УДК 621.37:621.391

Informatics and Mathematical Methods in Simulation
Vol. 5 (2015), No. 2, pp. 103-114

# ПРОГРАММНЫЕ СРЕДСТВА КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ОБНАРУЖЕНИЯ И РАЗЛИЧЕНИЯ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ НЕГАУССОВСКИХ ПОМЕХ

**В.В. Палагин**

Черкасский государственный технологический университет,
бул. Шевченко, 460, Черкассы, 18005, Украина; e-mail: palahin@yahoo.com

Рассмотрены вопросы моделирования процессов обнаружения и различения сигналов на фоне негауссовских помех на основе моментно-кумулянтного представления случайных величин с формированием моментных критериев качества проверки статистических гипотез и полиномиальных решающих правил для обеспечения построения эффективных методов и компьютерных средств функционирования систем приема и обработки данных. Показано, что нелинейная обработка выборочных значений, учет параметров негауссовского распределения в виде кумулянтных коэффициентов третьего и выше порядков позволяет увеличить эффективность обработки данных в виде уменьшения вероятностей ошибок первого и второго рода по сравнению с известными результатами.

**Ключевые слова:** моментные критерии качества, проверка статистических гипотез, негауссовские помехи.

## Введение

Функционирование современных систем наблюдения, диагностики, мониторинга, контроля, управления, развитие которых характеризуется повышенными требованиями к качеству обработки информации, росту уровня сложности и расширению функциональных возможностей, непосредственно связано с качеством построения систем обнаружения и различения сигналов. Проблемы, возникающие при совершенствовании систем данного класса, связаны не только с технологическим обновлением, но и в значительной степени с созданием совершенных методов обработки сигналов, представляющих собой случайные процессы.

Традиционно построение систем обнаружения и различения сигналов базируется на классических методах теории проверки статистических гипотез, которые в общем случае не предусматривают ограничений на использование вида плотности распределения случайных величин [1]. На практике широкое распространение получило применение стандартного нормального распределения случайных величин, которое во многих случаях исключает отражение реальных процессов с необходимой адекватностью. Действия различных дестабилизирующих факторов на сигналы порождают сложную сигнально-помеховую ситуацию, которая описывается негауссовскими случайными процессами [2]. Эти обстоятельства существенно усложняют применение традиционных гауссовских моделей при разработке алгоритмов обработки информации в системах обнаружения и различения сигналов с обеспечением требуемой точности.

Использование традиционного подхода к исследованию и разработке систем обработки случайных негауссовских процессов характеризуется существенными ограничениями, связанными со сложностью их алгоритмической реализации, ростом вычислительных ресурсов. Поэтому возникает необходимость в построении, моделировании и исследовании методов и алгоритмов обработки сигналов, которые были бы оптимальными для негауссовских моделей помех [3].

Исследования последних лет свидетельствуют о том, что для решения задач обработки негауссовских процессов перспективным является другой подход, который для описания статистических свойств случайных величин использует моменты и кумулянты (семиварианты) и позволяет с приемлемым приближением характеризовать статистические свойства негауссовских процессов [4, 5]. В частности, кумулянты и кумулянтные коэффициенты, в отличие от моментов, имеют самостоятельный статистический смысл и позволяют описывать степень негауссовости случайных величин. Такой подход позволяет повысить точность обработки негауссовских сигналов по сравнению с традиционным корреляционным подходом при заданных ограничениях на их сложность, уменьшить сложность алгоритмов обнаружения и различения сигналов, реализовать обработку сигналов при аддитивно-мультипликативном взаимодействии с негауссовскими помехами, учесть корреляционные связи негауссовских случайных величин.

Выбранный подход к решению этой проблемы основывается на расширении класса математических моделей, учете особенностей обработки негауссовских процессов, разработке моментных критериев качества проверки статистических гипотез, создания полиномиальных алгоритмов реализации моделей.

Цель работы состоит в создании и реализации моделей процессов обнаружения и различения сигналов на фоне негауссовских помех на основе моментно-кумулянтного представления случайных величин с формированием моментных критериев качества проверки статистических гипотез и полиномиальных решающих правил для обеспечения построения эффективных методов и компьютерных средств функционирования систем приема и обработки данных соответствующего класса.

## Основная часть

Сформулируем задачу различения сигналов на фоне помех следующим образом. Пусть на интервале времени $(0,T)$ наблюдаются случайные сигналы $\xi_i(t),\ i=\overline{1,N}$, по которым принимаются решения о реализации соответствующей гипотезы $H_i$, т.е. решения о приеме соответствующего полезного сигнала $s_i(t)$, который подлежит различению, либо решение о реализации гипотезы $H_0$, которая соответствует отсутствию полезного сигнала. Принимаемые сигналы $\xi_i(t)$ представляют собой аддитивную смесь $\xi_i(t)=s_i(t)+\eta_i$, где $\eta_i(t)$ – негауссовская случайная величина, описываемая последовательность моментов и кумулянтов.

Каждому принимаемому сигналу соответствует свое моментно-кумулянтное описание, представленное в виде конечной последовательности моментов $m_i\left[\{\alpha_{i1},\alpha_{i2},...,\alpha_{i\mu}\},\{0,\chi_{i2},\gamma_{i3},\gamma_{i4},...,\gamma_{i\mu}\}\right]$, где $\alpha_{i1},\alpha_{i2},...,\alpha_{i\mu}$ – начальные моменты, описывающие признаки сигнала $s_i(t)$, $\gamma_{i2},\gamma_{i3},\gamma_{i4},...,\gamma_{i\mu}$ - кумулянтные коэффициенты, описывающие признаки негауссовской помехи $\eta_i(t)$.

Рассмотрим в общем случае $N+1$ гипотез, которые будут внесены в отношение наблюдаемых сигналов. Тогда, заменив непрерывное время наблюдения $t$ на отсчеты $v$, произведенные из наблюдаемых сигналов $\xi_i(t)$, получим их дискретные значения $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ для соответствующих гипотез:

$$H_i: \; \xi_{iv} = s_{iv}(\alpha_k) + \eta_i(\gamma_k),$$

$$H_0: \; \xi_{0v} = \eta_i(\gamma_k), \; i = \overline{1, N}, \; k = \overline{1, \mu},$$

где $s_{iv}(\alpha_k)$ – i-й сигнал с известными параметрами $\alpha_k$;
$\eta_i(\gamma_k)$ – негауссовская случайная величина с известными параметрами в виде кумулянтов $\gamma_k$.

Отметим, что соответствующему принимаемому сигналу соответствует свое моментно-кумулянтное описание $m_i(\alpha_i, \gamma_i)$ заданного порядка.

Задачам различения сигналов на фоне помех уделено достаточно много внимания, о чем свидетельствует как хорошо разработанная теория, так и большое количество публикаций. Согласно классическому вероятностному подходу [1], оптимальный байесовский алгоритм различения сигналов находится из условия минимума среднего риска

$$R = \sum_{j=0}^{N}\sum_{i=0}^{N} \Pi_{ij} p_j P(\gamma_i \mid H_j),$$

где $\Pi_{ij}$ — элементы матрицы потерь;
$p_j = P(H_j)$ – вероятности появления гипотез $H_j$;
$P(\gamma_i \mid H_j)$ – вероятности ошибок вынесения решений о событии $\gamma_i$ при реализации гипотезы $H_j$.

Тогда оптимальный алгоритм различения сигналов представляется в виде:

$$p_i P(X|H_i) = \max_{j=\overline{0,N}} \{p_j P(X|H_j)\}, \; i = \overline{0, N}, \tag{1}$$

или

$$\ln P(X|H_i) + \ln p_i = \max_{j=\overline{0,N}} \{\ln P_j(X|H_j) + \ln p_j\}, \; i = \overline{0, N}.$$

Минимальной достаточной статистикой для поставленной задачи является $N$ скалярных функций векторной выборки $X$ отношения правдоподобия $\Lambda(X)_i = P(X|H_i)/P(X|H_0)$.

Используя критерий максимума апостериорной вероятности, решение о передаче сигнала $s_i(t)$ (реализация гипотезы $H_i$) принимается тогда, когда выполняется условие:

$$\ln \Lambda(X)_i + \ln p_i = \max_{j=\overline{0,N}} \{\ln \Lambda(X)_j + \ln p_j\}, \quad \Lambda(X)_j p_j / p_0 \geq 1,$$

а решение о том, что сигналы отсутствуют (реализация гипотезы $H_0$), – в случае, если:

$$\Lambda(X)_j p_j / p_0 < 1, \; j = \overline{1, N}.$$

Решение подобных задач в основном рассматривается в предположении нормального закона распределения $P(X|H_i)$ случайных величин. В других случаях бывает затруднительно найти плотности распределения и, соответственно, получить решения вида (1). Тогда можно воспользоваться приемом [6-8], представляющим собой разложение отношения правдоподобия проверки статистических гипотез $H_m$ и $H_r$ в стохастический полином конечной степени $s$, который при простых матрицах потерь и равновероятном появлении гипотез принимает вид

$$\Lambda(X)_{sn}^{(mr)} = \sum_{i=1}^{s} k_i^{(mr)} \sum_{v=1}^{n} x_v^i + k_0^{(mr)} \underset{H_r}{\overset{H_m}{\gtrless}} 0 \ , \ r,m = \overline{0,\ N-1},\ r \neq m \ , \qquad (2)$$

где неизвестные оптимальные коэффициенты $k_i^{(mr)}$ и $k_0^{(mr)}$ находятся по заданному критерию качества. Следует заметить, что при использовании стохастического полинома (2) для многоальтернативной проверки статистических гипотез его неизвестные коэффициенты необходимо находить таким образом, чтобы они, с одной стороны, минимизировали вероятности ошибок решающего правила (РП) (2), а с другой – учитывали взаимосвязи между проверяемыми гипотезами $H_m$ и $H_r$.

Рассмотрим общий случай обработки статистически независимых одинаково распределенных выборочных значений $X$, для которых коэффициент $k_i^{(mr)}$ не зависит от номера выборочных значений $v$.

Для оценки качества полиномиальных РП (2) используем матрицу вероятностей ошибок различения сигналов $p_{ij} = P(\gamma_i \mid H_j)$, $i, j = \overline{0, N}$, характеризующую как вероятности ошибок определения максимального значения (1), так и вероятность перепутывания гипотез:

| $H_j \backslash \gamma_i$ | 0 | 1 | 2 | … | $N$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $H_0$ | $p_{00}$ | $p_{10}$ | $p_{20}$ | $\cdots$ | $p_{N0}$ |
| $H_1$ | $p_{01}$ | $p_{11}$ | $p_{21}$ | $\cdots$ | $p_{N1}$ |
| $H_2$ | $p_{02}$ | $p_{12}$ | $p_{22}$ | $\cdots$ | $p_{N2}$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | … | $\vdots$ |
| $H_N$ | $p_{0N}$ | $p_{1N}$ | $p_{2N}$ | $\cdots$ | $p_{NN}$ |

Отсюда видно, что вероятность ошибок реализации соответствующих гипотез определяется:

$$P(H_0) = \sum_{i=1}^{N} p_{0i} \ ,\ P(H_1) = \sum_{i=0,\, i\neq 1}^{N} p_{1i} \ ,\ \ldots,\ P(H_N) = \sum_{i=0,\, i\neq N}^{N} p_{Ni} \ .$$

Значения $p_{ii}$, $i = \overline{0, N}$ на главной диагонали характеризуют вероятности правильного различения сигналов. Легко показать, что $p_{ij}$, лежащие над главной диагональю, представляют собой вероятности ошибок первого рода $\alpha^{(mr)}$ всех возможных РП (2), а лежащие под главной диагональю – вероятности ошибок второго рода $\beta^{(mr)}$. Тогда, в соответствии с байесовским подходом, при использовании простых матриц потерь и равновероятном появлении гипотез, т.е. при $p_0 = p_1 = \ldots = p_N = 1/(N+1)$, оптимальные коэффициенты РП (2) должны минимизировать среднее значение риска:

$$R = \sum_{i=0}^{N} \sum_{j=0}^{N} p_{ij}, i \neq j .$$

В предположении большого количества одинаково распределенных выборочных значений $n \to \infty$, согласно предельной центральной теореме, вероятности ошибок РП вида (2) будут стремиться к нормальному закону распределения. Показано, что в этом случае сумма асимптотических вероятностей ошибок первого и второго рода для одной решающей функций $\Lambda^{(mr)}(X)$ проверки гипотезы $H_m$ и $H_r$ будет иметь вид:

$$Yu(E,G)^{(mr)} = \frac{\left[\left(G_m^{(mr)}\right)^{0.5} + \left(G_r^{(mr)}\right)^{0.5}\right]^2}{\left[E_m^{(mr)} - E_r^{(mr)}\right]^2}, \; r,m = \overline{0,N}, \; r \neq m, \qquad (3)$$

где математические ожидания и дисперсии РП при гипотезах $H_m$ и $H_r$ соответственно имеют вид:

$$E_m^{(mr)} = n\sum_{i=1}^{s} k_i^{(mr)} m_i^{(m)}, \; E_r^{(mr)} = n\sum_{i=1}^{s} k_i^{(mr)} m_i^{(r)},$$

$$G_m^{(mr)} = n\sum_{i=s}^{s}\sum_{j=1}^{s} k_i^{(mr)} k_j^{(mr)} F_{(i,j)}^{(m)}, \; G_r^{(mr)} = n\sum_{i=s}^{s}\sum_{j=1}^{s} k_i^{(mr)} k_j^{(mr)} F_{(i,j)}^{(r)},$$

где $F_{(i,j)}^{(m)} = m_{(i+j)}^{(m)} + m_i^{(m)} m_j^{(m)}$, $F_{(i,j)}^{(r)} = m_{(i+j)}^{(r)} + m_i^{(r)} m_j^{(r)}$ - центральные корелянты случайной величины $(i, j)$-го порядка при гипотезах $H_m$ и $H_r$ соответственно, $m_i^{(m)}$, $m_i^{(r)}$ – начальные моменты $i$-го порядка случайной величины $\xi$ при гипотезах $H_m$ и $H_r$ соответственно.

Показано, что оптимальный коэффициент $k_0^{(mr)}$ находится из условий минимума суммы вероятностей ошибок первого и второго рода и имеет вид:

$$k_0^{(mr)} = -\frac{E_m^{(mr)}\left(G_r^{(mr)}\right)^{0,5} + E_r^{(mr)}\left(G_m^{(mr)}\right)^{0,5}}{\left(G_m^{(mr)}\right)^{0,5} + \left(G_r^{(mr)}\right)^{0,5}}. \qquad (4)$$

Неизвестные коэффициенты $k_i^{(mr)}$ РП (2), минимизирующие функционал (3), находятся из решения системы линейных алгебраических уравнений:

$$\sum_{j=1}^{s} k_j^{(mr)} \left[\left(1 + c^{(mr)}\right) F_{(i,j)}^{(m)} + \left(1 + \frac{1}{c^{(mr)}}\right) F_{(i,j)}^{(r)}\right] = m_i^{(m)} - m_i^{(r)}, \; i = \overline{1,s}, \qquad (5)$$

где $c^{(mr)} = \left[\dfrac{G_m^{(mr)}}{G_r^{(mr)}}\right]^{0.5}$.

*Определение 1*. Примем функционал $Yu(E,G)^{(mr)}$ (3) за критерий качества выбора РП вида (2) и будем считать наилучшим то правило, которое при $k_0^{(mr)}$ вида (4) и $k_i^{(mr)}$, найденных из (5), минимизирует правую часть (3). Данный критерий будем называть адаптированным асимптотически нормальным моментным критерием качества для проверки многоальтернативных статистических гипотез.

При таком полиномиальном подходе к оптимальному выбору РП различения сигналов на фоне помех, математическая структура выбора гипотезы $H_m$ будет имеет вид:

$$H_m : \max_{m=1,N}\left\{\sum_{i=1}^{s}\sum_{v=1}^{n} k_i^{m0} x_v^i + k_0^{m0}\right\} > 0; \quad H_0 : \max_{m=1,N}\left\{\sum_{i=1}^{s}\sum_{v=1}^{n} k_i^{m0} x_v^i + k_0^{m0}\right\} < 0.$$
$$\sum_{i=1}^{s}\sum_{v=1}^{n} k_i^{m0} x_v^i + k_0^{m0} > \sum_{i=1}^{s}\sum_{v=1}^{n} k_i^{r0} x_v^i + k_0^{r0},\ m,r=\overline{1,N},\ r \neq m. \tag{6}$$

При рассмотрении общего случая проверки $N+1$ гипотез для качественной оценки полученных РП различения сигналов на фоне помех введем величину, которая характеризует общие асимптотические вероятностей ошибок различения гипотезы $H_m$:

$$Yu(E,G)^{(m)} = \sum_{r=0}^{N} \frac{\left[\left(G_m^{(mr)}\right)^2 + \left(G_r^{(mr)}\right)^2\right]^2}{\left[E_m^{(mr)} - E_r^{(mr)}\right]^2},\ m=\overline{1,N}, m \neq r.$$

Если объем выборки не достаточно большой и нет возможности использовать данный моментный критерий качества, в этом случае можно воспользоваться другим критерием качества, который характеризует верхние границы вероятностей ошибок первого и второго рода. В этом случае полиномиальное РП будет иметь вид, аналогичный (2), где порог $k_0^{(mr)}$ выбирается как среднее значение математических ожиданий РП $E_m^{(mr)}$ и $E_r^{(mr)}$ при реализации гипотезы $H_m$ и $H_r$ соответственно и имеет вид:

$$k_0^{(mr)} = -\frac{1}{2}\left(E_m^{(mr)} + E_r^{(mr)}\right),\ m,r=\overline{0,N-1},\ m \neq r, \tag{7}$$

а оптимальные коэффициенты РП (2) $k_i^{(mr)}$ находятся из минимума функционала:

$$Ku(E,G)^{(mr)} = \frac{G_m^{(mr)} + G_r^{(mr)}}{\left[E_m^{(mr)} - E_r^{(mr)}\right]^2},\ m,r=\overline{0,N-1},\ m \neq r, \tag{8}$$

который является в общем случае суммой верхних границ вероятностей ошибок первого и второго рода РП проверки гипотез $H_m$ и $H_r$ соответственно.

Показано, что неизвестные коэффициенты $k_i^{(mr)}$, которые минимизируют функционал (7), находятся из решения системы линейных алгебраических уравнений:

$$\sum_{j=1}^{s} k_j^{(mr)}\left[F_{(i,j)}^{(r)} + F_{(i,j)}^{(m)}\right] = m_i^{(m)} - m_i^{(r)},\ i=\overline{1,s}. \tag{9}$$

*Определение 2*. Примем функционал $Ku(E,G)^{(mr)}$ (8) за критерий качества выбора РП вида (2) и будем считать наилучшем то правило, которое при $k_0^{(mr)}$ вида (7) и $k_i^{(mr)}$, найденных из (9), минимизирует правую часть (8) Данный критерий будем называть модифицированным моментным критерием верхних границ вероятностей ошибок для многоальтернативной проверки статистических гипотез.

Для качественной оценки полученных РП различения сигналов на фоне помех введем величину, которая характеризует общие верхние границы вероятностей ошибок различения гипотезы $H_m$ при обработке $N$ РП:

$$Ku(E,G)^{(m)} = \sum_{r=0}^{N-1} \frac{G_m^{(mr)} + G_r^{(mr)}}{\left[T_m^{(mr)} - T_r^{(mr)}\right]^2}, \quad m = \overline{1,N},\, m \neq r .$$

Для неодинаково распределенных выборочных значений коэффициенты $k_i$ РП (2) будут зависеть от выборочных значений $v$. В этом случае необходимо использовать стохастические полиномы 1-го типа для неодинаково распределенных выборочных значений, и обобщенное РП проверки гипотез $H_m$ и $H_r$ примет вид:

$$\Lambda(\mathrm{X})_{sn}^{(mr)} = \sum_{i=1}^{s}\sum_{v=1}^{n} k_{iv}^{(mr)} x_v^i + k_0^{(mr)} \underset{H_r}{\overset{H_m}{\gtrless}} 0 \;\; , r, m = \overline{0,\; N-1},\; r \neq m \; . \tag{10}$$

где

$$k_0^{(mr)} = -\frac{1}{2}\left(E_m^{(mr)} + E_r^{(mr)}\right) = -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{s}\sum_{v=1}^{n} k_{iv}^{(mr)}\left(m_{iv}^{(m)} + m_{iv}^{(r)}\right).$$

Показано, что неизвестные оптимальные коэффициенты $k_{iv}^{(mr)}$ РП (10), которые минимизируют критерий качества (8), находятся из решения системы линейных алгебраических уравнений:

$$\sum_{j=1}^{s} k_{jv}^{(mr)}\left[F_{(i,j)v}^{(r)} + F_{(i,j)v}^{(m)}\right] = m_{iv}^{(m)} - m_{iv}^{(r)},\; v = \overline{1,n},\; i = \overline{1,s}\,.$$

В этом случае математические ожидания и дисперсии РП (10) примут вид:

$$E_m^{(mr)} = \sum_{i=1}^{s}\sum_{v=1}^{n} k_{iv}^{(mr)} m_{iv}^{(m)},\; E_r^{(mr)} = \sum_{i=1}^{s}\sum_{v=1}^{n} k_{iv}^{(mr)} m_{iv}^{(r)},$$

$$G_m^{(mr)} = \sum_{i=s}^{s}\sum_{j=1}^{s}\sum_{v=1}^{n} k_{iv}^{(mr)} k_{jv}^{(mr)} F_{(i,j)v}^{(m)},\; G_r^{(mr)} = \sum_{i=s}^{s}\sum_{j=1}^{s}\sum_{v=1}^{n} k_{iv}^{(mr)} k_{jv}^{(mr)} F_{(i,j)v}^{(r)},$$

где $m_{iv}^{(r)}$, $m_{iv}^{(m)}$ – начальные моменты $i$-го порядка случайной величины $\xi$ при гипотезах $H_m$ и $H_r$ для $v$ значения соответственно;
$F_{(i,j)v}^{(r)}$, $F_{(i,j)v}^{(m)}$ - центральные коррелянты случайной величины $(i,j)$-го порядка при гипотезах $H_m$ и $H_r$ соответственно для $v$ значения и записываются в виде:

$$F_{(i,j)v}^{(m)} = m_{(i+j)v}^{(m)} + m_{iv}^{(m)} m_{jv}^{(m)}, \qquad F_{(i,j)v}^{(r)} = m_{(i+j)v}^{(r)} + m_{iv}^{(r)} m_{jv}^{(r)}.$$

Тогда общая структура РП для выбора гипотезы $H_m$ будет отличаться от приведенной выше и примет вид:

$$H_m:\ \max_{m=1,\,N-1}\left\{\sum_{i=1}^{s}\sum_{v=1}^{n}k_{iv}^{(m0)}x_v^i+k_0^{(m0)}\right\}>0;\ H_0:\max_{m=1,\,N-1}\left\{\sum_{i=1}^{s}\sum_{v=1}^{n}k_{iv}^{(m0)}x_v^i+k_0^{(m0)}\right\}<0.$$

$$\sum_{i=1}^{s}\sum_{v=1}^{n}k_{iv}^{(m0)}x_v^i+k_0^{(m0)}>\sum_{i=1}^{s}\sum_{v=1}^{n}k_{iv}^{(r0)}x_v^i+k_0^{(r0)},\ r,m=\overline{1,\ N-1},\ r\neq m. \tag{11}$$

Для неодинаково распределенных выборочных значений и использовании асимптотически нормального моментного критерия качества (3) в РП (10) необходимо взять дополнительное усреднение по ансамблю выборок объемом $L$ [6]. Тогда РП примет вид:

$$\Lambda^{(mr)}(X)_{sn}=\sum_{p=1}^{L}\sum_{i=1}^{s}\sum_{v=1}^{n}k_{iv}^{(mr)}x_{vp}^i+k_0^{(mr)}\underset{H_r}{\overset{H_m}{\gtrless}}0\ . \tag{12}$$

В этом случае математические ожидания и дисперсии РП (12) запишутся как:

$$E_m^{(mr)}=L\sum_{i=1}^{s}\sum_{v=1}^{n}k_{iv}^{(mr)}m_{iv}^{(m)},\qquad E_r^{(mr)}=L\sum_{i=1}^{s}\sum_{v=1}^{n}k_{iv}^{(mr)}m_{iv}^{(r)},$$

$$G_m^{(mr)}=L\sum_{i=1}^{s}\sum_{j=1}^{s}\sum_{v=1}^{n}k_{iv}^{(mr)}k_{jv}^{(mr)}F_{(i,j)v}^{(m)},\quad G_r^{(mr)}=L\sum_{i=1}^{s}\sum_{j=1}^{s}\sum_{v=1}^{n}k_{iv}^{(mr)}k_{jv}^{(mr)}F_{(i,j)v}^{(r)},$$

где $F_{(i,j)v}^{(m)}=m_{(i+j)v}^{(m)}+m_{iv}^{(m)}m_{jv}^{(m)},\ F_{(i,j)v}^{(r)}=m_{(i+j)v}^{(r)}+m_{iv}^{(r)}m_{jv}^{(r)}$.

Неопределенные коэффициенты $k_{iv}^{(mr)}$ также находятся из условия минимума критерия $Yu(E,G)^{(mr)}$ (3) при решении системы уравнений:

$$\sum_{j=1}^{s}k_{jv}^{(mr)}\left\{F_{(i,j)v}^{(r)}\left[1+c^{(mr)}\right]+F_{(i,j)v}^{(m)}\left[1+1/c^{(mr)}\right]\right\}=m_{iv}^{(m)}-m_{iv}^{(r)},\ i=\overline{1,s},\ v=\overline{1,n}.$$

Тогда математическая структура выбора гипотезы $H_m$ против гипотезы $H_r$ будет отличаться от (11) и примет вид:

$$H_m:\ \max_{r=1,N}\left\{\sum_{p=1}^{L}\sum_{i=1}^{s}\sum_{v=1}^{n}k_{iv}^{(m0)}x_{vp}^i+k_0^{(m0)}\right\}>0;\ H_0:\max_{r=1,N}\left\{\sum_{p=1}^{L}\sum_{i=1}^{s}\sum_{v=1}^{n}k_{iv}^{(m0)}x_{vp}^i+k_0^{(m0)}\right\}<0.$$

$$\sum_{p=1}^{L}\sum_{i=1}^{s}\sum_{v=1}^{n}k_{iv}^{(m0)}x_{vp}^i+k_0^{m0}>\sum_{p=1}^{L}\sum_{i=1}^{s}\sum_{v=1}^{n}k_{iv}^{(r0)}x_{vp}^i+k_0^{(r0)},\ m,r=\overline{1,N},\ r\neq m.$$

На основе разработанных моделей и методов обнаружения и различения сигналов на фоне негауссовских помех созданы компьютерные средства, позволяющие провести исследования полученных результатов. Программный комплекс реализован на платформе проблемно ориентированного пакета MATLAB и включает набор программ, предназначенных для решения задач: обнаружения постоянных сигналов и радиосигналов при аддитивно-мультипликативной модели (АММ) взаимодействия с негауссовскими помехами; обнаружения постоянных сигналов при аддитивной модели взаимодействия с негауссовскими коррелированными помехами; различения постоянных сигналов, радиосигналов, шумовых сигналов при аддитивной модели взаимодействия с негауссовскими помехами; совместного различения сигналов и оценивания их параметров при воздействии негауссовских помех.

На рис.1 представлена структурная схема формирования решений об осуществлении проверяемых статистических гипотез, основанных на использовании моментно-кумулянтного подхода к описанию случайных величин, разработанных моделей и методов, синтезированных полиномиальных алгоритмов обнаружения и различения сигналов на фоне негауссовских помех.

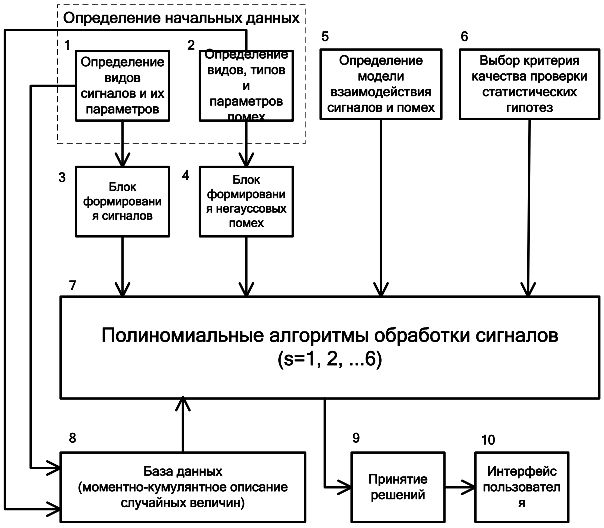


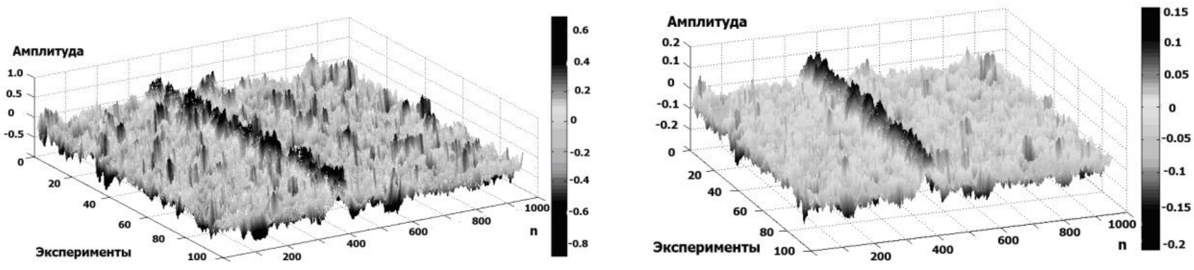

**Рис. 1**. Структурная схема системы формирования решений об осуществлении статистических гипотез

На структурной схеме (рис.1) в блоке «Определение начальных данных» задаются начальные условия, необходимые для определения моделей сигналов (блок 1) и помех (блок 2), формирование которых происходит в блоке 3 и 4, соответственно, а модель их взаимодействия задается блоком 5. На основании выбора критерия качества проверки статистических гипотез (блок 6) из условия решаемой задачи происходит выбор (синтез) полиномиальных стохастических алгоритмов обнаружения и различения сигналов на фоне негауссовских помех заданной степени полинома (блок 7), Степень полинома РП определяется наличием априорной информации о характеристиках исследуемых сигналов в виде набора моментов и кумулянтов, полученных из блока 8 на основании заданных пользователем моделей сигналов, помех и вида их взаимодействия.

Результат обработки случайных сигналов полиномиальными РП поступает в блок 9, где происходит сравнение полученных результатов с заданным порогом (если это относится к задаче обнаружения сигналов) либо поиска максимума решающей статистики (для вынесения решения в пользу одного из сигналов). Результат вычислений передается пользователю (блок 10).

В общем случае «Блок формирования негауссовских помех» генерирует негауссовскую случайную величину, которая характеризуется наличием/отсутствием заданных корреляционных свойств и относится к одному из классов, а именно: асимметричные, эксцессные, асимметрично-эксцессные негауссовские величины, формируемые на основании бигауссового генератора с заданными параметрами.

На рис. 2 показаны результаты моделирования серии экспериментов ($M = 100$) по обнаружению постоянного сигнала линейным ($s = 1$) и нелинейным ($s = 2$) РП при аддитивно-мультипликативном взаимодействии с негауссовской помехой.



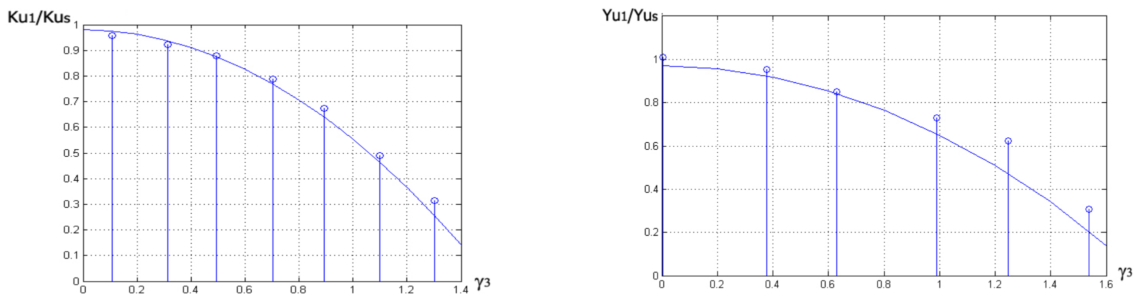

**а** **б**

**Рис. 2.** Результаты серии экспериментов по обнаружению постоянного сигнала при АММ взаимодействия с негауссовой помехой при отношении «сигнал-шум» $q = 0.1$, $\gamma_4 = 0.8$, $\beta_3 = 1.0$, $\beta_4 = 0.2$: а – результаты обработки линейным РП выборочных значений сигнала при негауссовских помехах; б – обработки нелинейным РП, учитывающим кумулянты третьего и выше порядков

Из графиков видно, что результаты обработки линейным РП (рис. 2, а) (оптимальным для гауссовских помех) выборочных значений сигнала при негауссовских помехах характеризуются более частыми хаотическими выбросами и превышениями нулевого порога по сравнению с результатами обработки нелинейным РП (рис.2, б), учитывающим кумулянты третьего и выше порядков.

Нелинейная обработка выборочных значений и учет характеристик негауссовских помех в виде коэффициентов асимметрии ($\gamma_3$, $\beta_3$) и эксцесса ($\gamma_4$, $\beta_4$) аддитивной и мультипликативной составляющей позволяет уменьшать ошибочные решения РП по сравнению с известными результатами.

На основе разработанного программного комплекса проведены эксперименты, подтверждающие полученные теоретические результаты. На рис.3 представлено сопоставление теоретических (непрерывная линия) и экспериментальных (дискретные значения) исследований по сравнению значений критериев качества линейных РП ($s=1$) и нелинейных РП ($s=2$) при АММ взаимодействия радиосигнала с негауссовской помехой по разным моментным критериям качества $Ku(E,G)$ (а) и $Yu(E,G)$ (б). Из графиков видно, что нелинейная обработка выборочных значений и учет параметров негауссовских помех позволяет повысить точность обработки сигналов по сравнению с линейной, причем это проявляется в уменьшении вероятности ошибок первого и второго рода РП.




**а** **б**

**Рис. 3.** Результаты сравнения теоретических и экспериментальных исследований значений критериев качества для линейных ($s=1$) и нелинейных ($s=2$) РП обнаружения радиосигнала при АММ взаимодействия с негауссовской помехой при: а - $q = 0.06$, $\gamma_4 = 0.09$, $\beta_3 = 0.1$, $\beta_4 = 0.1$; б - $q = 0.125$, $\gamma_4 = 0.6$, $\beta_3 = 1.5$, $\beta_4 = 0.8$.

Для моделирования процесса различения радиосигналов на фоне негауссовских помех на рис.4 демонстрируются результаты обработки выборочных значений полиномиальными РП при степени $s = 1,2$ для различения двух радиосигналов. Как видно из проведенных исследований, линейные РП (верхние графики) дают ошибочные решения о наличии второго радиосигнала, в то время как нелинейные РП дают правильное решение о наличии первого радиосигнала.

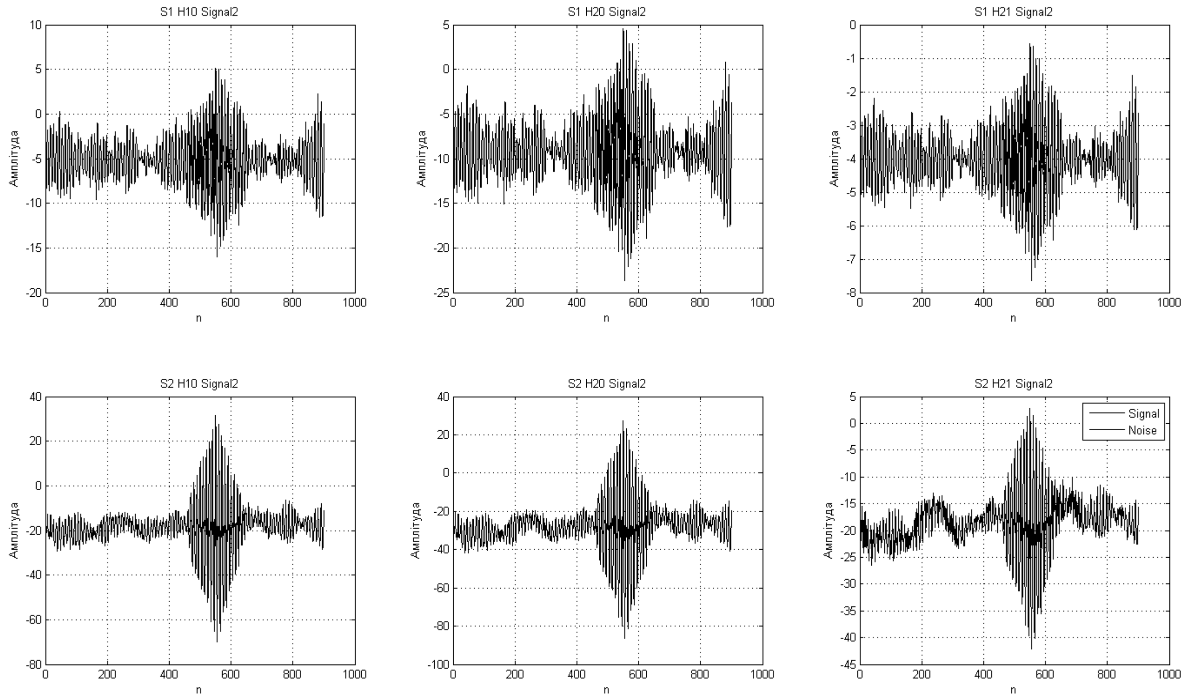



**Рис. 4.** Результаты моделирования различения радиосигналов на фоне негауссовских помех линейными и нелинейными РП.

## Выводы

На основе создания и развития методов математического и компьютерного моделирования процессов обнаружения и различения сигналов на фоне негауссовских помех при разработке моментно-кумулянтных моделей случайных величин, формирования моментных критериев качества проверки статистических гипотез и полиномиальных методов обработки сигналов предложены алгоритмические основы и средства компьютерной реализации обработки сигналов, что позволяет повысить точность обнаружения и различения сигналов в таких компьютеризированных системах приема данных, как системы мониторинга, контроля, диагностики, управления при учете характеристик негауссовских помех.

## Список литературы

1. Van Trees, H. L. Detection Estimation and Modulation Theory [Text] / H. L. Van Trees, K. L. Bell, Z. Tiany // John Wiley & Sons. — 2013. — P.1176.
2. Middleton, D. Introduction, in Non-Gaussian Statistical Communication / D. Middleton // Theory, John Wiley & Sons. — 2012. — C.283–396.
3. Безрук, В.М. Теоретические основы проектирования систем распознавания сигналов для автоматизированного радиоконтроля / В.М. Безрук., Г.М. Певцов. // Монография. – Х.: Коллегиум, 2007 – 430 с.

4. Малахов, А. Н. Кумулянтный анализ негауссовских процессов и их преобразований / А. Н. Малахов – М.: Сов. радио, 1979. – 376 с.
5. Kunchenko, Y. Polynomial Parameter Estimations of Close to Gaussian Random variables / Y. Kunchenko // Aachen: Shaker Verlag. — 2002. — P.396.
6. Палагин, В.В. Адаптация моментного критерия качества для многоальтернативной задачи проверки гипотез при использовании полиномиальных решающих правил / В.В. Палагин // Электронное моделирование. — 2010. — Т.32. — №4. — С.17–33.
7. Палагин, В.В. Моментный критерий качества проверки статистических гипотез для обработки сигналов на фоне коррелированных негауссовских помех // Системи обробки інформації. Харківський університет повітряних сил ім. Івана Кожедуба. — 2009. — Випуск 4(78). — С.96–101.
8. Палагін, В.В. Комп'ютерне моделювання поліноміальних алгоритмів розрізнення радіосигналів та оцінювання їх параметрів / В.В. Палагін, А.В. Гончаров, В.М. Уманець // Східно-Європейський журнал передових технологій. — 2014. — Т. 5. — № 9 (71). — С. 31–39. — ISSN 1729-3774

## ПРОГРАМНІ ЗАСОБИ КОМП'ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ВИЯВЛЕННЯ І РОЗРІЗНЕННЯ СИГНАЛІВ НА ФОНІ НЕГАУСОВИХ ЗАВАД

В.В. Палагін

Черкаський державний технологічний університет
бул. Шевченка, 460, Черкаси, 18005, Україна; e-mail: palahin@yahoo.com

Розглянуто питання моделювання процесів виявлення та розрізнення сигналів на фоні негаусових завад на основі моментно-кумулянтного представлення випадкових величин з формуванням моментних критеріїв якості перевірки статистичних гіпотез і поліноміальних розв'язувальних правил для забезпечення побудови ефективних методів і комп'ютерних засобів функціонування систем прийому і обробки даних. Показано, що нелінійна обробка вибіркових значень, врахування параметрів негаусового розподілу у вигляді кумулянтних коефіцієнтів третього і вище порядків дозволяє збільшити ефективність обробки даних у вигляді зменшення ймовірностей помилок першого і другого роду в порівнянні з відомими результатами.
**Ключові слова:** моментні критерії якості, перевірка статистичних гіпотез, негаусові завади.

## SOFTWARE TOOLS OF COMPUTER SIMULATION SIGNALS DETECTION AND DISTINCTION ON BACKGROUND NON-GAUSSIAN NOISE

V. Palahin

Cherkasy State Technological University
Shevchenko blvd., 460, Cherkasy, Ukraine, 18005; e-mail: palahin@yahoo.com

The questions of modeling processes signals detection and recognition on background non-Gaussian noise, based on the moment-cumulant description of random variables with the formation of the moment quality criterion of statistical hypothesis testing and polynomial decision rules for the synthesis of effective methods and computer-functioning systems for receiving and processing data. It is shown that the nonlinear processing of sample values, taking into account parameters non-Gaussian distribution as cumulant coefficients of the third and higher orders can increase the efficiency of data processing in the form of reducing the probability errors of the first and second kind in comparison with the known results.
**Keywords:** the moment criterion quality, statistical hypothesis testing, non-Gaussian noise.