УДК: 681.5.033

Подустов М.А., Бобух А.А., Ковалёв Д.А.

АЛГОРИТМ ПСЕВДООПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

Введение

Одной из задач, возникающих при проектировании компьютерно-интегрированных систем управления технологическими процессами (КИСУ ТП) [1] непрерывных динамических систем, является разработка достаточно простых и удобных для вычисления алгоритмов управления такими системами. Это связано в первую очередь с тем, что решение задачи управления в традиционной постановке и общепринятыми методами приводит к сложным вычислительным процедурам, не пригодным для управления в реальном масштабе времени. Поэтому определенный интерес представляют в настоящее время различные псевдооптимальные алгоритмы управления, позволяющие упростить процесс управления без ощутимой потери его качества.

Цель работы

Разработка алгоритма псевдооптимального управления, который позволит снизить себестоимость выходного продукта управляемой динамической нелинейной системы при заданном его качестве.

Основная часть

Рассмотрим задачу управления некоторой, в общем случае нелинейной, динамической системой с двумя выходами, находящейся в режиме нормального функционирования. Такую систему, без ограничения общности для полученных далее результатов, можно описать, в предположении малых отклонений от режима нормального функционирования, линейными разностными уравнениями с постоянными коэффициентами:

$$x(k+1) = a^T X(k) + b^T U(k) + q^T G(k), \tag{1}$$

$$y(k+1) = h^T Y(k) + d^T U(k) + e^T G(k), \tag{2}$$

где $X(k) = \begin{pmatrix} x(k) \\ x(k-1) \\ \vdots \\ x(k-n+1) \end{pmatrix}$, $Y(k) = \begin{pmatrix} y(k) \\ y(k-1) \\ \vdots \\ y(k-f+1) \end{pmatrix}$, $U(k) = \begin{pmatrix} u_1(k) \\ u_2(k) \\ \vdots \\ u_l(k) \end{pmatrix}$, $G(k) = \begin{pmatrix} g_1(k) \\ g_2(k) \\ \vdots \\ g_m(k) \end{pmatrix}$;

$X(k)$ и $Y(k)$ – векторы выхода системы $n \times I$ и $f \times I$ соответственно; $U(k)$ – вектор управлений системой $l \times I$; $G(k)$ – вектор возмущений, действующих на систему $m \times I$; $a^T, b^T, q^T, h^T, d^T, e^T$ – транспонированные векторы коэффициентов, которые получены в результате идентификации исследуемой системы, как это рассмотрено в [2–4], и размерности которых, равны, соответственно $I \times n$, $I \times f$, $I \times l$, $I \times m$.

Положим, что задана диагональная матрица стоимости управляющих воздействий:

$$C = S^T I = \begin{pmatrix} c_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & c_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & c_{ll} \end{pmatrix}, \tag{3}$$

где S^T – транспонированный вектор стоимости управляющих воздействий $l \times I$; I – единичная матрица.

Теперь, при заданной матрице стоимости управляющих воздействий (3), можно определить задачу управления динамической системой (1), (2) как задачу стабилизации на заданном уровне величин $x(k+1)$ и $y(k+1)$, характеризующих «качество» выходного продукта, при минимуме затрат на изменение управляющих воздействий U, то есть необходимо минимизировать критерий:

$$I = \Delta U^T C \Delta U \text{, где } \Delta U = U(k) - U(k-1) \tag{4}$$

при ограничениях в виде равенств:

$$\begin{aligned} \Delta x = x_0 - x(k) = x(k+1) - x(k) = \\ = a^T \left(X(k) - X(k-1) \right) + b^T \left(U(k) - U(k-1) \right) + q^T \left(G(k) - G(k-1) \right) = \\ = a^T \Delta X + b^T \Delta U + q^T \Delta G, \end{aligned} \tag{5}$$

где $\Delta X = X(k) - X(k-1)$, $\Delta G = G(k) - G(k-1)$; x_0 – заданное «качество» выхода x.

Аналогично получаем

$$\Delta y = y_0 - y(k) = h^T \Delta Y + d^T \Delta U + e^T \Delta G, \tag{6}$$

где $\Delta Y = Y(k) - Y(k-1)$; y_0 – заданное «качество» выхода y.

Решение задачи управления в приведенной выше постановке стремится к оптимальному при условии малых отклонений от режима нормального функционирования управляемой динамической системы. Минимизация критерия (4) должна обеспечить снижение себестоимости выходного продукта по сравнению с традиционными методами автоматического управления, так как критерий (4) зависит от стоимости входных управляющих воздействий, которые для рассматриваемых динамических систем являются материальными потоками.

Воспользуемся для решения сформулированной задачи оптимизации с ограничениями в виде равенств методом неопределенных множителей Лагранжа [3]. Сформируем функцию F:

$$F = \Delta U^T C \Delta U + \lambda_1 (\Delta x - a^T \Delta X - b^T \Delta U - q^T \Delta G) + \lambda_2 (\Delta y - h^T \Delta Y - d^T \Delta U - e^T \Delta G), \tag{7}$$

Условиями наличия экстремума функции F являются:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial F}{\partial \Delta U} = 2C\Delta U - \lambda_1 b - \lambda_2 d = 0 \\ \dfrac{\partial F}{\partial \lambda_1} = \Delta x - a^T \Delta X - b^T \Delta U - q^T \Delta G = 0 \;, \\ \dfrac{\partial F}{\partial \lambda_2} = \Delta y - h^T \Delta Y - d^T \Delta U - e^T \Delta G = 0 \end{cases} \tag{8}$$

Исключая λ_1 и λ_2 из системы уравнений (8), можно получить аналитическое выражение для вычисления ΔU, для которого приведены новые условные обозначения, индексация и наименование параметра k:

$$\begin{aligned} \Delta U = C^{-1}\Bigg(& \frac{\Delta x - a^T \Delta X - q^T \Delta G - \dfrac{k_2}{k_3}(\Delta y - h^T \Delta Y - e^T \Delta G)}{k_1 - \dfrac{k_2^2}{k_3}} \cdot b + \\ & + \frac{\Delta y - h^T \Delta Y - e^T \Delta G - \dfrac{k_2}{k_1}(\Delta x - a^T \Delta X - q^T \Delta G)}{k_3 - \dfrac{k_2^2}{k_1}} \cdot d \Bigg) \end{aligned} \;, \tag{9}$$

где $k_1 = b^T C^{-1} b$, $k_2 = b^T C^{-1} d = d^T C^{-1} b$, $k_3 = d^T C^{-1} d$.

Формула (9) представляет собой рекуррентный алгоритм компенсации отклонения от заданного значения величин выходов динамической системы (1), (2) и в развернутом виде записывается как:

$$U(k) = U(k-1) + \varepsilon \,, \tag{10}$$

где ε – величина компенсации, определяемая правой частью формулы (9).

Аналогично изложенному можно получить рекуррентный алгоритм вычисления $U(k)$ для систем, у которых не два, а большее количество выходов и для которых учитывается динамика управляющих воздействий.

Рассмотрим два практически важных алгоритма управления динамической системой.

Если динамическая система описывается одним уравнением, подобным (1), то есть имеет один выход, алгоритм управления принимает вид:

$$U(k) = U(k-1) + \frac{(\Delta x - a^T \Delta X - q^T \Delta G) \cdot C^{-1} b}{b^T C^{-1} b} \,. \tag{11}$$

Подобный результат можно получить и для динамических систем с одним выходом, у которых учитывается динамика входных управляющих воздействий. В этом случае система описывается уравнением:

$$x(k+1)=a^T X(k)+q^T G(k)+b_1^T U(k)+b_2^T U(k-1)+b_3^T U(k-2)+\dots, \tag{12}$$

где $U(k)=\begin{pmatrix} u_1(k) \\ u_2(k) \\ \vdots \\ u_l(k) \end{pmatrix}$, $U(k-1)=\begin{pmatrix} u_1(k-1) \\ u_2(k-1) \\ \vdots \\ u_l(k-1) \end{pmatrix}$, и так далее, $b_1^T, b_2^T, b_3^T \dots$ – транспонированные векторы размерностью $I\times l$.

Вектор управления системой вычисляется по формуле:

$$U(k)=U(k-1)+\frac{(\Delta x-a^T\Delta X-q^T\Delta G-b_2^T U'+b_3^T U''-\dots)\cdot C^{-1}b_1}{b_1^E C^{-1}b_1}, \tag{13}$$

где $\Delta U'=U(k-1)-U(k-2)$, $\Delta U''=U(k-2)-U(k-3)$.

Следует отметить, что если не учитывать динамику управляемой системы, то можно получить алгоритм управления статической системой.

Для практической реализации рассмотренных выше рекуррентных алгоритмов управления динамическими системами при заданной матрице стоимости управляющих воздействий необходимо обратить внимание на еще одно важное обстоятельство – наличие физических ограничений на вектор управления $U(k)$ в виде неравенств:

$$Q<U(k)<P, \tag{14}$$

где Q и P – векторы физических ограничений на реализацию вектора $U(k)$ размерностью $l\times I$.

Для того, чтобы добиться заданного «качества» выходов при наличии таких ограничений, необходимо предварительно проверить, выполняется ли неравенство:

$$Q<U(k-1)+\Delta U<P. \tag{15}$$

Если условие не выполняется, то необходимо выяснить, за счет каких компонент вектора $U(k)$ это происходит. Пусть это будут $U_1', U_2', \dots, U_t'$, где штрих обозначает изменение индекса. Тогда значения этих переменных принимаем равными границам интервалов, возле которых они находятся. Некомпенсированное значение выходов соответственно:

$$\Delta x'=\Delta x-a^T\Delta X-q^T\Delta G-b_1^T\Delta U_1=b_2^T\Delta U_2, \tag{16}$$

$$\Delta y'=\Delta y-h^T\Delta Y-e^T\Delta G-d_1^T\Delta U_1=d_2^T\Delta U_2, \tag{17}$$

где $\Delta U_1 = \begin{pmatrix} \Delta U_1' \\ \Delta U_2' \\ \vdots \\ \Delta U_t' \end{pmatrix}$, $\Delta U_2 = \begin{pmatrix} \Delta U_{t+1}' \\ \Delta U_{t+2}' \\ \vdots \\ \Delta U_l' \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_2 \end{pmatrix}$, $d = \begin{pmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_2 \end{pmatrix}$,

(то есть, выделен $U_1(k)$ – вектор управлений, принимающих граничные значения, и $U_2(k)$ – вектор остальных управлений), можно скомпенсировать за счет вектора управлений $U_2(k)$.

Разобьем матрицу стоимости так, что получим подматрицу стоимости управлений $U_2(k)$–C. Тогда для получения значений $U_2(k)$ необходимо минимизировать функционал, подобный (4):

$$I^* = \Delta U_2^T C \Delta U_2 \tag{18}$$

при ограничениях (16) и (17), то есть в данном случае достаточно воспользоваться формулой (9) для измененного вектора управлений и матрицы стоимости. После вычисления ΔU_2 опять необходимо проверить неравенство:

$$Q_2 < U_2(k-1) + \Delta U_2 < P_2, \tag{19}$$

где $Q = \begin{pmatrix} Q_1 \\ \vdots \\ Q_t \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} P_1 \\ \vdots \\ P_t \end{pmatrix}$.

Если неравенство (19) опять не будет выполняться, то необходимо скомпенсировать новые остатки, возникающие после того, как часть компонент вектора $U_2(k)$ примет граничные значения подобно $U_1(k)$.

Разработанный алгоритм управления при ограничениях в виде неравенств не является строгим (оптимальным), но дает близкие к оптимуму результаты, если система находится в режиме нормального функционирования и, следовательно, векторы управления $U(k)$ редко принимают граничные значения. Строгое решение этой задачи может быть проведено только численными методами.

Для функционирования алгоритмов управления (9), (11), (13) необходима периодическая корректировка моделей (1) и (2) с помощью алгоритмов идентификации [1–4]. Если разработанные алгоритмы управления в конечном счете не приведут к вектору ΔU, который способен перевести управляемую систему в состояние, характеризующееся заданными выходами x_0 и y_0 при ограничениях (14) и выполнении условия адекватности моделей (1) и (2) управляемой системой, то необходимо ставить вопрос о пригодности данной системы для производства и вероятной ее неисправности.

Вывод

Разработанный алгоритм псевдооптимального управления динамической системой целесообразно использовать для КИСУ ТП, так как этот алгоритм отличается простотой реализации и высоким быстродействием, обладает свойствами, близкими к свойствам оптимальных алгоритмов, и способностью, при постоянном применении корректировки моделей на основе алгоритмов [1–4], адаптироваться к свойствам нестационарных динамических систем. Кроме того, данный алгоритм псевдооптимального управления динамической системой может обеспечить снижение себестоимости выходного продукта.

Благодаря перечисленным свойствам разработанный алгоритм псевдооптимального управления динамической системой может существенно улучшить процесс управления динамическими нелинейными системами.

Литература

1. Бобух А.А. Компьютерно-интегрированная система автоматизации технологических объектов управления централизованным теплоснабжением: монография / А.А. Бобух, Д.А. Ковалёв; под ред. А.А. Бобуха. – Х.: ХНУГХ им. А.Н. Бекетова, 2013.– 226 с.

2. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления / П. Эйкхофф. – М.: Мир, 1975. – 680 с.

3. Цыпкин Я.З. Информационная теория идентификации / Я.З. Цыпкин. – М.: Наука, 1995. – 336 с.

4. Подустов М.А. Моделирование процессов нелинейных динамических систем / Подустов М.А., Бобух А.А., Ковалёв Д.А. // Інтегровані технології та енергозбереження: Науково-практичний журнал, № 4.– Х: НТУ «ХПІ», 2013. С. 32–37.

Bibliography (transliterated)

1. Bobuh A.A. Kompyuterno-integrirovannaya sistema avtomatizatsii tehnologicheskih ob'ektov upravleniya tsentralizovannyim teplosnabzheniem: monografiya A.A. Bobuh, D.A. KovalYov; pod red. A.A. Bobuha. – H.: HNUGH im. A.N. Beketova, 2013.– 226 p.

2. Eykhoff P. Osnovyi identifikatsii sistem upravleniya P. Eykhoff. – M.: Mir, 1975. – 680 p.

3. Tsyipkin Ya.Z. Informatsionnaya teoriya identifikatsii Ya.Z. Tsyipkin. – M.: Nauka, 1995. – 336 p.

4. Podustov M.A. Modelirovanie protsessov nelineynyih dinamicheskih sistem / Podustov M.A., Bobuh A.A., KovalYov D.A. Integrovani tehnologiyi ta energozberezhennya: Naukovo-praktichniy zhurnal, # 4.– H: NTU «HPI», 2013. P. 32–37.

УДК: 681.5.033

Подустов М.О., Бобух А.О., Ковальов Д.О.

АЛГОРИТМ ПСЕВДООПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ ДИНАМІЧНИМИ СИСТЕМАМИ

У статті запропоновано алгоритм псевдооптимального керування, який дозволить понизити собівартість вихідного продукту динамічної керованої системи при заданій його якості, що дозволяє істотно поліпшити процес керування динамічними нелінійними системами.

Podustov M.A., Bobukh A.A., Kovalyov D.A.

ALGORITHM OF PSEUDO-OPTIMUM CONTROL OF DYNAMIC SYSTEMS

In article the algorithm of pseudo-optimum control which will allow to reduce prime cost of an initial product of dynamic operated system at set its quality that allows to improve management of dynamic nonlinear systems significantly is offered.