

ФРАКТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РЕОЛОГИИ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ И ГЕТЕРОГЕННЫХ ПЛАСТОВЫХ СИСТЕМ

С. А. Положаенко, Мухиалдин Хасан Моха

Одесский национальный политехнический университет,
просп. Шевченко, 1, Одесса, 65044, Украина; e-mail: polozhaenko@mail.ru

Исследовано условие «гладкости» фронта раздела составляющих многокомпонентных (гетерогенных) систем на основании анализа «скачка» насыщенности в функции Баклея-Левевергта. Показано, что «скачок» насыщенности отсутствует, а фронт раздела продвигается устойчиво и сохраняет «гладкость», если подвижность вытесняющей компоненты не превышает подвижность вытесняемой. Также показано, что нарушение «гладкости» фронта раздела приводит к фрактально-неоднородной структуре процесса реологии. Получены численные значения фрактальной размерности фронта раздела для реологического процесса, развивающегося в реальных геологических условиях.

Ключевые слова: многокомпонентная система, гетерогенная система, процесс реологии, фрактально-неоднородная структура, фрактальный кластер, фрактальная размерность

Введение

В последние годы появился ряд работ (например, [1]), в которых исследуются вопросы ранее не изученного влияния процесса образования фрактальных структур на фильтрацию внутрипластовых жидкостей. Это влияние может осуществляться за счет фрактальной структуры пористой среды [2] или самой системы фильтрующихся жидкостей, имеющих гетерогенный характер [3]. В работе [2] утверждается, что переход от линейного закона фильтрации к нелинейному в сильной степени зависит от распределения пор по размерам или фрактальности структуры пористой среды.

Имеется ряд работ по экспериментальному определению фрактальной размерности пористых сред. В частности, в работе [4] методом сканирующей электронной микроскопии определена пространственная фрактальная размерность реального образца пористой среды, в [5] впервые предложен метод определения фрактальной размерности по экспериментальной изотерме адсорбции газа, который (метод) нашел своё развитие в работах [6, 7]. В работах [8, 9] предложены косвенные способы определения фрактальных характеристик пласта по кривым восстановления давления [8] и реакции пластовой системы на мгновенное изменение давления [9].

Представляется перспективным, с точки зрения временных и ресурсных затрат, использовать средства математического моделирования для исследования фрактальных геологических структур и реологии (фильтрации в пористой среде) фрактально-неоднородных пластовых систем. Для построения адекватной математической модели (ММ) фрактально-неоднородной пластовой системы необходимо выполнить анализ и оценку фрактальной размерности реологической картины в исследуемой пластовой системе. В ряде работ, например [10 – 12] выполнена попытка формализации реологии в пористых средах для случая фрактальной структуры последней, однако приведенные

моделі отримані для ідеального лотка Хелле-Шоу і мають виключительно теоретичне значення.

Цель работы

Качественное описание процесса реологии многокомпонентной (гетерогенной) системы в пористой среде и получение численной оценки ее фрактальной размерности.

Основная часть

Для фильтрующихся многофазных жидкостей (систем) важным аспектом при моделировании динамики является определение фронта раздела между отдельными компонентами. Данная задача может иметь и самостоятельное прикладное значение, например, когда исследуется процесс вытеснения одной жидкостью другой.

Предположение о «гладкости» фронта раздела компонент в фильтрующейся многофазной (а также гетерогенной) системе возможно лишь в случае «близости» физико-химических свойств этих компонент (или мелкодисперсности и низкой концентрации гетерогенной системы). В противном случае «гладкость» фронта нарушается, а фильтрующийся поток приобретает фрактально-неоднородную структуру со «сложным» фронтом раздела фаз. Ещё более сложную картину реологии приобретает случай, когда с границей Γ области моделирования Ω контактируют разные компоненты многофазной (или гетерогенной) системы.

В пластовой гидро-газодинамике условием, определяющим границу раздела двух (для простоты дальнейшего рассмотрения) фильтрующихся компонент многофазного или гетерогенного потока, может служить «скачок» насыщенности в функции Баклея-Леверетта [13, 14 – 16]

$$J(S) = \frac{k_1^0(S_1)}{\mu_1 k_1^0(S_1) + \mu_2 k_2^0(S_2)}, \quad (1)$$

где $k_1^0(S_1)$ и $k_2^0(S_2)$ — относительные фазовые проницаемости фильтрующихся компонент; μ_1 и μ_2 — их вязкости; S_1 и S_2 — насыщенности порового пространства фильтрующимися компонентами, соответственно.

Физически «скачок» насыщенности обусловлен наличием у одной из компонент многофазной системы напряжения сдвига τ , превышающего предельное значение ($\tau > \tau^*$). В литературе данная компонента получила название «вытесняющей» [13 – 15]. Экспериментально установлено [14], что фронт раздела фильтрующихся компонент многофазной системы продвигается устойчиво (т.е. фрактально-неоднородная структура процесса реологии отсутствует), если подвижность вытесняющей компоненты не превышает подвижность вытесняемой компоненты (рис.1(a)).

$$\frac{k_1(S_1)}{\mu_1} \leq \frac{k_2(S_2)}{\mu_2}. \quad (2)$$

На практике более удобно пользоваться выражением, полученным из (2), делением последнего на усреднённую скорость фильтрации ϖ :

$$\frac{\partial P(t, z)}{\partial \eta} > 0, \quad \frac{\partial P_c(S)}{\partial \eta} > 0, \quad (3)$$

где $P(t, z)$ задает внутрипластовое (усредненное) давление для фильтрующихся компонент многофазной системы; $P_c(S)$ — капиллярное давление, обусловленное наличием различных скоростей фильтрации для компонент в многокомпонентной системе; η — нормаль к градиенту внутрипластового давления $P(t, z)$ на границе Γ .

В противном случае скорость фильтрации вытесняемой компоненты ϖ_2 выше скорости изменения насыщенности вытесняющей компоненты, что приводит к образованию фрактально-неоднородной структуры процесса реологии, т.е. существенному нарушению «гладкости» фронта раздела (рис.1(б)). При этом физическая картина реологического процесса характеризуется появлением «пальцев» вытесняющей компоненты (рис.1(в)). В предельном случае в фильтрующемся потоке возможно даже образование «застойных зон» [13, 14], представляющих собой участки вытесняемой компоненты с нулевой скоростью фильтрации $\varpi_2 = 0$ (рис.1(г)). Иными словами, вытесняемая компонента «отстывает» медленнее, чем продвигается вытесняющая компонента, что физически и определяет механизм образования фрактально-неоднородной структуры и, как следствие, «застойных зон».

Предположим, что в момент времени $t=0$ поверхность фронта раздела представляет собой плоскость $F(z_i) = \Xi_0, i=1, 2$. Нарушение устойчивости фронта раздела учтем в виде нестационарных возмущений, нарушающих постоянство насыщенностей компонент S_j многофазной системы ($j=2$ — для двухфазного случая) в областях распространения фронта и искажающих его «гладкость», что отразится следующим образом

$$F(z_i, t) = \Xi_0(t); i = 1, 2, \quad (4)$$

где z_i — соответствуют координатам в невозмущенной плоскости фронта раздела.

Выраженная направленность развития рассматриваемого процесса реологии, о которой говорилось выше, свидетельствует об его отклонении от линейного закона Дарси [14 – 16] (т.е. о пропорциональной линейной зависимости скорости фильтрации ϖ от градиента внутрипластового давления $grad(P)$) и о возможном наличии предельного градиента G , обуславливающего ненулевую скорость продвижения фронта раздела.

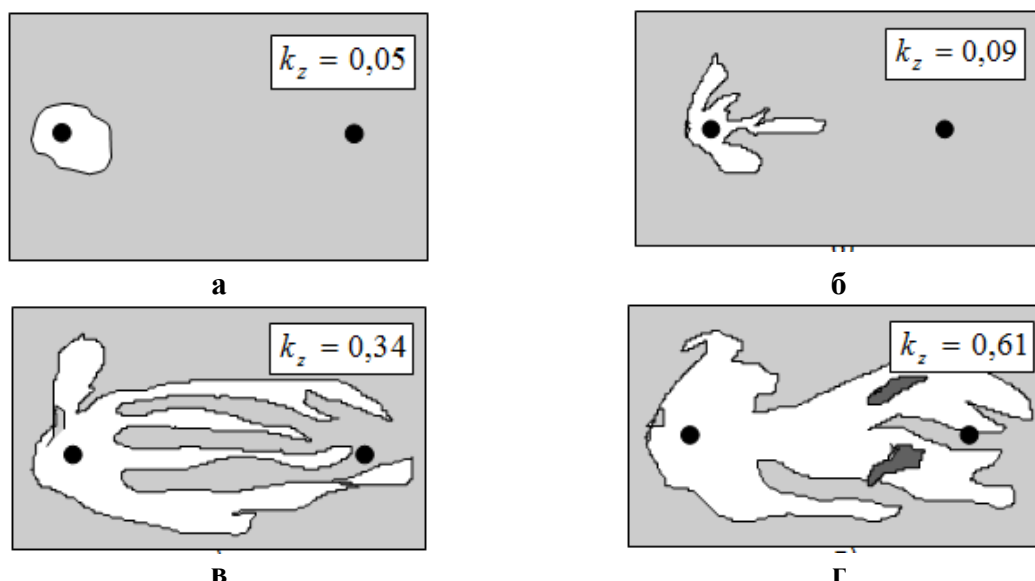


Рис. 1. Картина реологии двухкомпонентной системы на примере водо-нефтяной смеси при различных значениях пропускной способности k_z пористой среды

Формализовано данное предположение представим следующим образом (для двухкомпонентного потока, $j = 1, 2$)

$$\varpi_j = -\frac{k_j(S_j)}{\mu_j} \left[\text{grad}(P_j) - \frac{G_j}{|\text{grad}(P_j)|} \right]; \quad |\text{grad}(P_j)| > G_j, \quad \varpi_j = 0;$$

$$|\text{grad}(P_j)| \leq G_j; \quad j = 1, 2. \quad (5)$$

Уравнения динамики вида (5) дополним уравнениями неразрывности (случай двух компонент в многофазной системе)

$$\text{div}(\varpi_j) - (-1)^j m \frac{\partial S_j}{\partial t} = 0; \quad j = 1, 2. \quad (6)$$

Граничные условия (ГУ) на возмущенной поверхности фронта раздела компонент (4), выражающие равенство давлений перед и за фронтом раздела, а также расходов

$$\frac{\partial Q_1}{\partial \eta} = m \bar{\omega} (S_1^h - S_1^f); \quad \frac{\partial Q_2}{\partial \eta} = m \bar{\omega} (S_2^h - S_2^f)$$

определены на невозмущенной поверхности фронта вытеснения Ξ_0 .

Очевидно, что для «гладкости» границы раздела требуется ограниченность возмущений на поверхности Ξ_0 . Тогда для определения возмущений скоростей, давлений и насыщенных получим следующие выражения (в приведенных ниже выражениях возмущения соответствующих величин обозначены знаком тильда, а невозмущенные величины обозначены индексом 0)

$$\varpi_j = -\frac{k_j(S_j)}{\mu_j} J_0(S_j) \left[\text{grad}(\tilde{P}_j) - \frac{G_j}{|\text{grad}(\tilde{P}_j)|} \right]; \quad |\text{grad}(\tilde{P}_j)| > G_j, \quad \varpi_j = 0;$$

$$|\text{grad}(\tilde{P}_j)| \leq G_j; \quad j = 1, 2, \quad (7)$$

с ГУ, учитывающими ограниченные возмущения (или их отсутствие) на поверхности фронта $F(z_i) = \Xi_0; i = 1, 2$

$$\frac{\partial \tilde{P}(t, z_i)}{\partial \eta} > 0, \quad \frac{\partial \tilde{P}_c(S)}{\partial \eta} > 0; \quad i = 1, 2, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \tilde{Q}_j}{\partial \eta} = m \bar{\omega} (S_j^h - S_j^f); \quad j = 1, 2. \quad (9)$$

Таким образом, формулировка задачи об устойчивости фронта раздела компонент многофазной системы фактически сводится к определению возмущений насыщенности («скачку» насыщенности) из системы (7) с ГУ (8), (9).

Однако возникновение фрактально-неоднородной структуры процесса реологии свидетельствует о значительных возмущениях фронта раздела компонент многофазной системы, что, формализовано, должно быть отражено в граничных условиях, поскольку последние определяют геометрию фронта раздела. В соответствии с одним из свойств,

составляющих основу определения фрактальных систем, фрактальная структура представляет собой систему с дробной размерностью (именуемой в литературе, например [1, 3, 10, 11], фрактальной размерностью), геометрически объединяющая фрактальные кластеры (или агрегаты). При этом фрактальный кластер представляет собой совокупность достаточно большого числа элементов, которые внутри данной совокупности сохраняют свою индивидуальность [3, 10, 11]. С точки зрения реологии многокомпонентных систем, под фрактальным кластером будем понимать совокупность «пальцев» вытесняющей компоненты на фронте раздела (рис.1(в,г)).

Если выполнить аппроксимацию фронта раздела в пределах одного «пальца» ломаной линией, то ее длину можно представить в следующем виде

$$L = a(R/a)^D, \quad (10)$$

где L — линейный размер «пальца» вытесняющей компоненты (по прямой); a — размер звена ломаной линии (усреднённый размер «зерна» порового пространства); R — размер фрактального кластера (радиус сферы, охватывающий «палец»); D — фрактальная размерность, обеспечивающая для кластера определенную область масштабов, в которой выполняется аппроксимация вида (10).

Разрешая (10) относительно фрактальной размерности D получим

$$D = [\ln(L) - \ln(a)] / [\ln(R) - \ln(a)]. \quad (11)$$

Учитывая реальные (усреднённые) геологические значения параметров [8, 14], входящих в (10), и, подставляя их в (11), можно оценить величину фрактальной размерности для пористых сред, в которых осуществляется реология многокомпонентных (или гетерогенных) систем

$$D = [\ln(100) - \ln(0,1)] / [\ln(50) - \ln(0,1)] = [4,605 - (-2,302)] / [3,912 - (-2,302)] = 1,112.$$

Заметим, что фрактальная размерность D является определяющей геометрической характеристикой фрактально-неоднородной структуры реологического процесса для многокомпонентной (гетерогенной) системы в пластовом пространстве, а полученная ее численная оценка позволяет разработать адекватную ММ исследуемого процесса.

Вывод

Выполнено качественное описание и анализ фрактальных свойств процесса реологии многокомпонентной (гетерогенной) системы в пористой среде при значительных возмущениях на фронте раздела компонент. На основании анализа получены формализованное представление фрактальной размерности «возмущенного» фронта и ее числовая оценка.

Список литературы

1. Мандельбот, Б. Фрактальная геометрия природы / Б. Мандельбот. – М.-Ижевск: МКИ, 2002. – 656 с.
2. Сулеманов, Б.А. Экспериментальные исследования образования фрактальных структур при вытеснении нефти / Б.А. Сулеманов // Азербайджанское нефтяное хозяйство. – 2010. – № 5. – С. 29 – 33.
3. Динариев, О.Ю. Движение жидкостей и газов в пористых средах с фрактальной геометрией / О.Ю. Динариев // Известия РАН. Механика жидкости и газа. – 2012. – № 4. – С. 101 – 109.
4. Suleimanov, B.A. Experimental Study of the Formation of Fractal Structures During Oil Displacement / B.A. Suleimanov // Energy Sources. – 2005. – Vol. 17. – № 4. – P. 477 – 483.

5. Bak, P. Self-organized criticality / P. Bak, C. Tang, K. Wiesenfeld // *Phys. Rev. A.* – 2008. – Vol. 38. – № 1. – P. 364–374.
6. Трубецкой, К. Н. Фрактальная структура нарушенности каменных углей и их предрасположенность к газодинамическому разрушению / К.Н. Трубецкой, А.Д. Рубан, С.Д. Викторов и др. // *Доклады РАН.* – 2010. – Т. 431. – № 6. – С. 818–821.
7. Булат, А.Ф. Фракталы в геомеханике / А.Ф. Булат, В.И. Дырда. – Киев: «Наукова книга», 2005. – 357 с.
8. Сулейманов, Б.А. Особенности фильтрации гетерогенных систем / Б.А. Сулейманов. – М.-Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, 2006. – 354 с.
9. Малинников, В.А. Разработка метода обобщенного локально- глобального мультифрактального анализа изображений для исследования пространственной структуры природно-антропогенных систем / В.А. Малинников, Д.В. Учаев, Д.В. Учаев // *Известия вузов. «Геодезия и аэрофотосъемка».* – 2010. – № 4. – С. 64–68.
10. Федер, Е. Фракталы / Е. Федер. – М.: Мир, 1991. – 254 с.
11. Паламарчук, Т.А. Кластерно-иерархические структуры в массиве горных пород как одна из форм самоорганизации породного массива / Т.А. Паламарчук, С.И. Скипочка, Б.М. Усаченко и др. // *Геотектоническая механика.* – 2009. – № 83. – С. 91 – 104.
12. Moulu, J. C. A new model for three-phase relative permeability's based on a fractal representation of the porous media / J.C. Moulu, O. Vizika, F. Kalandjian // *SPE Formation Evaluation.* – 1997, August. – SPE 38891. – P. 147 – 158.
13. Верлань, А.Ф. Математическое моделирование аномальных диффузионных процессов / А.Ф. Верлань, С.А. Положаенко, Н.Г. Сербов. – К.: Наука, 2011. – 416 с.
14. Верлань, А.Ф. Метод решения задачи параметрической идентификации процессов фильтрации аномальных жидкостей в пористых средах / А.Ф. Верлань, С.А. Положаенко // *Збірник наукових праць Інституту проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАН України.* – К.: ІПМЕ ім. Г.Є. Пухова НАН України, 2010. – Вип. 57. – С. 67-72.
15. Азиз, Х. Математическое моделирование пластовых систем / Х. Азиз, Э. Сеттари. – М.-Ижевск: МКИ, 2008. – 406 с.

ФРАКТАЛЬНИЙ АНАЛІЗ РЕОЛОГІЇ БАГАТОКОМПОНЕНТНИХ ТА ГЕТЕРОГЕННИХ ПЛАСТОВИХ СИСТЕМ

С. А. Положаенко, Мухіалдін Хасан Моха

Одесский национальный политехнический университет,
Просп. Шевченка, 1, Одесса, 65044, Украина; e-mail: polozhaenko@mail.ru

Досліджено умову «гладкості» фронту поділу складових багатоконпонентних (гетерогенних) систем на основі аналізу «стрибка» насиченості в функції Баклея-Леверета. Показано, що «стрибок» насиченості відсутній, а фронт поділу просувається стало та зберігає «гладкість», якщо рухомість компоненти, яка витискає, не перевищує рухомість компоненти, яка витискається. Також показано, що порушення «гладкості» фронту поділу призводить до фрактально-неоднорідної структури процесу реології. Отримано числові значення фрактальної розмірності фронту поділу для реологічного процесу, який розвивається у реальних геологічних умовах.

Ключові слова: багатоконпонентна система, гетерогенна система, процес реології, фрактально-неоднорідна структура, фрактальний кластер, фрактальна розмірність

FRactal ANALYSIS OF REOLOGY OF MULTICOMPONENT AND HETEROGENEOUS STRATAL SYSTEMS

S. A. Polozhaenko, Muhialdin Hassan Moha

Odessa national polytechnic university,
1, Shevchenko Ave., Odessa, 65044, Ukraine; e-mail: polozhaenko@mail.ru

The condition «of smoothness» of front of division of the making multicomponent (heterogeneous) systems is investigational on the basis of analysis «of jump» of saturation in the function of Bacley-Leverett. It is shown that «jump» of saturation is absent, and front of division moves up steadily and saves «a smoothness», if mobility of ousting component does not exceed mobility of ousted. It is also shown that over violation «of smoothness» of front of division brings to the fractal-heterogeneous structure of process of reology. The numeral values of fractal dimension of front of division are got for a reology process developing in the real geological terms. The mathematical model of the fractal-heterogeneous multicomponent system is offered in the class of variation inequalities.

Keywords: multicomponent system, heterogeneous system, process of reology, fractal-heterogeneous structure, fractal cluster, fractal dimension