

ПОСТРОЕНИЕ АППРОКСИМАЦИОННОЙ МОДЕЛИ ВОЛЬТЕРРА НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ С ПОМОЩЬЮ ПОЛИИМПУЛЬСНЫХ ТЕСТОВЫХ СИГНАЛОВ

М. М. Масри, С. В. Павленко, В. Д. Павленко

Одесский национальный политехнический университет,
просп. Шевченко, 1, Одесса, 65044, e-mail: pavlenko_vitalij@mail.ru

Приведено теоретическое обоснование метода идентификации нелинейной динамической системы на основе аппроксимационной модели Вольтерра при использовании тестовых полиимпульсных сигналов с учетом погрешностей измерений откликов. Для обеспечения вычислительной устойчивости метода идентификации применяется метод регуляризации и процедуры шумоподавления, основанный на вейвлет-преобразовании. Исследуется эффективность вычислительных алгоритмов, реализующих метод идентификации.

Ключевые слова: нелинейные динамические системы, идентификация, модель Вольтерра, ядра Вольтерра, аппроксимационная модель, метод наименьших квадратов, регуляризация, вейвлет-преобразования, полиимпульсные тестовые сигналы.

Введение

Методы математического моделирования и эксперимент являются основными средствами исследования сложных нелинейных динамических систем (НДС). Для описания НДС часто используется аппарат интегростепенных рядов Вольтерра [1, 2]. При этом нелинейные и динамические свойства системы полностью характеризуются последовательностью многомерных весовых функций — ядер Вольтерра. Задача идентификации (построения модели) в виде ряда Вольтерра заключается в определении многомерных весовых функций на основе экспериментальных данных «вход–выход» НДС.

Идентификация по своей сути относится к обратным задачам, при решении которых возникают трудности вычислительного плана, обусловленные некорректностью постановки задачи. Получаемые решения оказываются неустойчивыми к погрешностям исходных данных — измерений откликов идентифицируемой НДС [3, 4]. При использовании моделей Вольтерра требуется также решить задачу разделения отклика $y(t)$ исследуемой НДС на парциальные составляющие (ПС) $y_n(t)$, соответствующие отдельным членам ряда Вольтерра, поскольку измеряется суммарный отклик $y(t)$ на тестовый сигнал $x(t)$ [5]. Поэтому необходимо применять специальные приёмы выделения ПС из отклика НДС.

В [6] рассматривается способ такой декомпозиции при построении аппроксимационной модели Вольтерра, основанный на использовании тестовых детерминированных сигналов с различными амплитудами и применении метода наименьших квадратов (МНК) для обработки экспериментальных данных. Однако, реализация метода идентификации НДС с использованием в качестве тестовых полиимпульсных сигналов приводит к большим ошибкам в получаемых оценках

диагональных и параллельных им сечений многомерных весовых функций, что обусловлено погрешностями измерений откликов. Поэтому для повышения устойчивости вычислительных алгоритмов на основе данного метода идентификации целесообразно применить процедуру регуляризации некорректных задач по А.Н.Тихонову [7, 8].

Целью работы является теоретическое обоснование метода идентификации НДС на основе аппроксимационной модели Вольтерра при использовании тестовых полиимпульсных сигналов; разработка вычислительных алгоритмов, реализующих метод идентификации с учетом погрешностей измерений откликов; повышение вычислительной устойчивости алгоритмов с помощью метода регуляризации и применения процедуры шумоподавления, основанной на вейвлет–преобразовании.

Метод идентификации

Метод идентификации НДС на основе рядов Вольтерра во временной области основывается на аппроксимации отклика НДС $y(t)$ (t — текущее время) на произвольный детерминированный сигнал $x(t)$ в виде интегростепенного полинома N -го порядка (N — порядок аппроксимационной модели):

$$\hat{y}_N(t) = \sum_{n=1}^N \hat{y}_n(t) = \sum_{n=1}^N \int_0^t \dots \int_0^t \hat{w}_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \prod_{i=1}^n x(t - \tau_i) d\tau_i,$$

где $\hat{w}_n(\tau_1, \dots, \tau_n)$ — весовая функция (ядро Вольтерра) n -го порядка в аппроксимационной модели; $\hat{y}_N(t)$ и $\hat{y}_n(t)$ — отклик аппроксимационной модели и его частичная составляющая n -го порядка, соответственно.

Пусть на вход НДС поочередно подаются тестовые сигналы $a_1x(t)$, $a_2x(t)$, ..., $a_Lx(t)$; a_1, a_2, \dots, a_L — различные вещественные числа, удовлетворяющие условию $0 < |a_j| \leq 1$ для $\forall j=1, 2, \dots, L$, тогда

$$\hat{y}_N[a_jx(t)] = \sum_{n=1}^N \hat{y}_n[a_jx(t)] = \sum_{n=1}^N a_j^n \int_0^t \dots \int_0^t \hat{w}_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \prod_{i=1}^n x(t - \tau_i) d\tau_i = \sum_{n=1}^N a_j^n \hat{y}_n(t).$$

ПС в аппроксимационной модели $\hat{y}_n(t)$ находятся с помощью МНК, который позволяет получить такие их оценки при которых сумма квадратов отклонений откликов модели $\hat{y}_N[a_jx(t)]$ от откликов идентифицируемой НДС $y[a_jx(t)]$ минимальна, т.е. обеспечивает минимум среднеквадратичного критерия

$$J_N = \sum_{j=1}^L (y[a_jx(t)] - \hat{y}_N[a_jx(t)])^2 = \sum_{j=1}^L [y_j(t) - \sum_{n=1}^N a_j^n \hat{y}_n(t)]^2 \rightarrow \min, \quad (1)$$

где $y_j(t) = y[a_jx(t)]$. Минимизация критерия (1) сводится к решению системы нормальных уравнений Гаусса, которую в векторно-матричной форме можно записать в виде

$$A'A\hat{y} = A'y, \quad (2)$$

где

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_1^2 & \cdots & a_1^N \\ a_2 & a_2^2 & \cdots & a_2^N \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_L & a_L^2 & \cdots & a_L^N \end{bmatrix}, \quad \hat{y} = \begin{bmatrix} \hat{y}_1(t) \\ \hat{y}_2(t) \\ \cdots \\ \hat{y}_N(t) \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \cdots \\ y_L(t) \end{bmatrix}.$$

Из (2), получим

$$\hat{y} = (A'A)^{-1} A'y. \quad (3)$$

Применение тестовых полиимпульсных сигналов

Если тестовый сигнал $x(t)$ представляет собой единичный импульс (функцию Дирака) с весом s , то решением СЛАУ (3) являются весовая функция 1-го порядка $\hat{w}_1(t)$ и диагональные сечения весовых функций n -го порядка $\hat{w}_n(t, \dots, t)$, $n = \overline{2, N}$. Поскольку при $x(t) = s\delta(t)$

$$\hat{y}_n(t) = \int_0^t \dots \int_0^t \hat{w}_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \prod_{i=1}^n s\delta(t - \tau_i) d\tau_i = s^n \hat{w}_n(t, \dots, t),$$

то

$$\hat{w}_n(t, \dots, t) = \frac{\hat{y}_n(t)}{s^n}. \quad (4)$$

Метод определения поддиагональных сечений весовых функций n -го порядка ($2 \leq n \leq N$) НДС $\hat{w}_n(t - \tau_1, \dots, t - \tau_n)$ основывается на утверждении, доказательство которого приведено в [9].

Утверждение. Пусть тестовые воздействия представляют собой сумму n импульсных сигналов $x_i(t) = s\delta(t - \tau_i)$ ($i = \overline{1, n}$) со сдвигом по времени t на τ_1, \dots, τ_n , тогда оценка поддиагонального сечения весовой функции n -го порядка

$$\hat{w}_n(t - \tau_1, \dots, t - \tau_n) = \frac{(-1)^n}{n!s^n} \sum_{\xi_{\tau_1}, \dots, \xi_{\tau_n}=0}^1 (-1)^{\sum_{i=1}^n \xi_{\tau_i}} \hat{y}_n(t, \xi_{\tau_1}, \dots, \xi_{\tau_n}), \quad (5)$$

где $\hat{y}_n(t, \xi_{\tau_1}, \dots, \xi_{\tau_n})$ — оценка n -ой парциальной составляющей отклика нелинейной динамической системы в момент времени t , полученная в результате обработки данных экспериментов на основе (3) при действии на входе системы полиимпульсного сигнала с весом s , причем если $\xi_{\tau_i} = 1$, то тестовое воздействие содержит импульсный сигнал со сдвигом на τ_i , в противном случае, при $\xi_{\tau_i} = 0$ — не содержит.

Например, для определения весовой функции 2-го порядка сначала НДС испытывается импульсными сигналами со сдвигами по времени на τ_1 и τ_2 $x_1(t) = s\delta(t - \tau_1)$ и $x_2(t) = s\delta(t - \tau_2)$, измеряются соответствующие отклики $y(t, 1, 0)$ и $y(t, 0, 1)$. С помощью МНК находятся $\hat{y}_2(t, 1, 0)$ и $\hat{y}_2(t, 0, 1)$. Затем, на вход НДС подают

сумму двух импульсных сигналов $x(t) = s\delta(t - \tau_1) + s\delta(t - \tau_2)$ и из полученной при этом ПС $\hat{y}_2(t,1,1)$ отклика вычитаются ПС откликов на одиночные импульсные сигналы

$$\hat{y}_2(t,1,1) - \hat{y}_2(t,1,0) - \hat{y}_2(t,0,1) = 2s^2\hat{w}_2(t - \tau_1, t - \tau_2).$$

Из (5), после нормировки, следует

$$\hat{w}_2(t - \tau_1, t - \tau_2) = \frac{1}{2s^2} [\hat{y}_2(t,1,1) - \hat{y}_2(t,1,0) - \hat{y}_2(t,0,1)].$$

При фиксированных значениях τ_1 и τ_2 оценка весовой функции 2-го порядка $\hat{w}_2(t - \tau_1, t - \tau_2)$ представляет собой функцию от переменной t — сечение поверхности $\hat{h}_2(t_1, t_2)$ плоскостью, проходящей под углом в 45° к осям t_1 и t_2 и сдвинутой по оси t_1 на величину $\tau_0 = \tau_1 - \tau_2$. Изменяя величину τ_0 , получают различные сечения $\hat{w}_2(t, t - \tau_0)$, по которым можно восстановить всю поверхность $\hat{h}_2(t_1, t_2)$. При $\tau_1 - \tau_2 = 0$, получаем диагональное сечение $\hat{w}_2(t, t)$.

Таким образом, вычислительный алгоритм, реализующий метод идентификации многомерных весовых функций на основе соотношения (8) сводится к решению СЛАУ (4) для каждого фиксированного момента времени t на интервале $[0, T]$, где T – время моделирования.

Регуляризация процедуры оценки весовых функций

Система нормальных уравнений Гаусса (2) дает хорошие результаты по аппроксимации функций, если число измерений L достаточно велико (много больше, чем степень аппроксимирующего полинома N) или ошибки измерений малы. В противном случае определитель системы оказывается близким к нулю и система становится плохо обусловленной. При этом возможны большие ошибки в оценке параметров аппроксимирующего полинома.

Для получения устойчивого к погрешности измерений решения СЛАУ (4) используется метод регуляризации А.Н.Тихонова, основанный на вариационном способе построения регуляризирующего оператора [7]. Этот метод сводится к нахождению приближенного вектора решения \hat{y}_α , минимизирующего некоторый сглаживающий функционал. Единственный вектор, удовлетворяющий условию минимума сглаживающего функционала, может быть определен из решения СЛАУ

$$(A'A + \alpha I)\hat{y}_\alpha = A' y, \tag{6}$$

где A' — транспонированная матрица; I — единичная матрица; α — параметр регуляризации Тихонова.

Приближенное решение, получаемое на основе (6), соответствует нулевому порядку регуляризации (слабая регуляризация). Для повышения гладкости решений используется регуляризационная матрица R и находится решение СЛАУ

$$(A'A + \alpha R)\hat{y}_\alpha = A' y, \tag{7}$$

при выбранном значении параметра α . Регуляризационная матрица R имеет ленточную структуру, диагональные элементы которой равны $r_{ii} = 1 - (\Delta a)^{-2}$, а элементы над- и поддиагоналей равны $r_{ij} = -(\Delta a)^{-2}, i \neq j; i, j = \overline{1, L}; \Delta a = a_L / L$.

При реализации данного алгоритма параметр регуляризации α выбирают достаточно малым из анализа имеющейся информации о погрешности исходных данных и погрешности вычислений. В работе подходящее значение параметра регуляризации α определяется путем подбора, т.е. многократным вычислениями \hat{y}_α для различных значений α . Квазиоптимальное значение параметра $\alpha = \alpha_0$ выбирается из условия

$$\|\hat{y}_{\alpha_{i+1}} - \hat{y}_{\alpha_i}\| = \min, \quad (8)$$

где $\alpha_{i+1} = \mu\alpha_i, 0 < \mu < 1, i = 0, 1, 2, \dots$. Необходимо отметить, что различные способы определения параметра регуляризации могут дать, вообще говоря, различные результаты и, как следствие, отличающиеся друг от друга регуляризованные решения [8].

Компьютерное моделирование

Для исследования метода идентификации выбран объект, который описывается нелинейным дифференциальным уравнением вида:

$$\frac{dy(t)}{dt} + \lambda y(t) + \beta y^2(t) = x(t), \quad (9)$$

где λ и β — постоянные коэффициенты. Модель объекта в виде интегростепенного полинома третьей степени при нулевых начальных условиях имеет вид:

$$y(t) = \int_0^t w_1(\tau_1)x(t-\tau_1)d\tau_1 + \int_0^t \int_0^t w_2(\tau_1, \tau_2)x(t-\tau_1)x(t-\tau_2)d\tau_1 d\tau_2 + \\ + \int_0^t \int_0^t \int_0^t w_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3)x(t-\tau_1)x(t-\tau_2)x(t-\tau_3)d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3,$$

где весовые функции первого, второго и третьего порядков равны, соответственно

$$w_1(\tau_1) = e^{-\lambda\tau_1}, \quad (10)$$

$$w_2(\tau_1, \tau_2) = \frac{\beta}{\lambda}(e^{-\lambda(\tau_1+\tau_2)} - e^{-\lambda\tau_2}), \quad \tau_1 \leq \tau_2, \quad (11)$$

$$w_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3) = \frac{1}{3}\left(\frac{\beta}{\lambda}\right)^2 \cdot (e^{\lambda(\tau_1-\tau_2-\tau_3)} + 3e^{-\lambda(\tau_1+\tau_2+\tau_3)} - \\ - 4e^{-\lambda(\tau_2+\tau_3)} - 2e^{-\lambda(\tau_1+\tau_3)} + 2e^{-\lambda\tau_3}), \quad \tau_1 \leq \tau_2 \leq \tau_3. \quad (12)$$

Диагональные сечения весовых функций получаем, полагая $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = t$:

$$w_2(t, t) = \frac{\beta}{\lambda}(e^{-2\lambda t} - e^{-\lambda t}), \quad w(t, t, t) = \left(\frac{\beta}{\lambda}\right)^2 \cdot (e^{-3\lambda t} - 2e^{-2\lambda t} + e^{-\lambda t}).$$

Аналитические выражения для ядер Вольтерра используются в качестве эталонов для сравнения полученных на основе обработки данных эксперимента в соответствии с предлагаемым методом идентификации (4) и (5) весовых функций $\hat{w}_1(t)$, $\hat{w}_2(t_1, t_2)$, $\hat{w}_3(t_1, t_2, t_3)$.

Выполнено исследование точности и помехоустойчивости метода идентификации. Численные эксперименты проводились с помощью имитационного моделирования в среде MATLAB–SIMULINK. В качестве критерия качества идентификации (адекватности модели) используется нормированная среднеквадратичная ошибка (НСКО) оценки весовых функций при различных уровнях погрешностей измерений откликов НДС

$$\varepsilon_n = \sqrt{\sum_{t=1}^k (w_{nt} - \hat{w}_{nt})^2 \cdot \left(\sum_{t=1}^k w_{nt}^2\right)^{-1}},$$

где k — количество отчетов на интервале времени наблюдения; w_{nt} , \hat{w}_{nt} — эталонные значения и оценки весовой функции n -го порядка, полученные в результате обработки экспериментальных данных (откликов системы) в дискретные моменты времени t , соответственно.

Для повышения помехоустойчивости метода идентификации применяются процедуры шумоподавления (сглаживания) к получаемым оценкам весовых функций, основанные на вейвлет–преобразовании [10].

Шумоподавление обычно достигается удалением высокочастотных составляющих из спектра сигнала, представляющего аддитивную смесь информационной составляющей — весовой функции, получаемой в результате обработки откликов, и шума, обусловленного погрешностью измерительной аппаратуры. Применительно к вейвлетным разложениям это может быть реализовано непосредственно удалением детализирующих коэффициентов высокочастотных уровней. Задавая некоторый порог для их уровня, и срезая по нему детализирующие коэффициенты, можно уменьшать уровень шумов.

Для сглаживания результатов идентификации использовалась утилита *wden* из пакета расширения Wavelet Toolbox системы Matlab с материнским вейвлетом *coiflet* — *coif4* при следующих значениях параметров: параметр установки правила вычисления порогового значения для ограничения коэффициентов разложения TPTR='minimaxi' (по минимаксной оценке); параметр установки типа порога очистки SORH='s' (гибкий); параметр, определяющий способ пересчета порога SCAL='one' (использование порога, единого для всех уровней разложения, без перемасштабирования); глубина разложения данных — 3 [11].

В исследованиях модель, получаемой зашумленной оценки сечения весовой функции, принимается аддитивной: $w_n(t, t, \dots, t) + \zeta(t)$ с равномерным шагом по аргументу t , где $w_n(t, t, \dots, t)$ — полезная информационная составляющая, $\zeta(t)$ — помеха (белый гауссов шум с дисперсией σ^2 и средним нулевым значением).

В табл. 1 приведены значения НСКО идентификации тестовой НДС (8) в виде аппроксимационной модели Вольтерра третьего порядка с использованием тестовых импульсов разной полярности при различных уровнях погрешности измерений 1%, 3% и 5% и применении регуляризации на основе (7).

На рис. 1 представлены эталонные весовые функции для тестовой НДС (9) $w_1(t)$, $w_2(t,t)$, $w_3(t,t,t)$, вычисленные на основе аналитических выражений (10) – (12). Результаты идентификации тестовой НДС с использованием импульсных сигналов (Δa , $L=20$) и применением регуляризованного МНК при измерениях откликов с погрешностью 3 % — оценки весовых функций $\hat{w}_1(t)$, $\hat{w}_2(t,t)$, $\hat{w}_3(t,t,t)$ представлены на рис. 2 – 4 соответственно.

На рис. 3, 4 приведены оценки диагональных сечений весовых функций второго и третьего порядков тестовой НДС при погрешности измерений откликов 3% без сглаживания (а) и после сглаживания (б).

Таблица 1.

НСКО оценки весовых функций тестовой НДС 1–го, 2–го и 3–го порядков

n	Δa	L	До сглаживания				После сглаживания		
			0%	1%	3%	5%	1%	3%	5%
1	50	4	0,0084	0,0707	0,2358	0,3799	0,0258	0,0677	0,0998
2			0,1536	0,2633	0,5522	0,8292	0,2177	0,3455	0,4993
3			0,2469	1,0575	3,5061	5,3985	0,4423	0,9244	1,3222
1	25	8	0,0086	0,0269	0,0779	0,1329	0,0151	0,0282	0,0421
2			0,1366	0,1905	0,3146	0,4538	0,1686	0,2228	0,2838
3			0,2568	0,5114	1,2161	2,1412	0,3399	0,5089	0,6782
1	20	10	0,0086	0,0203	0,0534	0,0992	0,0138	0,023	0,0342
2			0,1319	0,1716	0,2869	0,3941	0,1534	0,2	0,2436
3			0,2522	0,3915	0,9032	1,6804	0,3168	0,4415	0,575
1	12,5	16	0,0085	0,0127	0,0317	0,0461	0,011	0,0154	0,0207
2			0,1241	0,1484	0,2104	0,2785	0,1356	0,1572	0,1836
3			0,2412	0,2757	0,6014	0,8409	0,276	0,3409	0,4065
1	10	20	0,0085	0,0111	0,0239	0,0359	0,0101	0,0138	0,0179
2			0,1212	0,1392	0,1877	0,2472	0,13	0,1468	0,1663
3			0,2364	0,2581	0,4403	0,6885	0,2607	0,3113	0,3501

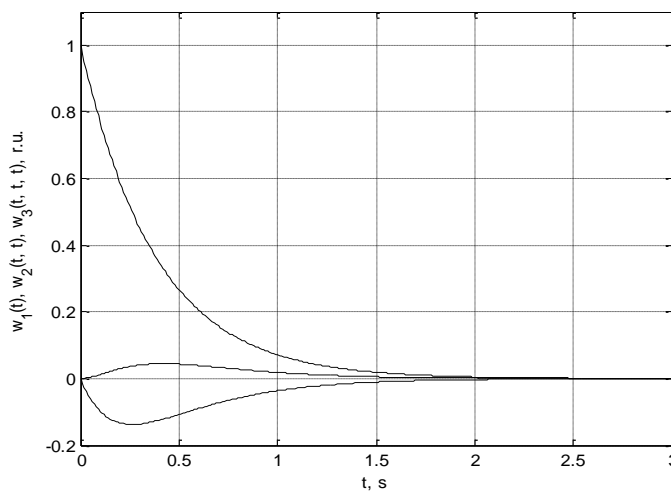


Рис. 1. Эталонные весовые функции $w_1(t)$, $w_2(t,t)$, $w_3(t,t,t)$, вычисленные на основе выражений (15) – (17) для тестовой НДС

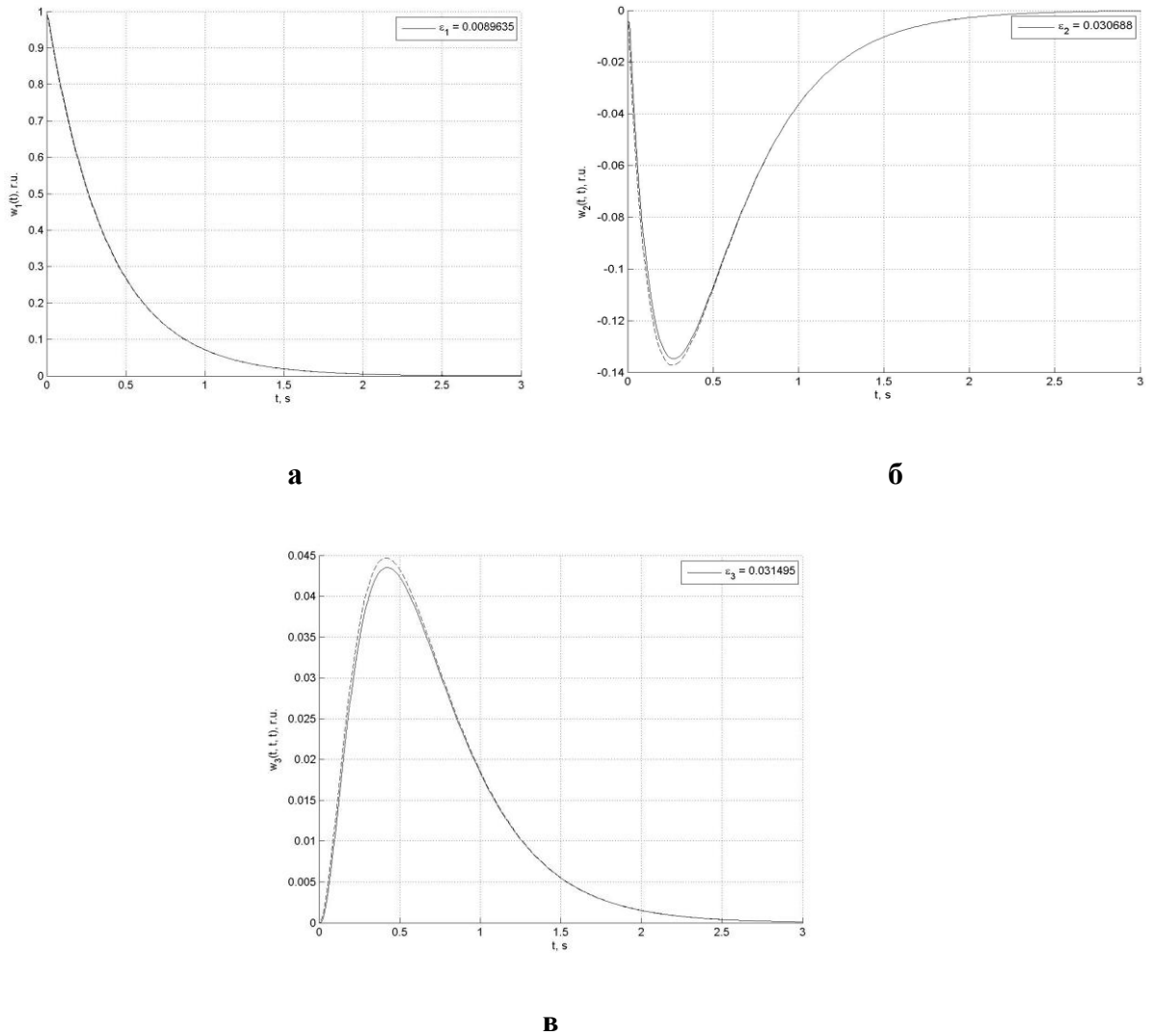


Рис. 2. Оценки диагональных сечений весовых функций: а – оценка весовой функции 1-го порядка при точных измерениях и эталонная функция (пунктиром) тестовой НДС; б – оценка диагонального сечения весовой функции 2-го порядка при точных измерениях и эталонная функция (пунктиром) тестовой НДС; в – оценка диагонального сечения весовой функции 3-го порядка при точных измерениях и эталонная функция (пунктиром) тестовой НДС

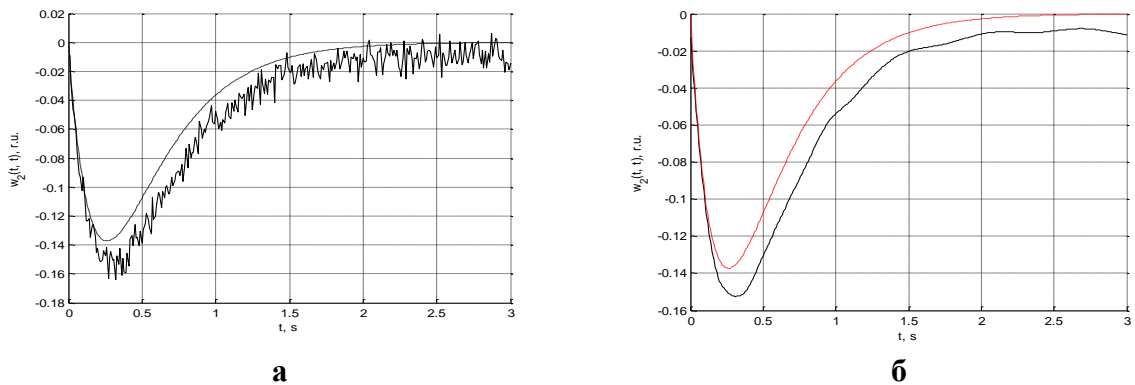


Рис. 3. Оценки диагонального сечения весовой функции 2-го порядка при погрешности измерений 3 % и эталонная функция (пунктиром) тестовой НДС: а – без сглаживания; б – после сглаживания

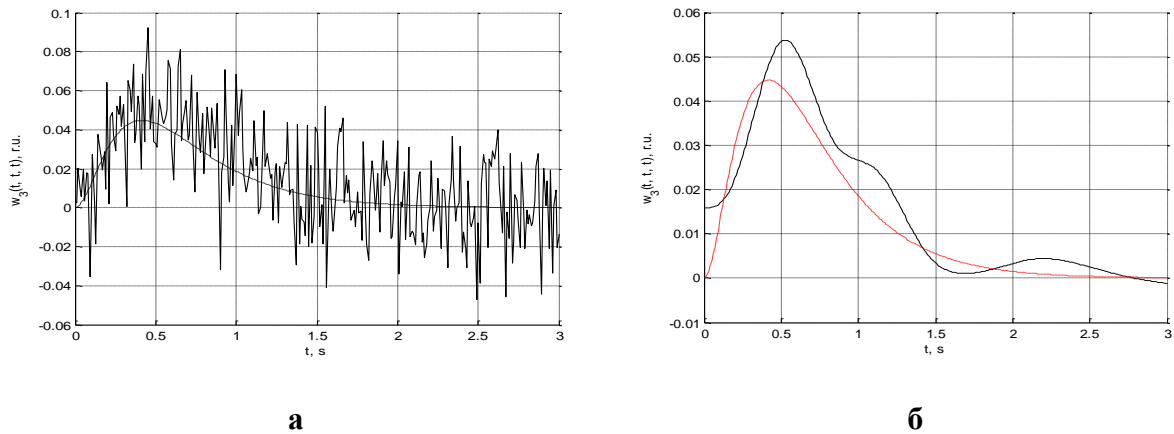


Рис. 4. Оценки диагонального сечения весовой функции 3-го порядка при погрешности измерений 3 % и эталонная функция (пунктиром) тестовой НДС: а – без сглаживания; б – после сглаживания

Выводы

На результаты идентификации аппроксимационной модели Вольтерра НДС при использовании тестовых полиимпульсных сигналов существенное влияние оказывают погрешности измерений. Для тестовой НДС средствами имитационного моделирования в среде Matlab-Simulink выполнены исследования точности и помехоустойчивости получаемых оценок весовых функций первого, второго и третьего порядков. Приемлемые на практике точность и помехоустойчивость достигаются применением метода регуляризации некорректных задач по А.Н.Тихонову. Для повышения вычислительной устойчивости алгоритмов идентификации применяются процедуры шумоподавления к получаемым оценкам многомерных весовых функций, основанные на вейвлет-преобразовании, что позволяет получить сглаженные решения и уменьшить погрешность идентификации в 1,5–3 раза.

Список литературы

1. Пупков, К. А. Методы классической и современной теории автоматического управления: Учебник для ВУЗов. В 5 т. Т. 2: Статистическая динамика и идентификация систем автоматического управления / К. А. Пупков, Н. Д. Егупов. – М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 638 с.
2. Doyle, F. J. Identification and Control Using Volterra Models / F.J. Doyle, R.K. Pearson, Ogunnaikе B.A. – Published Springer Technology & Industrial Arts. – 2001. – 314 p.
3. Pavlenko, V. Computing of the Volterra Kernels of a Nonlinear System Using Impulse Response Data / V. Pavlenko, M. Massri, V. Ilyin // Proceedings of 9th International Middle Eastern Simulation Multiconference MESM'2008, August 26-28, 2008, Philadelphia University, Amman, Jordan. – P. 131-138.
4. Апарцин, А. С. К исследованию устойчивости решения полиномиального уравнения Вольтерра I рода / А. С. Апарцин // Автоматика и телемеханика. – 2011. – № 6. – С. 95-102.
5. Данилов, Л. В. Теория нелинейных электрических цепей / Л. В. Данилов, П. Н. Матханов, Е. С. Филиппов. — Л. : Энергоатомиздат, 1990. — 256 с.
6. Масри, М. М. Построение аппроксимационной модели Вольтерра нелинейной системы с помощью многоступенчатых тестовых сигналов / М. М. Масри // Математичне та комп'ютерне моделювання Серія: Технічні науки: зб. наук. праць [Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова Національної академії наук України, Кам'янець-Подільський

- національний університет імені Івана Огієнка]. – Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2014. – Вип. 11. – С. 107-116.
7. Тихонов, А. Н. Регуляризирующие алгоритмы и априорная информация / А. Н. Тихонов, А. Н. Гончарский, В. В. Степанов и др. – М. : Наука, 1983. – 200 с.
 8. Верлань, А. Ф. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы / А. Ф. Верлань, В. С. Сизиков. – Киев : Наук. думка, 1986. – 542 с.
 9. Павленко, В. Д. Методы детерминированной идентификации нелинейных систем в виде моделей Вольтерра / В. Д. Павленко, С. В. Павленко // XII Всероссийское совещание по проблемам управления ВСПУ-2014. Москва, 16-19 июня 2014: Труды. [Электронный ресурс]. – М.: Ин-т проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2014. – С.2830-2841. – ISBN 978-5-91450-151-5
 10. Павленко, С. В. Применение вейвлет-фильтрации в процедуре идентификации нелинейных систем на основе моделей Вольтерра / С. В. Павленко // Восточно-европейский журнал передовых технологий [Харьков]. – 2010. – №6/4 (48). – С. 65-70.
 11. Смоленцев, Н. К. Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB / Н. К. Смоленцев. – М.: ДМК Пресс, 2005. – 304 с.

ПОБУДОВА АПРОКСИМАЦІЙНОЇ МОДЕЛІ ВОЛЬТЕРРА НЕЛІНІЙНОЇ СИСТЕМИ ЗА ДОПОМОГОЮ ПОЛІІМПУЛЬСНИХ ТЕСТОВИХ СИГНАЛІВ

М. М. Масрі, С. В. Павленко, В. Д. Павленко

Одеський національний політехнічний університет,
просп. Шевченка, 1, Одеса, 65044, Україна; e-mail: pavlenko_vitalij@mail.ru

Наведено теоретичне обґрунтування методу ідентифікації нелінійної динамічної системи на основі апроксимаційної моделі Вольтерра при використанні тестових поліімпульсних сигналів з урахуванням похибок вимірювань відгуків. Для забезпечення обчислювальної стійкості методу ідентифікації застосовується метод регуляризації і процедури шумозаглушення, засновані на вейвлет-перетворенні. Досліджується ефективність обчислювальних алгоритмів, що реалізують метод ідентифікації.

Ключові слова: нелінійні динамічні системи, ідентифікація, модель Вольтерра, ядра Вольтерра, апроксимаційна модель, метод найменших квадратів, регуляризація, вейвлет-перетворення, поліімпульсні тестові сигнали.

CONSTRUCTION OF APPROXIMATION MODEL VOLTEPRA NONLINEAR SYSTEM BY MEANS POLY IMPULSES OF TEST SIGNALS

M. M. Masri, S. V. Pavlenko, V. D. Pavlenko

Odessa National Polytechnic University,
1, Shevchenko Ave., Odessa, 65044, Ukraine; e-mail: pavlenko_vitalij@mail.ru

The theoretical substantiation of the method of identification of nonlinear dynamical systems based on approximation of the Volterra model when using the test polyimpulse signals with respect to the measurement errors of the responses. To ensure numerical stability of the method of identification used regularization method and procedure of denoising based on wavelet transformation. Investigates the efficiency of computational algorithms that implement a method of identification.

Keywords: nonlinear dynamical systems, identification, Volterra model, Volterra kernels, approximation model, method of least squares, regularization, wavelet transform, poly impulse test signals.