIGN OF FLOW OF THE CARBONATED LIQUID IS IN VORCRITICAL OF AREA OF HETEROGENEOUS SYSTEMS

V. Savich

Odesa National Polytechnic University,
1 Shevchenko Str., Odesa, 65044, Ukraine; e-mail: savichsp@gmail.com

The mathematical model of embryo creation offers for the phase transition of the system «gas — filter-passing liquid» taking into account dependence of surface-tension on the radius of curvature of surface of break and electric charge. Behavior of the carbonated liquid is investigational in a vorcritical area and educed zone of pseudoplastic (anomalous) and dilatant (near to newtonian) flows, and also terms filtrations resulting in the indicated forms of flows.

Keywords: mathematical model, filtration in a porous environment, heterogeneous stratal