

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ И КИПЕНИЯ В ВЫПАРНЫХ АППАРАТАХ СО СТЕКАЮЩЕЙ ПЛЁНКОЙ****Введение**

Хотя поверхностному испарению – кипению в пленке посвящается все большее число работ, механизм процесса и закономерности теплопереноса до настоящего времени изучены недостаточно. Большая часть аналитических решений основана на анализе течения пленки конденсата, впервые разработанном Нуссельтом. На основе этих решений получают уравнения для расчета средней толщины пленки и коэффициентов теплоотдачи или для расчета тепловой нагрузки.

С практической точки зрения наибольший интерес представляет теплоотдача в пленке при интенсивном поверхностном испарении. Теплоперенос происходит от греющей поверхности стенки через пристенный пограничный слой, толщину пленки и газовую поверхность. Основное термическое сопротивление, имеет место в пограничных слоях.

В последнее время развитие выпарной техники определяется тенденциями внедрения в промышленность выпарных аппаратов с греющими элементами, выполненными из листа.

За рубежом такие фирмы, как «Альстрим» (Финляндия), «Розенблад» (США), «Сумитомо» (Япония) для упаривания растворов широко применяют вакуум-выпарные станции с панельными греющими элементами. Фирма «Альфа-Лаваль» (Швеция) выпускает ламельные теплообменники и выпарные аппараты с ламельными греющими камерами.

По патентным данным, как за рубежом, так и у нас в стране ведутся исследовательские работы по созданию аппаратов интенсивного действия, позволяющим производить процесс выпаривания с минимальными затратами теплоносителя (пара) за счет многократности его использования. Особенно много патентов США и Японии на дистилляционные установки, испарители пластинчатого типа. Большинство конструкций работает в пленочном режиме испарения.

**Экспериментальные исследования**

Большой интерес представляет создание высокоэффективных выпарных аппаратов пленочного типа, в том числе аппаратов с многократным использованием тепла греющего пара. Конструктивно такие аппараты выполняются из соосно размещенных конических теплообменных элементов выполненных из листа. С нижней стороны теплообменного элемента подают греющий пар, а с другой верхней – стекает пленка выпариваемого раствора. Вторичный пар, образовавшийся в результате испарения раствора, обогревает следующий теплообменный элемент, вторичный пар с которого, в свою очередь, обогревает последующий элемент и т.д. Аппараты данного типа позволяют проводить выпаривание в оптимальном температурном режиме и минимальном времени термической обработки, а пленочное кипение раствора при малой толщине пленки раствора и теплообменного элемента обеспечивает высокие коэффициенты теплоотдачи. Противоположное расположение поверхностей испарения и конденсации, при малом расстоянии между ними в открытом пространстве, обеспечивает низкие скорости вторичного пара ( $\leq 10^{-3}$  м/с) и за счет этого высокую степень его очистки.

На работоспособность теплообменного элемента, выполненного в виде усеченного конуса влияет целый ряд конструктивных и технологических факторов. С точки зрения взаимосвязанной картины гидродинамики и теплообмена можно выделить следующие факторы: уменьшение поперечного сечения теплообменного элемента при движении пара от периферии к центру и увеличение прироста толщины стекающей пленки; уменьшение толщины слоя за счет испарения растворителя; изменение плотности теплового потока от греющего пара к раствору, связанное, прежде всего, с изменением толщины пленки раствора; изменение температуры кипения раствора и изменение его концентрации.

Технические решения, заложенные в конструкции выпарных аппаратов с многократным использованием тепла греющего пара, в едином агрегате не имеют аналогов в отечественной и зарубежной технике.

Целью работы являлось экспериментальное подтверждение работоспособности и эффективности применения выпарных аппаратов пленочного типа, поверхности теплообмена которых выполнены из листа и имеют форму усеченных конусов, что позволит создать выпарные аппараты нового типа.

Задачами работы являлось:

– исследование влияния на теплообмен плотности орошения, полезной разности температур, конструктивных особенностей аппаратов и свойств раствора;

- подтверждение работоспособности конструкции, распределение тепловой нагрузки между стадиями упаривания, получение теплотехнических характеристик;
- создание методики расчета коэффициента теплопередачи данных конструкций теплообменных элементов.

Объектом исследования являлся выпарной аппарат пленочного типа с теплообменным элементом, выполненным в виде усеченного опрокинутого конуса. Эксперименты проводились на трех видах конусов, имеющих угол при вершине: 30, 45, 60 ° одинаковую длину теплообменной части, равную 0,474 м. Поверхности теплообмена соответственно равны 0,64; 0,55; и 0,46 м<sup>2</sup>.

Диаметры оснований конусов равны 0,54 м.

Конструкция аппарата представлена на рис. 1 и 2, схема экспериментальной установки на рис. 3.

С целью анализа влияния перечисленных факторов на работу аппарата была разработана математическая модель работы конического и, как частный случай при  $R_0 = \text{const}$  – цилиндрического, а при  $R_0 = \text{const}$  и  $\varphi = 0$  – плоского теплообменных элементов. Рассматриваемый элемент выполнен в виде вертикальной пластины или усеченного конуса, по внутренней поверхности которых стекает упариваемый раствор, а снаружи происходит обогрев паром.

На распределительное устройство подавали воду, предварительно нагретую до температуры насыщения  $T_s$ . Расход исходной воды контролировали ротаметром. Неиспарившуюся воду и конденсат пара собирали в мерные баки. Аппарат обогревали паром, температуру которого измеряли термометром и дополнительно рассчитывали по давлению. Конденсат греющего пара также собирали в мерную емкость.

Эксперименты проводили при изменении расхода в пределах  $Q = (7 \div 25) \cdot 10^{-5}$  м<sup>3</sup>/с и полезной разности температур  $\Delta T = T_s - T_a = -5 \dots -25$  К.

Результаты экспериментов использовали для корректировки уравнений модели течения и теплообмена на стекающей и испаряющейся пленки в конфузоре.

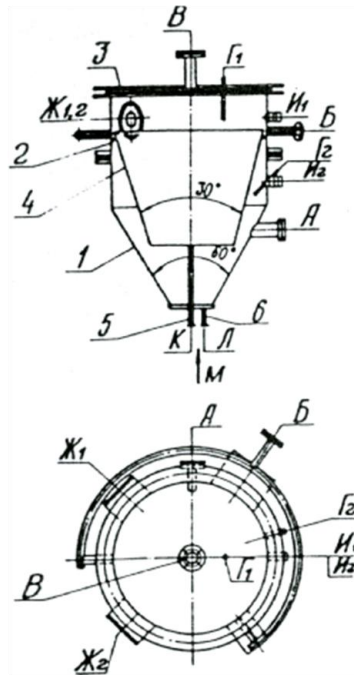


Рисунок 1 – Экспериментальный выпарной аппарат пленочного типа с конусным теплообменным элементом  
Угол при вершине конуса 30°: 1 – коническая часть корпуса; 2 – цилиндрическая часть корпуса; 3 – крышка; 4 – теплообменный элемент; 5 – труба для слива упаренного раствора; 6 – труба для слива конденсата греющего пара

### Математическая модель

Описывать течение будем в биконических координатах, вершина которых совпадает с вершиной конуса (рис. 4), и определяемых преобразованием [10]

$$\begin{aligned} Z' &= R \cdot \cos \alpha + X \cdot \sin \alpha, \\ y' &= (R \cdot \cos \alpha - X \cdot \sin \alpha) \cdot \sin \varphi = \Omega \cdot \sin \varphi, \\ x' &= (R \cdot \sin \alpha - X \cdot \cos \alpha) \cdot \cos \varphi = \Omega \cdot \cos \varphi. \end{aligned} \quad (1)$$



Рисунок 2 – Общий вид экспериментальной выпарной установки

Вычисляя коэффициенты Ляме  $H_x = 1$ ,  $H_R = 1$ ,  $H_\varphi = \Omega$  и учитывая, что в пределах изменения  $\Delta T$  физические свойства воды можно считать постоянными, запишем согласно [11] уравнения движения, неразрывности и теплообмена.

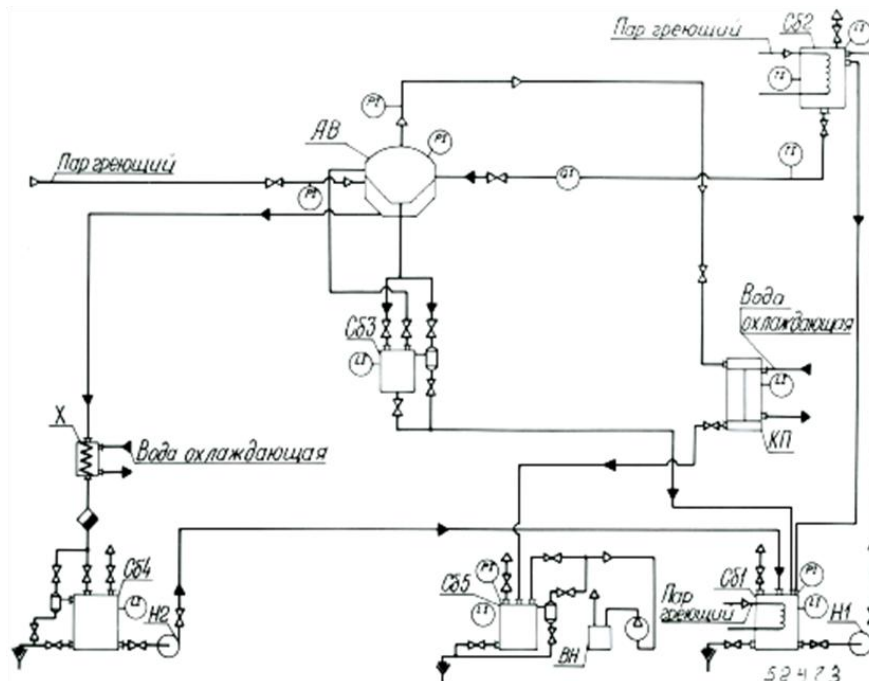


Рисунок 3 – Схема экспериментальной выпарной установки для исследования конусного теплообменного элемента:

- АВ – выпарной аппарат; Сб1 – бак приготовления исходного раствора;
- Сб 2 – бак исходного раствора; Сб 3 – бак сбора упаренного раствора;
- Сб 4 – бак сбора конденсата греющего пара; КП – конденсатор; Х – холодильник;
- Н1, Н2 – насос, ВН – вакуумный насос

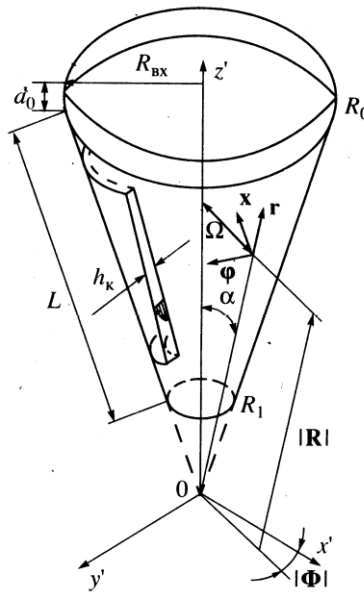


Рисунок 4 – Схема течения пленки жидкости

Уравнение неразрывности для аксиальносимметричного течения имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial R} \cdot (\Omega \cdot V_R) + \frac{\partial}{\partial X} \cdot (\Omega \cdot V_X) = 0. \quad (2)$$

Отсюда находим  $V_x = \frac{2 \cdot V_R \cdot h}{R}$ . Оценку такого же порядка получаем, используя кинематическое условие на свободной границе. Таким образом, можно считать  $V_x = 0(V_R)$ .

Тогда, используя безразмерные переменные и параметры

$$\xi = \frac{R}{d}; \quad \xi_0 = \frac{R_0}{d}; \quad \chi = \frac{X}{d}; \quad d = 4 \cdot h_0; \quad h_0 = \left[ \frac{3 \cdot \mu \cdot Q}{\pi \cdot \rho \cdot g \cdot R_0 \cdot \sin 2\alpha} \right]^{1/3};$$

$$v_\xi = \frac{V_R}{V_0}; \quad v_\chi = \frac{V_X}{V_0}; \quad V_0 = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot R_0 \cdot h_0 \sin \alpha}; \quad \Theta = \frac{(T - T_a)}{\Delta T}; \quad Re_0 = \frac{\rho \cdot V_0 \cdot d}{\mu};$$

$$Fr = \frac{V_0^2}{g \cdot d}; \quad \delta = \frac{h}{d}; \quad Bi = \frac{K \cdot d}{\lambda_{жс}}; \quad \Delta T = T_s - T_a; \quad Pe = \frac{V_0 \cdot d}{a},$$

запишем уравнения движения и теплообмена в виде

$$Re \left( v_\xi \cdot \frac{\partial v_\xi}{\partial \chi} + v_\chi \cdot \frac{\partial v_\chi}{\partial \chi} \right) = \frac{\partial^2 v_\xi}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{\partial}{\partial \chi} \cdot \left( \sigma \cdot \frac{\partial v_\xi}{\partial \chi} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \cdot \left( \frac{\sin \alpha}{\sigma} \cdot v_\xi \right) + \frac{Re}{Fr} \cdot \cos \alpha, \quad (3)$$

$$v_\xi \cdot \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} + v_\chi \cdot \frac{\partial \Theta}{\partial \chi} = \frac{1}{Pe} \cdot \left[ \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{\partial}{\partial \chi} \cdot \left( \sigma \cdot \frac{\partial \Theta}{\partial \chi} \right) \right], \quad (4)$$

где  $\sigma = \xi \cdot \sin \alpha - \chi \cdot \cos \alpha$ .

Оценим члены уравнений (3), (4). Для  $Q = (7 \div 25) \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{с}$  характерный продольный размер  $\Delta \zeta = R_o/d \sim 10^3$ , поперечный размер  $\Delta \chi = \delta_o \sim 0,25$ ,  $Re \approx 10^2 \div 10^3$ ,  $Pe = 200 \div 3000$ . Левая часть (3) имеет порядок  $\leq V_\xi$ . В правой части  $\frac{\partial^2 V_\xi}{\partial \xi^2} \sim 10^{-6} V_\xi$ , второй член  $\sim 20 \cdot V_\xi$ , третий член  $\sim 10^{-6} \cdot V_\xi$ ,

$$\frac{Re}{Fr} = \frac{\rho \cdot g \cdot d}{\mu \cdot V_0} = \frac{48}{\cos \alpha}, \quad (5)$$

Левая часть равна  $\sim 10^{-3}$ , первый член правой части (4) имеет порядок  $\sim 10^{-9}$ , второй –  $\sim 10^{-1}$ .

Заметим, что при наличии распределительного переливного устройства на теплообменную часть пленка поступает уже со сформированным профилем скорости, так как в нашем случае  $L_H \sim 20 \cdot h \cdot Re \approx 0,05 \text{ м}$ .

С учетом полученных оценок уравнения (3), (4) запишем в виде

$$\frac{1}{\sigma} \cdot \frac{\partial}{\partial \chi} \cdot \left( \sigma \cdot \frac{\partial v_\xi}{\partial \chi} \right) + 48 = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial \chi} \cdot \left( \sigma \cdot \frac{\partial \Theta}{\partial \chi} \right) = 0, \quad (7)$$

граничные условия следующие:

$$v = 0; \quad \frac{\partial \Theta}{\partial \chi} = Bi \cdot \Theta; \quad (8)$$

$$\frac{\partial v}{\partial \chi} = 0; \quad \Theta = 1; \quad \chi = \sigma. \quad (9)$$

Граничное условие третьего рода (8) для  $\Theta$  выбрано как наиболее близкое приближение к условию сопряжения и позволяющее учесть термическое сопротивление стенки конфузора. Отметим, что зависимость в (6), (7) от продольной координаты  $\zeta$  не является характеристикой пространственно неустановившегося конвективного теплообмена, а описывает влияние кривизны поверхности теплообмена на распределение скорости и температуры в пленке для каждого сечения по  $\zeta$ .

Получим решение (6) с условиями (8), (9)

$$v = 24 \cdot \xi \cdot \text{tg} \alpha \cdot \left[ \chi \cdot \left( 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\chi}{\xi} \cdot \text{ctg} \alpha \right) + \xi \cdot \text{tg} \alpha \cdot \left( 1 - \frac{\delta}{\xi} \cdot \text{ctg} \alpha \right)^2 \cdot \ln \left( 1 - \frac{\chi}{\xi} \cdot \text{ctg} \alpha \right) \right]. \quad (10)$$

Поскольку в рассматриваемых здесь случаях течения выполняются соотношения,

$$\left( \frac{\chi}{\xi} \right) \cdot \text{ctg} \alpha \leq \left( \frac{\delta}{\xi} \right) \cdot \text{ctg} \alpha = \left( \frac{h}{R} \right) \cdot \cos \alpha < 1,$$

раскладывая логарифмическую функцию в (10) в ряд Тейлора по малому периметру, и, используя теорему о значимости остатка сходящегося степенного ряда, получим

$$v = 24 \cdot \delta^2 \cdot \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\chi}{\delta} \right)^2 \right] + O \cdot \left[ 24 \cdot \frac{\chi \cdot \delta^2}{\xi} \cdot \left( \frac{\chi}{\delta} - 1 \right) \right] \approx 24 \cdot \delta^2 \cdot \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\chi}{\delta} \right)^2 \right]. \quad (11)$$

Решение (6) с условиями (8), (9) имеет вид

$$\Theta = \frac{\left[ \frac{\text{ctg} \alpha}{\xi} - \text{Bi} \cdot \ln \left( 1 - \frac{\chi}{\xi} \cdot \text{ctg} \alpha \right) \right]}{\left[ \frac{\text{ctg} \alpha}{\xi} - \text{Bi} \cdot \ln \left( 1 - \frac{\delta}{\xi} \cdot \text{ctg} \alpha \right) \right]}, \quad (12)$$

или, раскладывая логарифмы в ряд по малому параметру, получим

$$\Theta = \frac{1 + \text{Bi} \cdot \chi}{1 + \text{Bi} \cdot \delta}. \quad (13)$$

При известном распределении  $\Theta$  можно найти выражение для локального числа  $\overline{Nu}$ , которое определим как производную от безразмерной температуры по поперечной координате. Локальное число будет зависеть от числа  $Bi$  вследствие того, что тепловой поток определяется распределением температуры в пленке и термическим сопротивлением стенки конфузора.

$$\text{Nu} = -\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial X} \Big|_{\chi=0} \cdot \frac{d}{\Delta T \cdot \lambda} = \left( \frac{\partial \Theta}{\partial \chi} \right) \Big|_{\chi=0} = \text{Bi} \times Q \Big|_{\chi=0} = \frac{\text{Bi}}{1 + \text{Bi} \times d}, \quad (14)$$

Для определения коэффициента теплопередачи, входящего в выражение для вычисления числа  $Bi$ , решим уравнение (7) с граничными условиями первого рода

$$\Theta = \Theta_1; \quad \chi = 0; \quad \Theta = 1; \quad \chi = \delta_k = \frac{h_k}{d}.$$

В результате получим

$$\Theta = \Theta_1 - (\Theta_1 - 1) \cdot \frac{\ln \left( 1 - \frac{\chi}{\xi} \cdot \text{ctg} \alpha \right)}{\ln \left( 1 - \frac{\delta_k}{\xi} \cdot \text{ctg} \alpha \right)} =$$

$$\Theta_1 - (\Theta_1 - 1) \cdot \frac{-\frac{\chi}{\xi} \cdot \text{ctg} \alpha - O \cdot \left[ \left( \frac{\chi}{\xi} \cdot \text{ctg} \alpha \right)^2 \right]}{-\frac{\delta_k}{\xi} \cdot \text{ctg} \alpha - O \cdot \left[ \left( \frac{\delta_k}{\xi} \cdot \text{ctg} \alpha \right)^2 \right]} \approx \Theta_1 - (\Theta_1 - 1) \cdot \delta_k,$$

что позволяет для вычисления коэффициента теплопередачи использовать выражение  $K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{h_k}{\lambda_k}}$ , где

коэффициент  $\alpha_1$ , оцененный по количеству конденсата греющего пара, для конуса с  $2\alpha = 60^\circ$  составляет  $\sim 1,1 \cdot 10^4$  Вт/(м<sup>2</sup>·К) и для конуса с  $2\alpha = 30, 45^\circ$  равен  $\sim (1,8 \div 2,1) \cdot 10^4$  Вт/(м<sup>2</sup>·К).

Выражение для расчета толщины пленки получим с помощью уравнения неразрывности, записанного для течения пленки в конфузоре с учетом фазового превращения на свободной границе

$$-\Delta H \cdot \rho \cdot \frac{dQ}{dR} = 2 \cdot \pi \cdot \sin \alpha \cdot \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial X} \Big|_{\chi=0},$$

или в безразмерном виде

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \cdot \left( \xi \cdot \int_0^{\delta} v_{\xi} \cdot d\chi \right) = -\xi \cdot \frac{\text{Ste}}{\text{Pe}} \cdot \left( \frac{\partial \Theta}{\partial \chi} \right) \Big|_{\chi=0}. \quad (15)$$

Подставляя (11) и (13) в (15) и используя замену  $l = \xi_0 - \xi$ , получим уравнение, определяющее толщину пленки

$$\frac{d\delta}{dl} = \frac{1}{48 \cdot \delta^2} \cdot \frac{Ste}{Pe} \times Nu + \frac{\delta}{3 \cdot (\xi_0 - 1)}, \quad (16)$$

с начальным условием  $\delta = 0,25$  при  $l = 0 (\xi = \xi_0)$ .

Первый член в правой части (16) описывает уменьшение толщины пленки за счет испарения ( $Ste < 0$ ), а второй – увеличение толщины из-за уменьшения смоченного периметра вдоль течения.

Из (16) следует, что характер изменения  $\delta$ , а следовательно и всего процесса, зависит от безразмерного комплекса  $\frac{Ste}{Pe} = \frac{(\lambda \Delta T / d) / \Delta H}{V_0 H}$ , т.е. от отношения характерной скорости фазового превращения к начальной массовой скорости жидкости  $V_0 \rho$  и величине  $\xi_0$ . Заметим, что комплекс  $\frac{Ste \cdot Nu}{Pe} = \frac{\Delta T \cdot \alpha_2}{\Delta H \cdot V_0 \cdot \rho}$

является модифицированным числом Кутателадзе, показывающим отношение локальной скорости фазового перехода к начальной массовой скорости жидкости.

На характер теплообмена оказывает существенное влияние образование поверхностных волн на пленке. Для учета этих эффектов последуюем методу Баттеруорта, который для определения локального волнового числа Нуссельта использует корректирующий множитель Зозули [5, 15]

$$Nu_B = Nu \cdot 0,8 \cdot \left( \frac{Re}{4} \right)^{0,11}, \quad (17)$$

Определим локальное число  $Re = \frac{\rho \cdot \vec{V} \cdot d}{\mu} = \frac{\rho \cdot V_0 \cdot \bar{v} \cdot 4 \cdot h}{\mu} = 4 \cdot Re_0 \cdot \bar{v} \cdot \delta$ , где

$$\bar{v} = \frac{1}{\delta} \cdot \int_0^\delta v_\xi \cdot d\xi = 16 \cdot \delta^2, \quad (18)$$

тогда

$$Re = 64 \cdot Re_0 \cdot \delta^3. \quad (19)$$

Влияние волнообразования на испарение пленки при разных значениях угла раскрытия конфузора, расхода исходной жидкости и исходной разности температур выясняли, сопоставляя значения удельного паросъема  $W$ , полученные с помощью численного интегрирования (16) при числе Нуссельта определяемом выражениями (14) и (17), с экспериментальными данными.

Для того, чтобы найти  $W$ , запишем выражение для размерного расхода жидкости в зависимости от  $\xi$

$$Q = 2 \cdot \pi \cdot \xi \cdot d^2 \cdot \sin \alpha \cdot V_0 \cdot \int_0^\delta v_\xi \cdot d\xi = 32 \cdot \pi \cdot \sin \alpha \cdot d^2 \cdot V_0 \cdot \xi \cdot \delta^3, \quad (20)$$

тогда

$$W = \frac{\rho \cdot (Q_0 - Q_1)}{\pi \cdot L \cdot (R_0 - R_1) \cdot \sin \alpha} = \frac{\rho \cdot V_0 \cdot (1 - 64 \cdot \varepsilon_0 \delta_1^3)}{2 \cdot \xi_0 \cdot (1 - \varepsilon_0^2)}, \quad (21)$$

где  $\varepsilon_0 = \frac{\xi_1}{\xi_0} = \frac{R_1}{R_0}$ .

Сравнение экспериментальных и расчетных значений  $W$  показывает удовлетворительное совпадение результатов для  $2\alpha = 30, 45^\circ$  и локального числа  $Nu$ , вычисленного по (17), как для переменного расхода и  $\Delta T = \text{const}$ , (рис. 5) так и при изменении  $\Delta T$ , а  $Q = \text{const}$  (рис. 3). В обоих случаях среднее квадратичное отклонение расчетных значений от экспериментальных данных составляет  $\sim 7\%$ . Если число  $Nu$  вычис-

лять по (14), отклонение составляет ~ 50 %. Для  $2\alpha = 60^\circ$  удовлетворительное совпадение наблюдается при расчете числа  $\overline{Nu}$  по (14) средне-квадратичное отклонение в этом случае ~ 12 %.

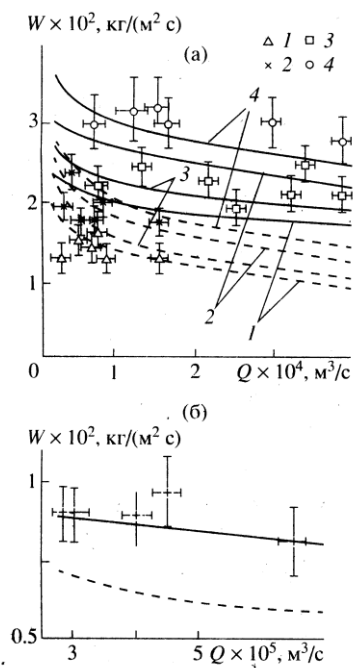


Рисунок 5 – Зависимость удельного паросъема от расхода жидкости

При расчете  $\overline{Nu}$  по (17) среднеквадратичное отклонение равно ~ 40 %. Таким образом при увеличении угла раскрытия конфузора влияние волновых процессов на испарение уменьшается, что согласуется с данным [6–8]. Возможно, здесь наблюдаем явление, аналогичное описанному в уменьшении волнового числа Рейнольдса у изотермической пленки, текущей по наклонной плоской поверхности при уменьшении угла наклона плоскости к горизонту  $Re_B = \frac{10}{3} \cdot ctg \gamma$ . Аналогичный результат получен в [17] для испаряющихся пленок жидкости на наклонной поверхности  $Re_B = \frac{ctg \lambda}{\frac{6}{5} + \frac{2}{3} \cdot \beta}$ , где  $\beta$  – квадратичная функция

теплового потока. Точки – экспериментальные данные (доверительная область 95 %)

При визуальном наблюдении течения пленки по необогреваемой поверхности конфузоров отчетливо видна развитая волновая поверхность в конфузорах с углом раскрытия  $2\alpha < 45^\circ$ , чем при  $2\alpha = 60^\circ$ . Поэтому предполагаем, что влияние волн на теплообмен до  $\alpha \leq 25^\circ$  существенно и его следует учитывать; при  $\alpha > 25^\circ$  рассчитывать число  $\overline{Nu}$  будем по (17).

В качестве примера рассмотрим течение и испарение тонкой пленки воды в конфузорах с углом раскрытия  $60$  и  $45^\circ$  для  $Q = 1,5 \cdot 10^{-5}$  м<sup>3</sup>/с, что для  $2\alpha = 60^\circ$  соответствует  $Re = 209,4$ ;  $Bi \approx 6,1$ ;  $\zeta_o = 1405$  и для  $2\alpha = 45^\circ$  -  $Bi \approx 5,98$ ;  $\zeta_o = 1875$  при различных значениях  $Ste$ .

В случае  $Ste = 0$  для любых  $\alpha$  толщина пленки возрастает вдоль течения согласно

$$\delta = 0,25 \cdot \left( \frac{\xi}{\xi} \right)^{1/3} = 0,25 \cdot \xi^{1/3}, \quad (22)$$

что приводит к уменьшению числа  $\overline{Nu}$  (рис. 4), а средняя скорость  $v = 16 \cdot \delta^2$  и локальное число Рейнольдса (19) (рис. 5, 6) только увеличиваются вдоль течения. Когда температура греющего пара повышает температуру насыщения  $Ste < 0$ , испарение пленки приводит к уменьшению локального расхода и замедлению роста  $\delta$ . При малых абсолютных значениях  $|Ste|$  число  $\overline{Nu}$  уменьшается вдоль течения, а,



значит снижается и тепловой поток через пленку, и, как следствие, уменьшается локальное отношение потока испарившейся жидкости к потоку жидкости в пленке характеризующее интенсивность испарения (рис. 6).

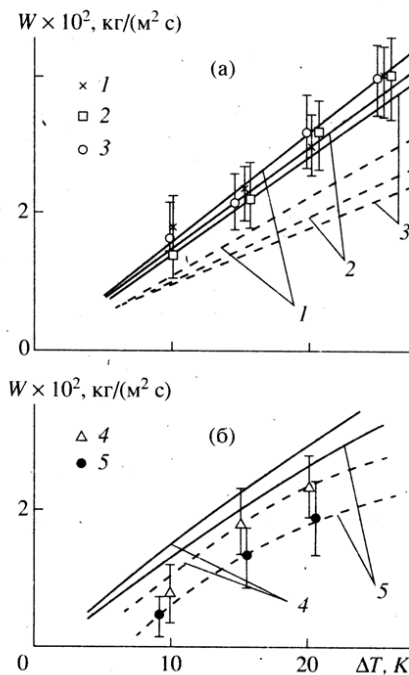


Рисунок 6 – Зависимость удельного паросъема от  $\Delta T$  при  $2\alpha = 45$  (а),  $60$  (б) град.;  
 $Q = 7,0 \cdot 10^{-5}$  (1),  $1,2 \cdot 10^{-4}$  (2),  $1,5 \cdot 10^{-4}$  (3),  $3,3 \cdot 10^{-4}$  (5)  $\text{м}^3/\text{с}$

При уменьшении параметра  $Ste$  достигается диапазон значений  $Ste$ , в пределах которого зависимость  $\delta(l)$  немонотонна (рис. 7) вследствие того, что на некотором расстоянии от входа в конфузор увеличение толщины пленки за счет уменьшения смачиваемого периметра начинает преобладать над испарением.

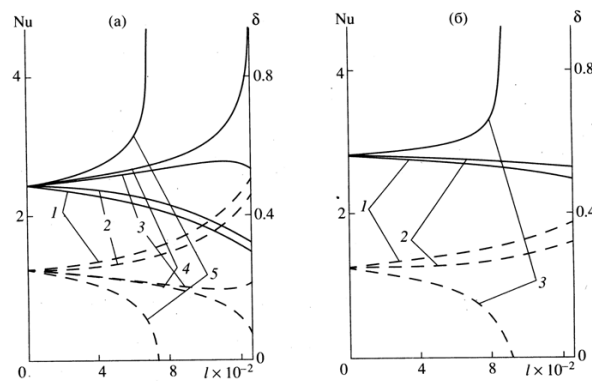


Рисунок 7 – Зависимость числа  $Nu$  (сплошные линии) и толщины пленки  $\delta$  (пунктирные линии) от  $l$  при  $2\alpha = 60$  (а),  $45$  (б) град.;  $Ste = 0$  (1),  $-9,12 \cdot 10^{-3}$  (2),  $-2,73 \cdot 10^{-2}$  (3),  $2,87 \cdot 10^{-2}$  (5).  
 Линии, точки – то же, что на рис. 2,3

$$\frac{q_e}{q_v} = \frac{\left( \frac{-2 \cdot \pi \cdot R \cdot \sin \alpha \cdot \lambda \cdot \frac{dT}{dX} \cdot dR}{\Delta H} \right)}{\frac{\rho \cdot Q}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot h \cdot \sin \alpha}} = \frac{Ste \cdot Nu}{16 \cdot Pe \cdot \delta^2} \quad (23)$$

Зависимость  $\bar{v}(l)$  и  $Re(l)$  также немонотонны, но имеют минимум в области наименьшего значения  $\delta$  (рис. 8, 9). Зависимость локального числа  $Nu$  от  $l$  также немонотонна и имеет максимум при наименьшем  $\delta$ . Аналогичный вид получен для зависимости интенсивности испарения (рис. 9).

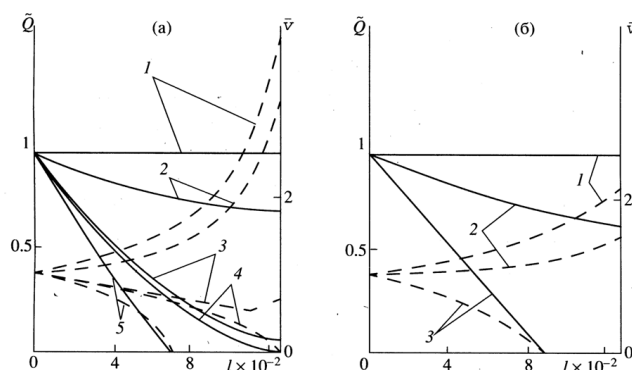


Рисунок 8 – Зависимость  $Q = \bar{Q}/Q_o$  (сплошные линии) и  $v$  (пунктирные линии) от  $l$  при  $2\alpha = 60$  (а),  $45$  (б) град. Линии 1-5 то же, что на рис. 7

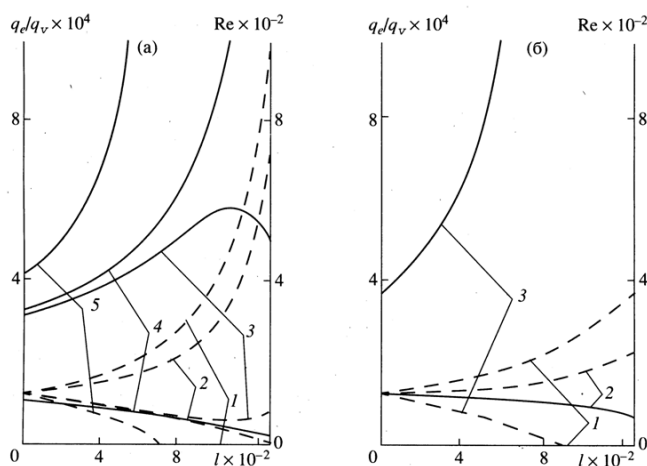


Рисунок 9 – Зависимость  $q_w/q_w0$  (сплошные линии) и числа  $Re$  (пунктирные линии) от  $l$  при  $2\alpha = 60$  (а),  $45$  (б) град. Линии 1-5 то же, что на рис. 7

При дальнейшем снижении  $Ste$  уменьшение толщины пленки за счет испарения уже не будет компенсироваться уменьшением смачиваемого периметра и, начиная с некоторого значения  $Ste$ , пленка должна полностью испариться (рис. 7). В тех случаях, когда длина пути испарения находилась в пределах поверхности конуса, экспериментально наблюдали появление устойчивых сухих пятен или полное высыхание пленки. Следует отметить, что рассматриваемая модель не учитывает всей глубины процессов разрыва сплошности и высыхания текущей пленки жидкости [18].

Скорость во всех рассматриваемых случаях имеет параболическое распределение по  $\chi$  (14) и ее максимальное значение определяется толщиной пленки (рис. 10)  $v_{max} = 1,5 \cdot \bar{v} = 24 \cdot \delta^2$ .

В конфузоре с углом раскрытия  $2\alpha = 45^\circ$  толщина пленки начинает уменьшаться при меньших значениях  $|Ste|$ , и высыхает пленка при меньших  $|Ste|$  (рис. 4), что связано как с большей интенсивностью теплообмена за счет волнообразования, так и с большей поверхностью нагревания.

При расчете теплообменного оборудования, как правило, используют среднее число Нуссельта, которое в данном случае определяется следующим образом:

$$\bar{Nu} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \sin \alpha \int_{\xi_1}^{\xi_0} Nu \cdot \xi \cdot d\xi}{\pi \cdot (\xi_0 - \xi_1) \cdot (\xi_0 + \xi_1) \cdot \sin \alpha} = \frac{2}{\xi_0^2 - \xi_1^2} \cdot \int_{\xi_1}^{\xi_0} Nu \cdot \xi \cdot d\xi. \quad (24)$$

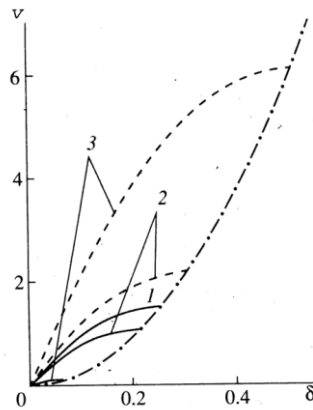


Рисунок 10 – Распределение  $v$  по толщине пленки при  $2\alpha = 60^\circ$ ;  $\xi_0 = 0(1), 600(2), 1233(3)$ ;  $Ste = 0$  (пунктирная линия),  $-2,87 \cdot 10^{-2}$  (сплошная линия);  $v_{max} = 24 \cdot \delta_o^2$  (штрихпунктирная линия)

Если течение происходит без испарения в условиях стабилизированного теплообмена, тогда из (22) и (24) получим

$$Nu_T = \frac{Bi}{1 + 0,25 \times Bi^{\frac{1}{3}}}. \quad (25)$$

При теплообмене без испарения из (24) и (25) имеем

$$\begin{aligned} \bar{Nu}_T = \frac{Bi}{1 - \varepsilon_0^2} \cdot \left[ 1 - \varepsilon_0^2 - \frac{3}{10} \cdot Bi \cdot \left( 1 - \varepsilon_0^{5/3} \right) + \frac{3}{32} \cdot Bi^2 \cdot \left( 1 - \varepsilon_0^{4/3} \right) - \frac{1}{32} \cdot Bi^3 \cdot (1 - \varepsilon_0) + \frac{3}{256} \cdot Bi^4 \cdot \left( 1 - \varepsilon_0^{2/3} \right) - \right. \\ \left. - \frac{3}{512} \cdot Bi^5 \cdot \left( 1 - \varepsilon_0^{1/3} \right) + \frac{3}{2048} \cdot Bi^6 \cdot \ln \frac{Bi + 4}{Bi + 4 \cdot \varepsilon_0^{1/3}} \right]. \quad (26) \end{aligned}$$

Для того, чтобы получить расчетную зависимость для  $\bar{Nu}$  при испарении, перепишем (15) в виде

$$\frac{d\delta}{d\varepsilon} = \frac{1}{48 \cdot \delta^2} \cdot \xi_0 \cdot \frac{Ste}{Pe} \cdot Nu - \frac{1}{3 \cdot \varepsilon}, \quad (27)$$

где  $\varepsilon$  изменяется от 1 до  $\varepsilon_0$ .

Как видно из выражений (14), (24), (27), значение среднего по поверхности числа Нуссельта  $\bar{Nu}$  определяется параметрами  $S = \left| \frac{\xi_0 \cdot Ste}{Pe} \right|$ ,  $Bi$  и, как показано ранее, углом  $\alpha$ .

Для определения этой зависимости проведены численные эксперименты с помощью предложенной модели, по результатам которых построены регрессионные зависимости  $\bar{Nu}$  для угла раскрытия конфюзора  $10 < 2 \cdot \alpha < 45$

$$\bar{Nu} = 0,8 \cdot (3,5 - \varepsilon_0) \cdot S^{0,02} \cdot Bi^{0,24} \quad (28)$$

со среднеквадратичным отклонением от эксперимента 12 % для условий, удовлетворяющим полученным выше оценкам. Относительную длину пути испарения в этом случае можно оценить по зависимости

$$\varepsilon_v = 1 - 0,29 \cdot (0,93 - S + 0,32 \cdot S^2 - 0,032 \cdot S^3) \cdot Bi^{-0,047} \quad (29)$$

с точностью до 20 %.

Для конфузора  $45 < 2 \cdot \alpha < 100$  имеем

$$\bar{Nu} = 3,51 \cdot \left[ \varepsilon_0 - 0,1536 + 0,83 \cdot (1 - \varepsilon_0)^2 \right] \cdot S^{0,05} \cdot Bi^{0,115}, \quad (30)$$

с точностью до 14 %.

Относительная длина пути испарения равна

$$\varepsilon_v = 1 - 1,4 \cdot \left( 0,48 - S + 0,68 \cdot S^2 - 0,1 \cdot S^3 \right) \cdot Bi^{-0,02}, \quad (31)$$

с точностью до 20%.

Получены также регрессионные зависимости для широкого диапазона углов раскрытия конфузора  $10 < 2 \cdot \alpha < 100$

$$\bar{Nu} = 2,51 \cdot \left[ \varepsilon_0 - 0,056 + 3 \cdot (1 - \varepsilon_0)^2 - 2,41 \cdot (1 - \varepsilon_0)^3 \right] \cdot S^{0,024} \cdot Bi^{0,224} \cdot (\cos \alpha)^{0,383} \quad (32)$$

со среднеквадратичным относительным отклонением 16 % и для относительной длины пути испарения

$$\varepsilon_v = 1 - 1,35 \cdot \left( 0,48 - S + 0,8 \cdot S^2 - 0,23 \cdot S^3 + 0,02 \cdot S^4 \right) \cdot Bi^{-0,0432}, \quad (33)$$

с точностью до 25 %.

Выражения для  $\bar{Nu}$  справедливы в пределах изменения параметров  $0,01 < S < 0,6$ ,  $1 \leq Bi \leq 120$ ; для  $\varepsilon_v$  –  $0,1 \leq S \leq 5$ ,  $1 \leq Bi \leq 120$ . Выражения для расчета  $\bar{Nu}$  можно использовать только в тех случаях, когда  $\varepsilon_v < \varepsilon_0$ .

### Заключение

Для изучения течения и испарения жидкости в конфузоре проведена серия экспериментов и создана математическая модель процесса. Эксперименты проведены на конфузорах, выполненных из стальных листов с различными углами раскрытия, для разных расходов жидкости и разных температурных напоров. Для моделирования процесса, в уравнениях движения и теплообмена, записанных в биконических координатах, сделаны оценки членов в уравнениях, что позволило упростить их и проинтегрировать. В результате получены распределения температуры и скорости в пленке. Дифференциальное уравнение для распределения толщины пленки вдоль конфузора получено из условия баланса жидкости и условия Стефана на границе. Влияние волнообразования на испарение учитывалось с помощью корректирующего множителя Зозули. Сравнение с экспериментом показали, что влияние волн на испарение существенно только до угла раскрытия  $50^\circ$ , а для больших углов им можно пренебречь. Получены расчетные выражения среднего по поверхности конфузора числа Нуссельта и длины пути испарения от параметров задачи, расчет по которым дает хорошее согласие с экспериментом.

### Принятые обозначения

$a$  – коэффициент температуропроводности,  $\text{м}^2/\text{с}$ ;  $c$  – удельная теплоемкость,  $\text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$ ;  $d$  – эквивалентный диаметр, м;  $g$  – ускорение свободного падения,  $\text{м}^2/\text{с}^2$ ;  $h$  – толщина пленки, м;  $h_k$  – толщина стенки конфузора, м;  $\Delta H$  – теплота фазового перехода,  $\text{Дж}/\text{кг}$ ;  $K$  – коэффициент теплопередачи,  $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ ;  $L_n$  – длина начального гидродинамического участка, м;  $Q$  – расход жидкости,  $\text{м}^3/\text{с}$ ;  $Q = Q/Q_0 = 16 \cdot (1 - 1/\xi_0) (\delta^3/\delta_0)$ ;  $q_e$  – расход испарившейся жидкости,  $\text{кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$ ;  $q_v$  – расход жидкости в пленке,  $\text{кг}/\text{м}^2 \cdot \text{с}$ ;  $T$  – температура, К;  $V$  – скорость, м/с;  $W$  – удельный паросъем,  $\text{кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$ ;  $x, y, z$  – декартова система координат, м;  $2\alpha$  – угол раскрытия конфузора, рад;  $a_1, a_2$  – коэффициенты теплоотдачи,  $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ ;  $\varepsilon = \xi/\xi_0$ ;  $\varepsilon_v$  – относительная длина пути испарения;  $\gamma$  – угол наклона плоскости к горизонту, рад;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности,  $\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ ;  $\mu$  – динамический коэффициент вязкости, Па·с;  $\rho$  – плотность,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ;  $\varphi$  – азимутальная координата в биконической системе координат, рад;  $Bi = \frac{K \cdot d}{\lambda_{жк}}$  – число Био;  $Fr = \frac{V_0^2}{g \cdot d}$  – число Фруда;

$Nu = \left( \frac{\Theta}{\chi} \Big|_{\chi=0} \right)$  – число Нуссельта;  $Pe = \frac{V_0 \cdot d}{a}$  – число Пекле;  $Ste = \frac{c \cdot \Delta T}{\Delta H}$  – число Стефана.

## Індекси

$0$  – вхід в конфузори;  $1$  – вихід з конфузори;  $a$  – оточуюча середина;  $v$  – хвильове течіння плівки;  $ж$  – рідина;  $к$  – конфузори;  $m$  – течіння;  $(R, X, \varphi)$ ,  $(\zeta, \chi, \varphi)$  – біоконічна система координат.

## Література

1. Перцев Л.П., Данилов Ю.Б., Лисиченко С.Б., Кравцов В.В. Розрахунок оптимального теплового і гідродинамічного режимів роботи випарних апаратів плівочного типу з багаторазовим використанням тепла// Хім. Пром-сть. 1990. №8. С. 29.
2. Кутателадзе С.С. Основи теорії теплообміну// М.: Атомиздат. 1979. С. 416.
3. Воронцов Е.Г., Тананайко Ю.М. Теплообмін в рідинних плівках// Київ. Техніка. 1972. С. 196.
4. Гимбутис Г. Теплообмін в гравітаційному течінні плівки рідини// Вільнус. Моксла, 1988. С. 232.
5. Чжунь К.Р., Себан Р.А. Теплодача к испаряющимся жидким плёнкам Теплопередача. 1971.Т.93.№4.С. 71.
6. Те А.М., Сень Л.И. Пленочное течение жидкости по конфузориной поверхности// Изв. СО АН СССР.1983.Т.3.№1 С. 37.
7. Сень Л.И., Те А.М., Цвелодуб О.Ю. Модель плівочного течіння по конфузориной поверхности// Журн. Прикл. механіка в техн. фізиці. 1983.№3. С. 49.
8. Алексеенко С.В., Накоряков В.Е., Покусаев Б.Г. Волновое течіння плінок рідини. Новосибирск: Наука, 1992. С. 256.
9. Хиришбург Р.И., Флоршуте Л.В. Ламинарное течіння волнообразной плівки. Часть 2. Конденсация и испарение// Теплопередача. 1982. Т.104. №3. С. 50.
10. Гольдин А.М., Карамзин В.А. Гідродинамічні основи процесів тонкослойного сепарирования// М.:Агропромиздат, 1985. С. 264.
11. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидродинамика. Ч.2.М.-Л.: Гостехиздат. 1948. С. 612.
12. Cerro R.L., Whitaker S. Entrance region flows with a free surface: the falling liquid film// Chem. Eng. Sci. 1971. V.26. No. 6. p.785.
13. Олвер Ф. Введение в асимптотические методы и специальные функции//М.: Наука, 1978. С. 376.
14. Кутателадзе С.С., Стырикович М.А. Гидравлика газожидкостных систем// М.-Л.: Госэнергоиздат, 1958. С. 232.
15. Баттеруорт Д. Плівочная конденсация чистого пара. Справочник по теплообменникам Т.1// Под ред. Б.С. Петухова, В.К. Шикова. М.: Энергоиздат, 1987. С. 340.

УДК 696.41

Данилов Ю.Б., Ульєв Л.М.

**ТЕОРЕТИЧНІ І ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕПЛОПЕРЕДАЧІ ТА КИПІННЯ  
У ВИПАРНИХ АПАРАТАХ ІЗ СТИКАЮЧОЮ ПЛІВКОЮ**

Побудована математична модель течії і випаровування тонкої плівки рідини в круглому конфузори. Модель відрекоректована за допомогою експериментів, проведених на конічних випарниках із різними кутами розчину. Дослідження моделі дозволяє одержати розподіли товщини плівки, швидкості, температури, локального числа Нуссельта і інших величин, що характеризує течію і випаровування плівки. За допомогою статистичної обробки чисельних експериментів побудовані регресійні залежності середнього по поверхні конфузори числа і відносної довжини шляху випаровування від параметрів задачі.

Danilov Yu.B., Ulyev L.M

**THEORETICAL AND EXPERIMENTAL INVESTIGATIONS HEAT TRANSFER  
AND EVAPORATION IN VAPORIZERS WITH FLOW FILM**

The mathematical model for that transfer with liquid film evaporation in the circle confuser was created in the paper. It was shown that the created model fit to experimental data. The equations for calculate of liquid film thickness, velocity, temperature, local and average Nusselt number.