УДК 621.396:519.876.5(045)

Informatics and Mathematical Methods in Simulation
Vol. 5 (2015), No. 3, pp. 218-225

СИНТЕЗ АЛГОРИТМУ ОЦІНКИ ЧАСТОТИ КОМПЛЕКСНОГО МОНОХРОМНОГО СИГНАЛУ

І. П. Омельчук

Національний авіаційний університет,
пр. Космонавта Комарова, 1, Київ, 03058, Україна; e-mail: omelip@ukr.net

Достатньо поширеними в сучасних інформаційних радіотехнічних системах стають комплексні гармонічні сигнали, зокрема, монохромні (надалі "сигнал"). При прийомі сигналу зазвичай першочергово отримується значення його частоти, від точності якої залежить якість подальшої обробки. Метою роботи є синтез квазіоптимальної оцінки частоти еквідистантно дискретизованого сигналу в явному аналітичному виді при дії гаусівської завади. Основою для цього обрано статистичний метод максимальної правдоподібності із застосуванням моделі вхідного процесу як авторегресії ковзного середнього, що дозволило при синтезі опертися на математично обґрунтовані положення та висновки. Результати роботи частково заповнюють прогалину у створенні оптимальних оцінок частоти сигналів. Доведена незміщеність оцінки. Синтезований алгоритм є достатньо зручним та корисним для практичного використання, оскільки може забезпечити підвищення точності, ефективності та швидкодії радіоприймачів в режимі реального часу.

Ключові слова: комплексний монохромний сигнал, оцінка частоти, максимальна правдоподібність, авторегресія ковзного середнього

Вступ

Найбільш поширеним класом носіїв інформації в радіотехнічних системах є гармонічні сигнали, частоти яких у більшості технічних задач підлягають першочерговому оцінюванню. Це стосується як несучої частоти, так і частот модулюючих сигналів. За відомого значення частоти розрахунки амплітуди та фази сигналу стають достатньо простими.

У сучасних приймачах вихідні процеси після первинної високочастотної фільтрації зазвичай подаються у квадратурному вигляді, що з точки зору подальшої математичної алгоритмізації їхньої обробки відповідає категорії комплексних сигналів. Монохромні є частковим видом комплексних гармонічних сигналів. Вони використовуються у випадках, коли інформація інкапсулюється у послідовності значень частоти одного сигналу, наприклад, у доплерівських радіолокаторах, що вимірюють швидкість цілі або у системах зв'язку з амплітудно-фазовою модуляцією.

Для пристроїв обробки сигналів, поряд з якісною апаратною їх реалізацією, все більшу вагу набувають вимоги покращення алгоритмічного забезпечення. Досягається це шляхом математичного синтезу оптимальних алгоритмів обробки, у тому числі оцінювання параметрів, на підставі статистичних властивостей сигналів та завад.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Необхідно виділити, у першу чергу, напрямок створення алгоритмів оцінювання частоти комплексного монохромного сигналу, що базується на структурному підході з використанням фазових та кореляційних властивостей сигналу [1]. Їхня евристична різноманітність свідчить про відсутність узагальнюючої статистичної методології, яка б ґрунтовно приводила до оптимальних рішень.

Можливості сучасних цифрових технологій обумовили як найбільш перспективні ті методи оцінювання параметрів гармонічного сигналу, що базуються на обробці кривої миттєвих його значень [2, 3, 4]. Зокрема, в статті [3] синтез оцінки частоти здійснювався на підставі класичного методу максимальної правдоподібності (МП), а в роботі [4] здійснений поглиблений аналіз відомих підходів. Але результати зазначених статей, маючи суттєву методологічну значущість, торкалися лише випадку скалярного сигналу. Відчувається прогалина стосовно оптимальних алгоритмів оцінювання комплексних сигналів.

Мета роботи

У даній роботі поставлена мета отримати математично обґрунтовану квазіоптимальну оцінку (надалі утотожнюємо цей термін з поняттям алгоритм оцінювання) частоти монохромного комплексного сигналу (надалі скорочено “сигнал”) у явному аналітичному вигляді, що забезпечить підвищення ефективності та швидкодії їх обробки в режимі реального часу. Основою для синтезу обрано метод максимальної правдоподібності [5] із застосуванням математичної моделі авторегресії ковзного середнього (АРКС) вхідного процесу [6].

Математична модель вхідного процесу

Сигнал, інформаційним параметром якого вважається тільки частота, розглядається як еквідистантна з інтервалом дискретизації τ послідовність N комплексних значень

$$\dot{s}_n = s_n^{(x)} + j \cdot s_n^{(y)}, \qquad \begin{cases} s_n^{(x)} = \rho\cos\left[\omega(n-1)\tau + \varphi_1\right] \equiv \rho\cos\left[\gamma(n-1) + \varphi_1\right] \\ \\ s_n^{(y)} = \rho\sin\left[\omega(n-1)\tau + \varphi_1\right] \equiv \rho\sin\left[\gamma(n-1) + \varphi_1\right] \end{cases}, \qquad n = \overline{1, N}, \tag{1}$$

з апріорно невідомими, але незмінними на інтервалі спостереження: круговою частотою ω, амплітудою ρ та початковою фазою φ_1. У правих частинах формул (1) здійснена заміна кругової частоти на різницю фаз γ між суміжними значеннями сигналу згідно тотожності

$$\gamma \equiv \omega\tau . \tag{2}$$

Таке є доречним за відомого τ, оскільки зменшується параметрична розмірність моделі. Причому, згідно з теоремою Котельникова, повинна забезпечуватися вимога $0 < \gamma < \pi$.

Відповідно, питання оцінки кругової частоти $\hat{\omega}$ замінюється на пропорційну оцінку $\hat{\gamma}$, яка у теорії цифрової обробки [7] зазвичай називається нормованою частотою. Надалі будемо використовувати для неї скорочений термін – «частота».

Вважаємо, що вхідний процес $\{\dot{z}_n\}$, який підлягає обробці, подається у вигляді послідовності еквідистантно виміряних пар квадратурних (комплексних) відліків (x_n, y_n)

$$\dot{z}_n \equiv x_n + j \cdot y_n = \dot{s}_n + \dot{\eta}_n, \quad n = \overline{1, N}, \tag{3}$$

що утворюються як адитивна суміш сигналу та стаціонарного некорельованого центрованого гаусівського шуму (надалі «шум») $\dot{\eta}_n \equiv \eta_n^{(x)} + j \cdot \eta_n^{(y)}$. Комплексні складові шуму є незалежними з однаковою щільністю розподілу імовірностей (ЩРІ) $f(\eta \mid \sigma)$ та невідомою дисперсією σ^2.

Модель сигналу у тригонометричній формі (1) відповідає фізичній суті, але значна її нелінійність ускладнює аналітичний синтез оцінки частоти. Для еквідистантних відліків таку можливість надає інша адекватна математична модель сигналу – авторегресійна (АР) [3, 7]:

$$\begin{cases} s_n^{(x)} = \alpha s_{n-1}^{(x)} - s_{n-2}^{(x)} \\ \\ s_n^{(y)} = \alpha s_{n-1}^{(y)} - s_{n-2}^{(y)} \end{cases}, \quad n = \overline{3, N}, \tag{4}$$

де параметр авторегресії α пов’язаний з частотою як

$$\alpha = 2\cos(\gamma). \tag{5}$$

Вочевидь, авторегресійна модель (4) є інваріантною до початкової фази сигналу, тобто її форма однакова для синусної та косинусної складових. Окрім того в АР-моделі відсутня у явному вигляді амплітуда сигналу; вона залежить лише від перших двох значень у послідовності (4). Таким чином, задача оцінювання зводиться до однопараметричної, а саме, оцінювання параметра авторегресії α.

На підставі визначеної вище сигнально-завадової ситуації математичну модель вхідного процесу можна подати у такому вигляді:

$$\dot{z}_n = \dot{s}_n + \dot{\eta}_n \equiv \alpha \dot{s}_{n-1} - \dot{s}_{n-2} + \dot{\eta}_n, \quad n = \overline{3, N}, \tag{6}$$

де, замінивши згідно з формулою (3) $\dot{s}_{n-1} = \dot{z}_{n-1} - \dot{\eta}_{n-1}$ та $\dot{s}_{n-2} = \dot{z}_{n-2} - \dot{\eta}_{n-2}$, отримаємо

$$\dot{z}_n = \left(\alpha \dot{z}_{n-1} - \dot{z}_{n-2}\right) + \left(\dot{\eta}_n - \alpha \dot{\eta}_{n-1} + \dot{\eta}_{n-2}\right), \quad n = \overline{3, N}. \tag{7}$$

Це рекурентне рівняння описує модель авторегресії (перші дужки) ковзного середнього (другі дужки) порядку (2, 2) із збуджуючим гаусівським шумом – АРКС-модель. Принциповим моментом отриманої АРКС-моделі є залежність від параметру α як авторегресійної складової , так і ковзного середнього (КС).

Якщо АР-складову розглядати як функцію лінійного прогнозування з використанням деякої оцінки параметра авторегресії $\hat{\alpha}$

$$\hat{z}_n = \hat{\alpha} \dot{z}_{n-1} - \dot{z}_{n-2}, \; n = \overline{3, N},$$

то для визначення якості оцінки цього параметра доцільно обирати нев’язки $\{\dot{\nu}_n(\hat{\alpha})\}$, що також є комплексними, між фактично виміряним значенням та спрогнозованим

$$\dot{\nu}_n(\hat{\alpha}) \equiv \nu_n^{(y)}(\hat{\alpha}) + j \cdot \nu_n^{(x)}(\hat{\alpha}) = \dot{z}_n - \hat{z}_n \equiv \dot{z}_n - \hat{\alpha} \dot{z}_{n-1} + \dot{z}_{n-2}, \; n = \overline{3, N}. \tag{8}$$

Статистичні властивості АРКС-моделі

З іншого боку, згідно АРКС-моделі (7) та визначенням нев’язки (8), маємо

$$\dot{\nu}_n(\alpha) = \dot{\eta}_n + \alpha \dot{\eta}_{n-1} - \dot{\eta}_{n-2} \tag{9}$$

(позначення оцінки тильдою для спрощення надалі упускаємо). Тобто стохастичні властивості АРКС-моделі повністю визначаються її КС-процесом. Розглянемо ці властивості більш детально на прикладі уявної складової $\nu_n^{(y)}$ однієї *n*-ї нев’язки (9), що однаково й для інших.

Математичне очікування (МО) E суми центрованих гаусівських величин $m_\nu = E\left(\nu_n^{(y)}\right) = 0$. Тоді дисперсію уявної складової визначаємо як

$$\sigma_\nu^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\eta_n^{(y)} - \alpha\eta_{n-1}^{(y)} + \eta_{n-2}^{(y)}\right)^2 f(\eta \mid \sigma)\mathrm{d}\eta = \tag{10}$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \left[\left(\eta_n^{(y)}\right)^2 + \alpha^2\left(\eta_{n-1}^{(y)}\right)^2 + \left(\eta_{n-2}^{(y)}\right)^2\right] f(\eta \mid \sigma)\mathrm{d}\eta = \sigma^2\left(2 + \alpha^2\right).$$

При цьому, на підставі некорельованості шуму, використовувалася властивість

$$E\left(\eta_k^{(y)} \cdot \eta_m^{(y)}\right) = 0, \quad \forall k \neq m. \tag{11}$$

У загальному випадку коефіцієнти кореляції між величинами $\nu_n^{(y)}(\alpha)$ та $\nu_{n-k}^{(y)}(\alpha)$, що мають затримку у k інтервалів дискретизації , визначаються за формулою

$$r_k^{(y)} = \frac{1}{\sigma_\nu^2} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\eta_n^{(y)} - \alpha\eta_{n-1}^{(y)} + \eta_{n-2}^{(y)}\right)\left(\eta_{n-k}^{(y)} - \alpha\eta_{n-1-k}^{(y)} + \eta_{n-2-k}^{(y)}\right) f(\eta \mid \sigma)\mathrm{d}\eta .$$

Вочевидь, $r_0^{(y)} = 1$, $r_k^{(y)} = 0,\ \forall k > 2$, а коефіцієнти кореляції з одиничною та подвійною затримкою, з урахуванням властивості (11), визначаються як

$$r_2^{(y)} = -\frac{\alpha}{\sigma_\nu^2} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\left(\eta_{n-1}^{(y)}\right)^2 + \left(\eta_{n-2}^{(y)}\right)^2\right] f(\eta \mid \sigma)\mathrm{d}\eta = -\frac{2\alpha}{2 + \alpha^2},$$

$$r_2^{(y)} = \frac{1}{\sigma_\nu^2} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\eta_n^{(y)}\right)^2 f(\eta \mid \sigma)\mathrm{d}\eta = \frac{1}{2 + \alpha^2}.$$

Тобто кореляційна матриця $R^{(y)}(\alpha)$ має діагональний вигляд, де елементи головної діагоналі – одиниці; елементи діагоналей по обидва боки від головної на відстані одного кроку однакові та становлять $r_1^{(y)}$; елементи діагоналей на відстані двох кроків – $r_2^{(y)}$.

Запишемо сумісну ЩРІ уявних складових усіх нев'язок у такому вигляді [5]:

$$f^{(y)}\left(\vec{\nu}^{(y)} \mid \alpha, \sigma\right) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2-1}\left[\sigma_\nu(\alpha,\sigma)\right]^{N-2}\left[D(\alpha)\right]^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{D(\alpha)} \sum_{n=3}^{N}\sum_{i=3}^{N} \frac{d_{in}^{(y)}(\alpha)\cdot\nu_i^{(y)}(\alpha)\cdot\nu_n^{(y)}(\alpha)}{2\left[\sigma_\nu(\alpha,\sigma)\right]^2}\right], \tag{12}$$

де $\vec{\nu}^{(y)} \equiv \left\{\nu_n^{(y)}(\alpha)\right\}$, $D(\alpha) = \left|R^{(y)}(\alpha)\right|$ – визначник кореляційної матриці $R^{(y)}(\alpha)$ нев'язок; $d_{in}^{(y)}(\alpha)$– алгебраїчне доповнення елемента $r_{in}^{(y)}$ визначника $D(\alpha)$.

Оскільки квадратурні канали вважаємо статистично ідентичними, то все залишається аналогічним для дійсної складової нев'язок: $R^{(x)}(\alpha) = R^{(y)}(\alpha)$, $d_{in}^{(x)}(\alpha) = d_{in}^{(y)}(\alpha) \equiv d_{in}(\alpha)$.

З урахуванням некорельованості шуму, запишемо сумісну ЩРІ комплексних нев'язок, яку будемо використовувати як функцію правдоподібності (ФП) для синтезу оцінки частоти:

$$
\begin{aligned}
& f^{(yx)}\left(\vec{\nu}^{(x)},\vec{\nu}^{(y)}\mid\alpha,\sigma\right)= f^{(x)}\left(\vec{\nu}^{(x)}\mid\alpha,\sigma\right)\cdot f^{(y)}\left(\vec{\nu}^{(y)}\mid\alpha,\sigma\right)= \\
& =\frac{1}{\left(2\pi\sigma_\nu^2\right)^{(N-2)}D}\exp\left[-\Lambda\left(\vec{\nu}^{(x)},\vec{\nu}^{(y)}\mid\alpha,\sigma\right)\right]
\end{aligned}
\tag{13}
$$

(залежність величин від параметрів упущено), де на підставі ЩРІ (12) визначена статистика

$$
\Lambda\left(\vec{\nu}^{(x)},\vec{\nu}^{(y)}\mid\alpha,\sigma\right)=\frac{1}{2D\sigma_\nu^2}\sum_{i=3}^{N}\sum_{n=3}^{N}d_{in}\left[\nu_i^{(x)}\cdot\nu_n^{(x)}+\nu_i^{(y)}\cdot\nu_n^{(y)}\right]. \tag{14}
$$

Логарифм ФП (13) запишемо як

$$
\ln f^{yx}\left(\vec{\nu}^{(x)},\vec{\nu}^{(y)}\mid\alpha,\sigma\right)=-(N-2)\ln 2\pi-\ln D-2(N-2)\ln\sigma_\nu-\Lambda\left(\vec{\nu}^{(x)},\vec{\nu}^{(y)}\mid\alpha,\sigma\right). \tag{15}
$$

Синтез алгоритму оцінювання частоти

Використаємо класичний метод максимальної правдоподібності, за яким оптимальні оцінки параметрів α та σ повинні визначатися як розв’язок системи двох рівнянь правдоподібності, що утворюються на підставі отриманого логарифму ФП (15):

$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial}{\partial\alpha}\ln f^{yx}\left(\vec{\nu}^{(x)},\vec{\nu}^{(y)}\mid\alpha,\sigma\right)=0 \\
\dfrac{\partial}{\partial\sigma}\ln f^{yx}\left(\vec{\nu}^{(x)},\vec{\nu}^{(y)}\mid\alpha,\sigma\right)=0
\end{cases}. \tag{16}
$$

Але суттєва нелінійність цих рівнянь не дозволяє знайти розв’язок у явній формі. Для спрощення задачі припустимо незалежність між собою всіх значень послідовності $\{\dot{\nu}_n\}$; тоді маємо: $d_{in}=1,\ \forall i=n$; $d_{in}=0,\ \forall i\neq n,\ D=1$, а статистика (14) набуде наступного виду:

$$
\Lambda\left(\vec{\nu}^{(x)},\vec{\nu}^{(y)}\mid\alpha,\sigma\right)\approx\frac{1}{2\sigma_\nu^2}\Sigma_{x,y}(\alpha), \tag{17}
$$

де використане позначення

$$
\Sigma_{x,y}(\alpha)=\sum_{i=3}^{N}\left\{\left[\nu_i^{(x)}(\alpha)\right]^2+\left[\nu_i^{(y)}(\alpha)\right]^2\right\}. \tag{18}
$$

За таких умов з першого рівняння (16) отримаємо рівняння правдоподібності

$$
-2(N-2)\frac{\sigma_\nu'}{\sigma_\nu}+\frac{\sigma_\nu'}{\sigma_\nu^3}\Sigma_{x,y}\alpha-\frac{1}{2\sigma_\nu^2}\Sigma_{x,y}'\alpha=0. \tag{19}
$$

З формули (10) маємо $\sigma_\nu=\sigma\sqrt{2+\alpha^2}$, відповідно $\sigma_\nu'=\dfrac{\partial\sigma_\nu}{\partial\alpha}=\dfrac{\alpha\sigma}{\sqrt{2+\alpha^2}}$, з урахуванням чого після зведення (19) до спільного знаменника $-2\sigma^2\left(2+\alpha^2\right)^2$

чисельник набуває вигляду

$$4(N-2)\alpha\left(2+\alpha^2\right)\sigma^2+\left(2+\alpha^2\right)\Sigma'_{x,y}(\alpha)-2\alpha\Sigma_{x,y}(\alpha)=0. \tag{20}$$

Рівняння правдоподібності (20) є кубічним відносно невідомого параметра α та залежить від потужності шуму σ^2. Якщо зробити ще одне припущення про незначний рівень шуму та знехтувати у рівнянні (20) першим доданком, то отримаємо квадратне рівняння відносно однієї невідомої змінної α

$$\alpha^2\Sigma'_{x,y}(\alpha)-2\alpha\Sigma_{x,y}(\alpha)+2\Sigma'_{x,y}(\alpha)=0. \tag{21}$$

Враховуючи, що (див. (18))

$$\Sigma'_{x,y}(\alpha)=-2\left[x_{n-1}\left(x_n-\alpha x_{n-1}+x_{n-2}\right)+y_{n-1}\left(y_n-\alpha y_{n-1}+y_{n-2}\right)\right],$$

рівняння (21) після тотожних перетворень подамо у наступному вигляді:

$$A\alpha^2+B\alpha-2A=0, \tag{22}$$

коефіцієнти якого визначаються такими формулами:

$$A=\sum_{i=3}^{N}\left[\left(x_n+x_{n-2}\right)x_{n-1}+\left(y_n+y_{n-2}\right)y_{n-1}\right],$$
$$B=\sum_{n=3}^{N}\left[2x_{n-1}^2-\left(x_n+x_{n-2}\right)^2+2y_{n-1}^2-\left(y_n+y_{n-2}\right)^2\right]. \tag{23}$$

Квадратне рівняння (22) завжди має два дійсні корені:

$$\alpha_{1,2}=\left(-B\pm\sqrt{B^2+8A^2}\right)/4A, \tag{24}$$

один з яких дає правильну оцінку параметра $\hat{\alpha}$, за якою далі розраховуються оцінки нормованої та кругової частоти сигналу як

$$\hat{\gamma}=\arccos(\hat{\alpha}/2), \qquad \hat{\omega}=\hat{\gamma}/\tau.$$

Правило вибору вірного кореню з двох (24) обґрунтовується у наступному пункті.

Необхідно зазначити, що отриманий в даній роботі алгоритм оцінювання частоти внаслідок декількох прийнятих у процесі синтезу припущень є квазіоптимальним. Причому, оцінювання дисперсії шуму $\hat{\sigma}$ не вимагається; тобто друге рівняння правдоподібності системи (16) для синтезу оцінки частоти фактично не використовується.

Асимптотичний аналіз помилки оцінки частоти

Для визначення асимптотичної помилки оцінки параметра сигналу $\hat{\alpha}$ замінимо у виразах (23) відліки x_n та y_n відповідними значеннями сигналу $\dot{s}_n$ у тригонометричній формі без шуму. Скориставшись тотожностями: $s_{n+1}^{(y)}+s_{n-1}^{(y)}\equiv 2\rho\sin\phi_n\cos\gamma$,

$s_{n+1}^{(x)} + s_{n-1}^{(x)} \equiv 2\rho\cos\phi_n \cos\gamma$, де ϕ_n – повна фаза *n*-го значення, та $\left[s_n^{(x)}\right]^2 + \left[s_n^{(y)}\right]^2 \equiv \rho^2$, після перетворень отримаємо коефіцієнт $B = 2\rho\left(1 - 2\cos^2\gamma\right)$. Подібним чином отримується коефіцієнт $A = 2\rho\cos\gamma$. Підставимо ці коефіцієнти у формулу (24), та скоротивши чисельник та знаменник на 2ρ , маємо:

$$\alpha_{1,2}(\gamma) = \frac{\left(2\cos^2\gamma - 1\right) \pm \sqrt{\left(2\cos^2\gamma - 1\right)^2 + 8\cos^2\gamma}}{\cos\gamma} = \frac{\left(2\cos^2\gamma - 1\right) \pm \left(2\cos^2\gamma + 1\right)}{\cos\gamma},$$

звідки корені становлять: $\alpha_1(\gamma) = 2\cos\gamma$ та $\alpha_2(\gamma) = 1/\cos\gamma$. Тобто необхідно завжди використовувати корінь з плюсом перед детермінантом.

Для зменшення кількості операцій доцільно перетворити коефіцієнт *B* (23) до вигляду

$$\mathrm{B} = -\left(x_n^2 - x_{n-1}^2 + 2\sum_{n=3}^{N} x_n x_{n-2} - x_2^2 + x_1^2 + y_n^2 - y_{n-1}^2 + 2\sum_{n=3}^{N} y_n y_{n-2} - y_2^2 + y_1^2 \right),$$

а рівняння (22) , використавши додатковий коефіцієнт $G = \frac{-B}{2A}$, подати як

$$\alpha^2 - 2G - 2 = 0 .$$

Тоді вірний корінь розраховується за формулою

$$\alpha_1 = G + \operatorname{sign}(A)\sqrt{G^2 + 2} ,$$

де функція $\operatorname{sign}(A) = \begin{cases} +1 & A \geq 0 \\ -1 & A < 0 \end{cases}$ забезпечує зміну знаку перед детермінантом за від'ємного *A*.

Висновки

1. Еквідистантну вибірку квадратурної суміші гармонічного сигналу та адитивного некорельованого гаусівського шуму можна подати у вигляді математичної АРКС-моделі.
2. Застосування АРКС-моделі дозволяє за методом МП синтезувати квазіоптимальну оцінку частоти комплексного гармонічного сигналу в явному аналітичному виді.
3. Асимптотична похибка синтезованої АРКС-оцінки частоти дорівнює нулю.

Список літератури

1. Fu, H. Phase-based, time-domain estimation of the frequency and phase of a single sinusoid in AWGN – the role and applications of the additive observation phase noise model / H. Fu, P. Kam // IEEE: Transactions on information theory. – 2013. – Vol.59, № 5. – Pp. 3175–3188.
2. Никитин, А.В. Измерение мгновенной частоты широкополосных сигналов на коротком интервале наблюдения / А.В. Никитин, С.В. Юшанов // Измерительная техника. – 2008. – №2. – С. 50–54.
3. Прокопенко, І.Г. Квазіоптимальна оцінка частоти гармонічного сигналу на обмеженому інтервалі спостереження / І.Г. Прокопенко, І.П. Омельчук // Електроніка та системи управління. – 2009. – № 1 (19). – С. 39–45.

4. Каюков, Н.В. Сравнительный анализ различных методов оценки частоты сигналов / Н.В. Каюков, В.Б. Манелис // Радиоэлектроника. – 2006. – №7. – С. 42–56.
5. Левин, Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники / Б.Р. Левин. – М.: Радио и связь, 1989. – 656 с.
6. Бокс, Дж. Анализ временных рядов: прогноз и управление / Дж. Бокс, Г. Дженкинс. – М.: Мир, 1974. – Вып. 1. – 406 с.
7. Марпл-мл, С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения / С. Л. Марпл-мл. – М.: Мир, 1990. – 584 с.

СИНТЕЗ АЛГОРИТМА ОЦЕНИВАНИЯ ЧАСТОТИ КОМПЛЕКСНОГО МОНОХРОМНОГО СИГНАЛА

И. П. Омельчук

Национальный авиационный университет
пр. Космонавта Комарова, 1, Киев, 03058, Украина, e-mail: omelip@ukr.net

Достаточно распространёнными в современных информационных радиотехнических системах становятся комплексные гармонические сигнали, в частности, монохромные (далее «сигнал»). При приёме сигнала обычно в первую очередь определяется значение его частоты, от точности которой зависит качество последующей обработки. Целью работы является синтез квазиоптимальной оценки частоты эквидистантно дискретизированного сигнала в явном аналитическом виде при действии гаусовских помех. Основой для этого выбран статистический метод максимальной правдоподобности с использованием модели входного процесса в виде авторегрессии скользящего среднего, что позволило при синтезе опереться на математически обоснованные положенния и выводы. Показана несмещённость оценки. Реультаты работы частично заполняют пробел в создании оптимальных оценок частоты сигнала. Синтезированный алгоритм является достаточно удобным и полезным для практического применения, поскольку может обеспечить повышение точности, эффективности и быстродействия радиоприёмников в режиме реального времени.
Ключевые слова: комплексный монохромный сигнал, оценка частоты, максимальная правдоподобность, авторегрессия скользящего среднего

SYNTHESIS OF THE FREQUENCY ESTIMATION ALGORITHM FOR A SINGLE-TONE COMPLEX SIGNAL

I. P. Omelchuk

National Aviation University
Kosmonavta Komarova ave., 1, Kyiv, 03058, Ukraine, e-mail: omelip@ukr.net

Complex harmonic signals, particularly single-tone (further called «signal») become spread enough in modern information systems. During the reception of the signal value of its frequency is usually obtained firstly and its accuracy influences on the quality of further processing. The aim of the work is the synthesis of the sub-optimal frequency estimator for the equidistantly sampled signal in explicit analytic form under the action of Gaussian noise. The basis for this is a statistical maximum likelihood method. The autoregressive moving average model of the input process allowed the synthesis rely on mathematically grounded position and conclusions. The results partially fill the gap in creation of optimal signal frequency estimators. The estimator unbiasedness is proven. The synthesized algorithm is quite convenient and useful for practical use because it can provide improvement of the accuracy, efficiency and processing speed of receivers in real time.
Keywords: single-tone signal, complex, autoregressive moving average, frequency, estimation, maximum likelihood.