

# ПРОГНОЗУВАННЯ НЕСАНКЦІОНОВАНОГО ДОСТУПУ З ВИКОРИСТАННЯМ КАНОНІЧНОГО ПРЕДСТАВЛЕННЯ ВЕКТОРНОГО АПОСТЕРІОРНОГО ПРОЦЕСУ

І.Р. Опірський

Національний університет «Львівська політехніка»,  
вул. Ст.Бандери,12, Львів,79000,Україна; e-mail: iopirsky@gmail.com

В роботі проводиться дослідження і опис процесу  $X(t)$  для прогнозування несанкціонованого доступу (НСД) з використанням канонічного представлення векторного апостеріорного процесу, приводиться математичне обґрунтування та виведення виразів, що точно описують апостеріорне математичне визначення векторного випадкового процесу  $X(t)$  і в рамках зроблених припущень та досліджень дозволяють вирішити задачу прогнозування НСД.

**Ключові слова:** несанкціонований доступ, інформаційні системи держави, апостеріорний процес, випадковий процес, прогнозування

## Вступ

Проблема прогнозування включає в себе ряд численних труднощів, одні з яких власне зв'язані з прогнозуванням, другі характерні для всіх напрямків автоматичного контролю, треті визначають загальні можливості прогнозування і його місце серед інших видів контролю.

Прогнозування несанкціонованого доступу (НСД) на інформаційні мережі держави (ІМД) без сумніву повинно ґрунтуватись на вивченні тенденцій, що спостерігаються в зміні її поточного стану під дією НСД. В теорії автоматичного контролю передбачається, що цей стан може бути представлено сукупністю значень деяких контрольних параметрів. Тоді, очевидно, причиною, що викликає зміни стану ІМД, повинні бути зміни значень саме цих параметрів. Таким чином прогнозування НСД в ІМД повинно базуватись на прогнозуванні значень складових контрольних параметрів. Це може здійснюватись на базі математичного апарату екстраполяції процесів, що описує закономірності змін в параметрах. В свою чергу, використання апарату екстраполяції потребує певної формалізації процесів змін контрольних параметрів, тобто потребує створення певної математичної моделі процесів вимірювання параметрів ІМД під впливом НСД.

Прогнозний контроль потребує визначення спеціальних прогнозних параметрів. Такі параметри повинні відрізнятися рядом особливостей [1]. По-перше, вони повинні з відповідною точністю представляти стан контрольованого об'єкту ІМД. По-друге вони повинні відображати основні тенденції в змінах мережі. По-третє, як і всі контрольні параметри, вони повинні допускати зміни з необхідною точністю.

Всі перелічені особливості, як це легко побачити, в той же час є особливостями параметрів якості.

Важливою проблемою є визначення дійсного місця прогнозуючого контролю серед всіх форм контролю в підвищенні ефективності використання системи контролю НСД. Рішенням цієї проблеми в чималому степені залежить від самої можливості

здійснення прогнозу в тих чи інших конкретних умовах застосування в системах та мережах.

Оскільки автоматична система контролю (АСК) має в своєму складі засоби обчислювальної техніки, то ці методи є особливо прийнятними при автоматизації контролю. Ідея їх полягає в тому, що тим чи іншим методом моделюється безліч реалізацій випадкового процесу  $X^{PS}(t)$ , які використовуються для рішення системи рівнянь і визначення любых необхідних апостеріорних характеристик статистики цим методом. В даному випадку рішення задачі прогнозу складається з наступних етапів:

- перший етап. Отримання з статистичних даних елементів опису досліджуваного випадкового процесу  $X(t)$ , придатного для відтворення його шляхом моделювання. Від універсальності такого опису в більшій мірі залежить і універсальність методу в цілому.

- другий етап. Розробка алгоритму, що дозволяє враховувати значення конкретної реалізації процесу  $X(t)$ , вимірювати при контролі і отримувати на цій основі опис апостеріорного випадкового процесу  $X^{PS}(t)$ . Наявність такого опису дозволяє шляхом моделювання визначити характеристики даного процесу і, таким чином, повністю вирішити задачу прогнозування.

- третій етап. Розробка алгоритму рішення системи стохастичних рівнянь:

$$X^{PS}(t) - a = 0; X^{PS}(t) - b = 0, \quad (1)$$

де,  $X^{PS}(t) = X[t/x_w(\Theta), t_1 \leq \Theta \leq t_k]$  – апостеріорний (умовний) випадковий процес, виникаючий із апріорного при врахуванні результатів контролю. Виконання даного етапу дозволяє повністю вирішити задачу прогнозування НСД.

Наведений перелік показує, що основною передумовою до рішення задачі є наявність достатньо зручного опису процесу  $X(t)$ . При цьому пропонується апроксимувати реальний випадковий процес  $X(t)$  лінійною функцією часу  $X(t) = A + Bt$ , де  $A$  і  $B$  – випадкові коефіцієнти, ймовірні характеристики яких визначаються за допомогою методу найменших квадратів, виходячи з умови  $M \int_T [X(t) - (A + Bt)]^2 dt = \min$ , при чому  $T$  – інтервал спостереження випадкового процесу  $X(t)$ .

## Мета роботи

*Метою* даної роботи є дослідження і опис процесу  $X(t)$  для прогнозування НСД з використанням канонічного представлення векторного апостеріорного процесу.

В роботі приводиться математичне обґрунтування та виведення виразів, що точно описують апостеріорне математичне визначення векторного випадкового процесу  $X(t)$  і в рамках зроблених припущень та досліджень дозволяють вирішити задачу прогнозування НСД.

## Основна частина

Стан ІМД характеризується як правило, декількома параметрами, в загальному випадку залежних між собою. У зв'язку з цим велике практичне значення набувають методи, що дозволяють вирішити задачу прогнозу для векторного випадкового процесу

$X(t) = [X_1(t), X_2(t), \dots, X_n(t)]$  з залежними складовими. Одним із найбільших прийнятних є метод, що базується на канонічному представленні даного процесу в дискретному ряді точки  $t_i, i = \overline{1, I}$  [1].

Якщо вихідний випадковий процес  $X(t)$  заданий у вигляді векторної випадкової послідовності  $X(i), i = \overline{1, I}$ , то його канонічне представлення може бути зазначено у вигляді:

$$X_h(i) = m_h(i) + \sum_{\lambda=1}^h \sum_{v=1}^i V_v^{(\lambda)} \varphi_{hv}^{(\lambda)}(i), h = 1, n, i = \overline{1, I}, \quad (2)$$

де  $V_v^{(\lambda)}, v = \overline{1, I}, \lambda = \overline{1, n}$  – випадкові коефіцієнти з властивостями  $M[V_v^{(\lambda)}] = 0, M[V_v^{(\lambda)} V_\mu^{(\zeta)}] = 0$ , при невиконанні хоча б одної з умов:  $v = \mu$  або  $\lambda = \zeta$   $M[V_v^{(\lambda)}]^2 = D_v^{(\lambda)}$ . Якщо уявити, що одномірна щільність розподілу кожного з цих коефіцієнтів задається  $d$ , то для збереження відомостей про них в пам'яті ЕОМ необхідно  $d n I$  комірок.

Властивості не випадкових координатних функції процесу визначаються співвідношенням  $\varphi_{hv}^{(\lambda)}(i) = 0$  при цьому  $i < v$  і  $\lambda > h$ ;  $\varphi_{hv}^{(\lambda)} = 1$  при  $i = v$  і  $\lambda = h$ . Об'єм пам'яті, необхідний для їх збереження, оцінюється наступним методом. Для першої складової наявний один масив координатних функцій, об'єм якого рівний  $I(I+1)/2$ .

Для другої складової таких масивів вже два, для третьої – три,  $N_{\kappa\phi} = \frac{n(n+1)}{2} \frac{I(I+1)}{2}$ .

З врахуванням математичних очікувань складових процесу мінімальний загальний об'єм пам'яті, необхідний для запису апріорної інформації про нього, складе  $N(n, I) = nI + d n I + \frac{n(n+1)}{2} \frac{I(I+1)}{2}$ .

Як, показано в [1], випадковий процес  $X(t)$  в дискретному вигляді точки  $t^i, i = \overline{1, I}$ , точно представляється своїм канонічним розкладанням:

$$X(i) = m(i) + \sum_{v=1}^i v_v \varphi_v(i), i = \overline{1, I}, \quad (3)$$

Відповідно для його дисперсії і кореляційної функції можна записати:

$$D(i) = \sum_{v=1}^i D_v \varphi_v^2(i), i = \overline{1, I} \quad (4)$$

$$K(i, j) = \sum_{v=1}^{\text{int}(i, j)} D_v \varphi_v(i) \varphi_v(j), i, j = \overline{1, I}. \quad (5)$$

Елементи виразу (5) визначаються виразами

$$V_1 = X(1), V_i = X(i) = \sum_{v=1}^i V_v \varphi_v(i), i = \overline{2, I}; \quad (6)$$

$$\varphi_v(i) = \frac{1}{D_v} M[V_v X(i)], v = \overline{1, I}, i = \overline{v, I}; \quad (7)$$

$$D_1 = D(1), D_i = D(1) - \sum_{v=1}^{i-1} D_v \varphi_v^2(i), i = \overline{2, I}. \quad (8)$$

Вирази (6)-(8) описують алгоритм визначення канонічного розкладання процесу по вихідних статистичних даних. Детально цей алгоритм розглянутий в роботі [2]

На підставі канонічного представлення (6) можна отримати вираз для апостеріорного випадкового, враховуючи дані контролю. Нехай з чергового контролю стало відомо значення  $X(1)$  конкретної реалізації процесу  $X(t)$ . Для цього значення, як і для всіх інших, справедливо (3), звідки  $X(1) = m(1) + V_1$ ,  $V_1 = X(1) - m(1)$ . Тоді з (3) слідує, що апостеріорний випадковий процес, що проходить в момент  $i=1$  через точку  $X(1)$ , описується виразом  $X^{(1)}(i) = m(i) + [x(1) - m(1)]\varphi_1(i) + \sum_{v=2}^i V_v \varphi_v(i)$ ,  $i = \overline{1, I}$ .

Застосування апаратно математичного очікування, можна визначити математичне очікування цього апостеріорного процесу

$$m^{(1)}(i) = m(i) + [x(1) - m(1)]\varphi_1(i), i = \overline{1, I}. \quad (9)$$

При введенні виразу (9) використано припущення про те, що конкретне значення першого коефіцієнта не змінює математичного очікування решти коефіцієнтів, залишаючи їх вірними нулю. Це припущення не завжди справедливо, оскільки коефіцієнти  $V_v$  не тільки некорельовані а й незалежні. Однак припущення, щодо незалежності, доводиться використовувати вже при моделюванні апріорного випадкового процесу, і воно зазвичай не є вагомим, так як стохастичні зв'язки вищих порядків швидко затухають з ростом інтервалу дискретності  $t_i - t_{i-1}$ . Тому і дане припущення можна вважати цілком прийнятним.

Використовуючи попередні вирази, остаточно отримуємо:

$$X^{(1)}(i) = m^{(1)}(i) + \sum_{v=2}^i V_v \varphi_v(1), i = \overline{1, I}. \quad (10)$$

Тепер припустимо, що при черговому контролі отримано наступні значення  $X(2)$  тої ж реалізації процесу. Для цього значення вірним буде вираз (10), звідки  $x_2 = m^{(1)}(2) + V_2$ . Повторюючи операції зроблені на першому кроці, отримуємо для  $i = \overline{1, I}$ :  $m^{(2)}(i) = m^{(1)}(i) + [x(2) - m^{(1)}(2)]\varphi_2(i)$ ,  $X^2(i) = m^{(2)}(i) + \sum_{v=3}^i V_v \varphi_v(i)$ .

Вираз (10) є основою для математичного опису апостеріорного випадкового процесу, причому методика виведення відповідного виразу повторює використані раніше способи. Нехай в момент  $\mu=1$  стало відомо значення першої складової процесу  $X_1(\mu) = x(1)$ . Для цього значення, як і для всіх решта справедливим є представлення (2), звідки  $x_1(1) = m_1(1) + v_1^{(1)}$ .

Підстановка, визначеного таким шляхом значення коефіцієнта  $v_1^{(1)}$ , в вираз (1) дає

$$X_h^{(1)}(i) = m_h(i) + [x_1(1) - m_1(1)]\varphi_{h1}^{(1)} + \sum_{v=2}^i V_v^{(1)} \varphi_{hv}^{(1)}(i) + \sum_{\lambda=2}^h \sum_{v=1}^i V_v^{(\lambda)} \varphi_{hv}^{(\lambda)}(i), h = \overline{1, n}, i = \overline{1, I}. \quad (11)$$

Тут  $X_h^{(1)}(i)$ ;  $h = \overline{1, n}$ ;  $i = \overline{1, I}$  - апостеріорний випадковий процес, який проходить в момент  $\mu = 1$  через точку з фіксованою координатною  $X_1(1) = x_1(1)$ .

Вважаючи, що відомого значення  $x_1(1)$  не змінює математичних очікувань випадкових коефіцієнтів  $V_v^{(\lambda)}$ , знайдемо математичне очікування даного процесу

$$m_h^{(1)}(i) = m_h(i) + [x_1(1) - m_1(1)]\varphi_{h1}^{(1)}(i), h = \overline{1, n}, i = \overline{1, I}. \quad (12)$$

Зазначимо, що поява одного відомого значення першої складової процесу привело до зміни математичних очікувань всіх інших складових. Це явище природним наслідком наявності залежностей між ними.

З врахуванням (12) з (11) кінцево отримуємо

$$X_h^{(1)} = m_h(i) + \sum_{v=2}^i V_v^{(1)}\varphi_{hv}^{(1)}(i) + \sum_{\lambda=2}^h \sum_{v=1}^i V_v^{(\lambda)}\varphi_{hv}^{(\lambda)}(i), h = \overline{1, n}, i = \overline{1, I}. \quad (13)$$

Вводячи відоме початкове значення другої складової, з (13) отримуємо  $x_2(1) = m_2^{(1)}(1) - \nu_1^2$ , звідки при  $h = \overline{1, n}, i = \overline{1, I}$   $m_h^2(i) = m_h^{(1)}(i) + [x_2^{(1)}(1) - m_2^{(1)}(1)]\varphi_{h1}^{(2)}(i)$ ,

$$X_h^{(2)} = m_h^{(2)}(i) + \sum_{\lambda=1}^h \sum_{v=2}^i V_v^{(\lambda)}\varphi_{hv}^{(\lambda)}(i) + \sum_{\lambda=3}^h \sum_{v=1}^i V_v^{(\lambda)}\varphi_{hv}^{(\lambda)}(i).$$

Послідовно розглядаючи відомі початкові значення складових більш високого порядку, отримуємо можливість узагальнювати отримані результати на випадок довільної кількості  $r_1 \leq n$  відомих значень які в момент  $\mu = 1$  приймають участь в формуванні апостеріорного процесу:

$$X_h^{(r_1)}(i) = m_h^{(r_1)}(i) + \sum_{\lambda=1}^h \sum_{v=\eta_1}^i V_v^{(\lambda)}\varphi_{hv}^{(\lambda)}(i). \quad (14)$$

тут при  $h = \overline{1, n}, i = \overline{1, I}$ :  $m_h^{(r_1)}(i)m_h^{(r_1-1)}(i) + [x_{r_1}(1) - m_{r_1}^{(r_1-1)}(1)]\varphi_{h1}^{(r_1)}(i)$ ,  $r_1 = \begin{cases} 2 \text{ при } \lambda \leq r_1 \\ 1 \text{ при } \lambda > r_1 \end{cases}$ .

Подальше узагальнення зв'язане з послідовним розглядом нових відомих значень процесу для моментів контролю з номерами  $\mu > 1$ . Так для першої складової процесу в момент  $\mu = 2$  відоме значення  $x_1(2)$  визначається з (14) як  $x_1(2) = m_1^{r_1}(2) + \nu_2^{(1)}$  типові перетворення при  $h = \overline{1, n}, i = \overline{1, I}$  дають  $m_h^{(r_1,1)}(i) = m_h^{(r_1)}(i) + [x_1(2) - m_1^{(r_1)}(2)]\varphi_{h2}^{(1)}(i)$ ,

$$X_h^{(r_1,1)}(i) = m_h^{(r_1,1)}(i) + \sum_{v=3}^i V_v^{(1)}\varphi_{hv}^{(1)}(i) + \sum_{\lambda=2}^h \sum_{v=\eta_2}^i V_v^{(\lambda)}\varphi_{hv}^{(\lambda)}(i).$$

Легко помітити, що з зростанням номера моменту контролю характер одержаних результатів зберігається. Це дозволяє записати загальний вираз для апостеріорного векторного випадкового процесу і його математичного очікування при довільному числі  $k < I$  моментів контролю і числа  $r_\mu, n \geq r_\mu \geq r_{\mu-1}, \mu = \overline{1, k}$  відомих значення процесу з них:

$$m_h^{(o)}(i) = m_h(i), m_h^{(r_1, r_2, \dots, r_k)}(i) = m_h^{(r_1, r_2, \dots, r_{k-1})}(i) + [x_{r_k}(k) - m_{r_k}^{(r_1, \dots, r_{k-1})}(k)]\varphi_{hk}^{(r_k)}(i) \quad (15)$$

$$X_h^{(r_1, \dots, r_k)}(i) = m_h^{(r_1, \dots, r_k)}(i) + \sum_{\lambda=1}^i \sum_{v=\eta_k}^h V_v^{(\lambda)}\varphi_{hv}^{(\lambda)}(i) \quad (16)$$

де  $h = \overline{1, n}, i = \overline{1, I}, \eta_k = \begin{cases} k + 1n\mu\lambda \leq r_k \\ 1n\mu\lambda > r_k \end{cases}$ .

Вираз (15) точно описує апостеріорне математичне визначення векторного випадкового процесу  $X(t)$  в рамках зроблених припущень і відповідно дозволяє вирішити задачу прогнозування НСД. Сукупність виразів (15 і 16) повністю описує апостеріорний випадковий процес при тих же припущеннях і забезпечує вирішення задачі прогнозування. Очевидно, що алгоритм вирішення цих задач повинен в більшості нагадувати алгоритм для одномірного процесу, оскільки математичний апарат і методика отримання опису апостеріорного процесу в обох випадках однакові. Схема такого алгоритму для найбільш поширеного на практиці випадку  $r_\mu = n, \mu = 1, k, k < I$  детально описано в [2].

Слід відмітити, що для апостеріорного багатомірного процесу, як і для одномірного випадку, представлення у вигляді (16) не є єдиновірним. В [5] отримано канонічне представлення апостеріорного процесу, в якому рекурентному перетворенню піддавались не відомі значення, отримані в результаті контролю, а відповідні координатні функції.

## Висновки

На основі математичного обґрунтування та виведення виразів, що точно описують апостеріорне математичне визначення векторного випадкового процесу  $X(t)$ , і в рамках зроблених припущень та досліджень виведено вирази прогнозування НСД в інформаційних системах держави методом канонічного представлення векторного апостеріорного процесу, що в свою чергу дозволило отримати подальший розвиток вирішенню проблеми прогнозування НСД.

## Список літератури

1. Дианов, В.Д. Диагностика и надежность автоматических систем, 2 пособие / В.Д. Дианов. – М.: МГИУ, 2005. – 160 с.
2. Булинский, А.В. Теория случайных процессов / А.В. Булинский, А.Н. Ширяев. – М.: ФИЗ, 2005. – 408 с.
3. Кремер, Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика / Н.Ш. Кремер // Учебник для ВУЗов. - 2- изд., перераб. и доп.-М:ЮНИТИ-ДАНА. – 2004. – 573 с.
4. Квасов, Б.И. Численные методы анализа и линейной алгебры. Учеб. пособие / Б.И. Квасов / Новосиб. гос. ун-т. Новосибирск. – 2012. – 262 с.
5. Gu, Y. and D.S. Oliver. An interativ ensemble Kalman filter for multiphase fluid flow data assimilation / Gu, Y. and D.S. Oliver. // SPE Journal. – 2005. – Vol.12. – №4. – P. 217-224.
6. Сінчук, О.М. Основи надійності та технічної діагностики електроустаткування промислових підприємств: Монографія / О.М. Сінчук, М.І. Лісний, І.О. Сінчук, Є.І. Скапа, О.О. Удовенко. – Кременчук: Вид. ПП Щербатих О.В., 2012. – 264 с.
7. Булинский, А.В. Теория случайных процессов / А.В. Булинский, А.А Ширяев. – М.: ФИЗ, 2005. — 408 с.

## ПРОГНОЗИРОВАНИЕ НДС С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КАНОНИЧЕСКОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ВЕКТОРНОГО АПОСТЕРИОРНОГО ПРОЦЕССА

И.Р. Опирский

Национальный университет «Львовская политехника»,  
ул. Бандеры, 12, Львов, 79000, Украина; e-mail: iopirsky@gmail.com

В работе проводится исследование и описание процесса  $x(t)$  для прогнозирования НДС с использованием канонического представления векторного апостериорного процесса, приводится математическое обоснование и вывод выражений, точно описывают апостериорное математическое определение векторного случайного процесса  $X(t)$  и в рамках сделанных предположений и исследований позволяют решить задачу прогнозирования НДС.

**Ключевые слова:** несанкционированный доступ, информационные системы государства, апостериорный процесс, случайный процесс, прогнозирование

## UA PREDICTION USING CANONICAL REPRESENTATION OF VECTOR POSTERIORI

I.R. Opirskyy

National University "Lviv Polytechnic"  
12, St. Bandery str., Lviv, 79000, Ukraine; e-mail: iopirsky@gmail.com

The work is to study and description of  $x(t)$  to predict UA using canonical representation vector posteriori process driven mathematical reasoning and output expressions that accurately describe a posteriori mathematical definition of a vector random process  $X(t)$  and under the assumptions made and research allow solve the problem of forecasting UA.

**Keywords:** unauthorized access, information systems of the state, a posteriori process, stochastic process forecasting