УДК 519.9

**А.Н. ВОРОНИН**

# НЕЛИНЕЙНАЯ СХЕМА КОМПРОМИССОВ В МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫХ ЗАДАЧАХ ОЦЕНИВАНИЯ И ОПТИМИЗАЦИИ

**Ключевые слова**: *многокритериальные задачи, ситуация принятия решения, адаптация, модель функции полезности, нелинейная схема компромиссов.*

## СОДЕРЖАНИЕ ПРОБЛЕМЫ

К проблемам, связанным с решением многокритериальных задач, относятся определение области Парето, нормализация критериев, учет приоритетов, выбор схемы компромиссов. Однако только первая из них имеет прочное научное обоснование и не зависит от субъективных предпочтений. Остальные проблемы решаются с привлечением тех или иных сведений от лица, принимающего решение (ЛПР). В особой мере это относится к проблеме выбора схемы компромиссов, поскольку компромисс по своей сути является прерогативой человека.

Суть понятия «компромисс» заключается в ответе на вопрос: сколькими единицами выигрыша по одному критерию можно, по мнению ЛПР, компенсировать неизбежный проигрыш единицы по другому (другим) критерию в заданной ситуации? На основании этой информации формулируется конкретная схема компромиссов для данной многокритериальной задачи и в итоге находится искомое решение. Следует отметить, что в практике принятия решений имеют место так называемые несопоставимые критерии, для которых компромисса не существует. Например, ухудшение качества изображения у телевизора, как правило, не может быть компенсировано улучшением качества звука. Такие несопоставимые критерии в дальнейшем рассматриваться не будут. Ограничимся критериями, для которых схема компромиссов может быть получена.

Таким образом, определение многокритериального решения по своей природе компромиссно и основано на использовании субъективной информации. Имея эту информацию и выбрав схему компромиссов, можно перейти от общего векторного выражения к скалярной свертке частных критериев, что является основой для построения конструктивного аппарата решения многокритериальных задач. Возможность решения проблемы основана на гипотезе существования некоторой функции полезности [1], возникающей в сознании ЛПР при решении конкретной многокритериальной задачи. Можно утверждать, что практически все подходы к определению скалярной свертки критериев сводятся к построению той или иной математической модели функции полезности ЛПР.

Проблема заключается в корректной аппроксимации функции полезности и построении адекватной данной ситуации содержательной математической модели (скалярной свертки) для решения различных многокритериальных задач.

## ФОРМАЛИЗАЦИЯ ПРОБЛЕМЫ

В общем виде функция полезности ЛПР может быть представлена как $\Phi[y(x), r]$, где $x = \{x_i\}_{i=1}^{n} \in X$ — вектор возможных решений, определенный в допустимой области $X$; $y = \{y_k\}_{k=1}^{s} \in M$ — вектор частных критериев, определенный в допустимой области $M = \{y \mid 0 \le y_k \le A_k,\ k \in [1, s]\}$; $A = \{A_k\}_{k=1}^{s}$ — вектор ограничений; $r \in R$ — вектор внешних условий, определенный на множестве возможных факторов $R$.

Ситуация принятия многокритериального решения определяется факторами внешних условий $r$. Например, в условиях тропиков особое внимание уделяется критерию, отражающему качество работы системы охлаждения двигателя. Если проектируемый самолет будет эксплуатироваться в полевых условиях, то на первый план выступает критерий, связанный с длиной пробега самолета на взлете и посадке. Обычно при решении многокритериальных задач предполагается, что вектор $r$ является фиксированным и заданным: $r = r^{\circ}$. Тогда функция полезности ЛПР может быть представлена скалярной сверткой критериев

$$\Phi[y(x), r]_{|r=r^{\circ}} = Y[y(x)]^{\circ},$$

где $Y[y(x)]^{\circ}$ — скалярная свертка, построенная по схеме компромиссов, адекватной заданной ситуации.

Если вектор критериев $y(x)$ пронормирован вектором ограничений $A$,

$$y_0(x) = \{y_k(x) / A_k\}_{k=1}^{s} = \{y_{0k}(x)\}_{k=1}^{s},$$

то применяется скалярная свертка $Y[y_0(x)]^{\circ}$.

В большинстве случаев при решении многокритериальных задач ограничиваются линеаризованной моделью

$$Y[y_0(x)]^{\circ} = \sum_{k=1}^{s} \alpha_k^{\circ} y_0(x),$$

где $\alpha_k^{\circ}$ — весовые коэффициенты, составляющие вектор $\alpha^{\circ} = \{\alpha_k^{\circ}\}_{k=1}^{s} \in \Gamma_{\alpha}$ и определенные на симплексе $\Gamma_{\alpha} = \left\{ \alpha \mid \alpha_k \geq 0, \ \sum_{k=1}^{s} \alpha_k = 1 \right\}$. Значения весовых коэффициентов устанавливаются, исходя из индивидуальных предпочтений ЛПР, и соответствуют заданной ситуации.

Такой подход, обладая несомненным преимуществом простоты, характеризуется рядом недостатков, присущих методу линеаризации. Так, линейная модель приводит к правильным результатам лишь в малых окрестностях рабочей точки, положение которой зависит от ситуации принятия многокритериального решения. Любое изменение ситуации приводит к необходимости нового определения весовых коэффициентов модели. В практических многокритериальных задачах целесообразно строить нелинейную модель функции полезности ЛПР (концепция нелинейной схемы компромиссов [2]).

Схема компромиссов определяет преимущество полученного многокритериального решения перед другими парето-оптимальными решениями. В настоящее время выбор схемы компромиссов не определяется теорией, а осуществляется эвристически, на основании индивидуальных предпочтений, профессионального опыта разработчика и сведений о ситуации, в которой принимается многокритериальное решение.

Основная сложность перехода от векторного критерия качества к скалярной свертке состоит в том, что свертка должна представлять собой конгломерат частных критериев, значение (важность) каждого из которых в общей оценке изменяется в зависимости от ситуации. В разных ситуациях ранг «наиболее важного» могут приобретать различные частные критерии. Иными словами, скалярная свертка частных критериев должна определять схему компромиссов, адаптирующуюся к ситуации. Положим этот тезис в основу анализа возможностей формализации выбора схемы компромиссов.

Предполагается, что существуют некоторые инварианты, правила, обычно являющиеся общими для всех ЛПР независимо от их индивидуальностей, которых они одинаково придерживаются в той или иной ситуации. Согласно [3] субъективность ЛПР имеет свои границы. В деловых решениях человек обязан быть рациональным, чтобы иметь возможность аргументировать мотивы выбора своей субъективной модели. Поэтому любые предпочтения ЛПР должны находиться в рамках определенной рациональной системы. Это и делает возможной формализацию.

В данном случае предметом исследования является такая тонкая субстанция, как воображаемая функция полезности, возникающая в сознании ЛПР при решении конкретной многокритериальной задачи. У каждого ЛПР своя функция полезности. Тем не менее, можно получить сведения для задания вида содержательной модели критериальной функции, если выявить и проанализировать некоторые общие закономерности, наблюдаемые в процессе принятия многокритериальных решений различными ЛПР в разных ситуациях.

### СОДЕРЖАТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ФУНКЦИИ ПОЛЕЗНОСТИ ЛПР

В зависимости от вида многокритериальной задачи скалярная свертка $Y[y_0(x)]$ имеет различный физический смысл. В задаче анализа эта свертка является оценочной функцией, ее величина количественно выражает меру качества многокритериального объекта при заданных значениях аргументов $x$. В задаче оптимизации скалярная свертка $Y[y_0(x)]$ имеет смысл целевой функции. В результате ее экстремизации получается компромиссно-оптимальный вектор аргументов $x^*$. Ниже рассмотрим задачу оптимизации, считая для определенности, что все критерии $y_0(x)$ требуют минимизации. Тогда математически задача векторной оптимизации представляется в виде

$$x^* = \arg\min_{x \in X} Y[y_0(x)].$$

Введем понятие напряженности ситуации как меры близости относительных частных критериев к своему предельному значению (единице):

$$\rho_k = 1 - y_{0k}, \quad \rho_k \in [0;\, 1], \quad k \in [1, s].$$

Если многокритериальное решение принимается в напряженной ситуации, то в заданных условиях один или несколько частных критериев могут оказаться в опасной близости к своим предельным значениям ($\rho_k \approx 0$). И если один из критериев достигнет предела (или выйдет за него), то это событие не компенсируется возможным малым уровнем остальных критериев (обычно не допускается нарушение любого из ограничений).

В этой ситуации необходимо всемерно препятствовать опасному возрастанию наиболее неблагополучного (т.е. наиболее близкого к своему пределу) частного критерия независимо от поведения остальных критериев. Поэтому в достаточно напряженных ситуациях (при малых значениях $\rho_k$) ЛПР, если и допускает ухудшение максимального (наиболее важного в данных условиях) частного критерия на единицу, то только компенсируя это большим количеством единиц, которые улучшают остальные критерии. А в первом полярном случае ($\rho_k = 0$) ЛПР оставляет для рассмотрения только этот единственный, наиболее неблагополучный частный критерий, пренебрегая остальными. Следовательно, адекватным выражением схемы компромиссов в случае напряженной ситуации является минимаксная чебышевская модель (эгалитарный принцип)

$$x^* = \arg\min_{x \in X} Y[y_0(x)]^{(1)} = \arg\min_{x \in X} \max_{k \in [1,s]} y_{0k}(x).$$

В менее напряженных ситуациях необходимо одновременное удовлетворение и других критериев, учитывая противоречивые интересы и цели системы. При этом ЛПР варьирует свою оценку выигрыша по одним критериям и проигрыша по другим в зависимости от ситуации. В промежуточных случаях выбираются схемы компромиссов, дающие различные степени частичного выравнивания частных критериев. С уменьшением напряженности ситуации предпочтения по отдельным критериям выравниваются.

И, наконец, во втором полярном случае ($\rho_k \approx 1$) ситуация спокойная, частные критерии малы и не возникает никакой угрозы нарушения ограничений. Здесь ЛПР считает, что единица ухудшения любого частного критерия вполне компенсируется равнозначной единицей улучшения любого другого критерия. Этому случаю соответствует экономичная схема компромиссов, обеспечивающая минимальные для заданных условий суммарные потери по частным нормированным критериям. Такая схема выражается моделью интегральной оптимальности (утилитарный принцип)

$$x^* = \arg\min_{x \in X} Y[y_0(x)]^{(2)} = \arg\min_{x \in X} \sum_{k=1}^{s} y_{0k}(x).$$

Проведенный анализ выявляет закономерность, в силу которой ЛПР варьирует свой выбор от модели интегральной оптимальности в спокойных ситуациях до минимаксной модели в напряженных ситуациях. В промежуточных случаях ЛПР выбирает схемы компромиссов, дающие различные степени удовлетворения отдельных критериев в соответствии со своими индивидуальными предпочтениями, но с учетом заданной ситуации. Если принять выводы из приведенного анализа как логическую основу для формализации выбора схемы компромиссов, то можно излагать различные конструктивные концепции, одной из которых является концепция нелинейной схемы компромиссов.

## НЕЛИНЕЙНАЯ СХЕМА КОМПРОМИССОВ

С точки зрения формализации целесообразно задачу выбора схемы компромиссов заменить эквивалентной задачей синтеза некоторой единой скалярной свертки частных критериев, которая в различных ситуациях выражала бы разные принципы оптимальности. Изложим требования к синтезируемой функции $Y(y_0)$:

- должна быть гладкой и дифференцируемой;
- в напряженных ситуациях должна выражать принцип минимакса;
- в спокойных условиях должна выражать принцип интегральной оптимальности ;
- в промежуточных случаях должна приводить к парето-оптимальным решениям, дающим различные меры частичного удовлетворения критериев.

Таким образом, универсальная свертка должна быть выражением схемы компромиссов, адаптирующейся к ситуации. Можно сказать, что адаптация и способность к адаптации — главная содержательная сущность исследования многокритериальных систем. При этом необходимо, чтобы скалярная свертка в явном виде включала характеристики напряженности ситуации $\rho$.

Из возможных функций, отвечающих перечисленным требованиям, рассмотрим простейшую

$$Y(\alpha, y_0) = \sum_{k=1}^{s} \alpha_k [1 - y_{0k}(x)]^{-1}, \ \alpha \in \Gamma_\alpha, \tag{1}$$

где $\alpha_k = \text{const}$ — формальные параметры, определенные на симплексе и имеющие двоякий физический смысл. С одной стороны, это весовые коэффициенты, выражающие предпочтения ЛПР по отдельным критериям, а с другой — это коэффициенты содержательной регрессионной модели функции полезности ЛПР, построенной на основе концепции нелинейной схемы компромиссов.

Таким образом, нелинейной схеме компромиссов соответствует модель векторной оптимизации, в явном виде зависящая от характеристик напряженности ситуации $\rho$:

$$x^* = \arg\min_{x \in X} \sum_{k=1}^{s} \alpha_k [1 - y_{0k}(x)]^{-1}. \tag{2}$$

В отличие от линейной модели, определенной в малой окрестности рабочей точки, нелинейная модель функции полезности ЛПР определена на всей допустимой области решений $X$ и не требует перерасчета коэффициентов $\alpha_k$ при изменении ситуации.

Из выражения (2) видно, что если какой-либо относительный частный критерий, например $y_{0i}(x)$, начнет приближаться к своему пределу (единице), т.е. ситуация станет напряженной, то соответствующий член $Y_i = 1/\alpha_i[1-y_{0i}(x)]$ в минимизируемой сумме возрастет настолько, что проблема минимизации всей суммы сведется к минимизации только данного наихудшего члена, т.е. критерия $y_{0i}(x)$. Это эквивалентно действию минимаксной модели. Для исключения возможности деления на нуль в напряженных ситуациях при оптимизации по формуле (2) применяется следующее условие: если $y_{0k}(x) \geq 0{,}95$, то принимают $y_{0k}(x) = 0{,}95$.

Если относительные частные критерии удалены от единицы, т.е. ситуация спокойная, то модель (2) действует эквивалентно модели интегральной оптимальности. В промежуточных ситуациях получаются различные степени частичного выравнивания критериев. Значит, предложенная нелинейная схема компромиссов обладает свойством непрерывной адаптации к ситуации принятия многокритериального решения. При этом адаптация осуществляется непрерывно, в то время как традиционный выбор схемы компромиссов происходит дискретно и в результате к субъективным погрешностям добавляются ошибки, связанные с квантованием схем компромиссов.

## УНИФИКАЦИЯ

Как отмечено выше, выбор схемы компромиссов является прерогативой человека, отражением его субъективной функции полезности при решении конкретной многокритериальной задачи. Тем не менее, удалось выявить некоторые закономерности и на этой объективной основе построить скалярную свертку критериев, вид которой определяется содержательными представлениями сути изучаемого явления. Феномен индивидуальных предпочтений ЛПР формально представлен наличием вектора $\alpha$ в структуре содержательных моделей (1) и (2).

Возможны различные оценки роли субъективных факторов в решении многокритериальных задач. Субъективность допустима и даже целесообразна, если такая задача решается, исходя из интересов конкретного человека или узких коллективов людей со сходными предпочтениями. Поэтому механизм индивидуальных предпочтений достаточно интенсивно применяется в практике решения многокритериальных задач. Так, костюм, сшитый по мерке заказчика в ателье, обычно лучше, но дороже, чем купленый в магазине готовой одежды.

Если же результат решения предназначен для общего использования, то он должен быть вполне объективным, унифицированным. В этих случаях механизм индивидуальных предпочтений из методики решения многокритериальных задач исключается во избежание субъективности и неоднозначности результатов решения.

Когда результат решения многокритериальной задачи предназначается для широкого использования, то он унифицируется и индивидуальные предпочтения нивелируются по статистике. Тогда становится применим принцип недостаточного основания Бернулли–Лапласа: если априорные вероятности возможных гипотез неизвестны, то их следует считать равными, т.е. равновероятными. В применении к многокритериальной задаче это означает, что все весовые коэффициенты $\alpha_k$, $k \in [1,s]$, в выражении (1) должны быть выбраны равными, если не существует никаких предварительных данных о разноценности критериев [4]. При унификации предполагается, что все критерии одинаковы по важности и в выражении (1) следует принять все весовые коэффициенты равными: $\alpha_k \equiv 1/s \; \forall \, k \in [1,s]$. Тогда

$$Y(\alpha, y_0) = \frac{1}{s}\sum_{k=1}^{s}[1-y_{0k}(x)]^{-1}.$$

Учитывая, что умножение на $1/s$ является монотонным преобразованием, которое согласно теореме Гермейера не изменяет результатов сравнения, переходим к унифицированному выражению для скалярной свертки критериев

$$Y(y_0)=\sum_{k=1}^{s}[1-y_{0k}(x)]^{-1}. \tag{3}$$

Формулу (3) рекомендуется применять во всех случаях, когда многокритериальная задача решается не в интересах одного конкретного ЛПР, а для широкого использования.

В [4] предлагается во всех случаях начинать многокритериальное решение с использования формулы (3). Полученный результат и соответствующие ему значения частных критериев предъявляются ЛПР для оценки. Если ЛПР считает, что полученное решение его не удовлетворяет и требуется коррекция согласно его индивидуальным предпочтениям, то организуется процедура определения весовых коэффициентов $\alpha_k$, $k\in[1,s]$, и для оптимизации применяются формулы (1) и (2). Обращаясь к данной аналогии, отметим, что купленный в магазине готовой одежды костюм обычно нуждается лишь в незначительной подгонке. Решение многокритериальных задач оптимизации описано в [4, 5, 7].

## МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ОЦЕНИВАНИЯ

В отличие от задач оптимизации многокритериальное оценивание относится к классу задач анализа. Здесь свертка (1) или (3) является не целевой, а оценочной функцией, и ее величина количественно выражает меру качества многокритериального объекта при заданных значениях аргументов *x*.

При многокритериальном оценивании альтернатив часто возникает необходимость получения не только аналитической, но и качественной оценки. Для этого следует выражение скалярной свертки критериев $Y(\alpha, y_0)$ нормировать и полученное значение $Y_0$ соотнести с градациями обращенной нормированной фундаментальной шкалы. Общее понятие о порядковой фундаментальной шкале описано в [6]. Интервальная нормированная обращенная шкала представлена табл. 1. Здесь показана взаимосвязь между качественными градациями свойств объектов и соответствующими количественными оценками $y_0$ и $Y_0$.

**Т а б л и ц а 1**

| **Категория качества** | **Интервалы обращенной нормированной фундаментальной шкалы оценок $y_0$ и $Y_0$** |
|---|---|
| Неприемлемое | 1,0 – 0,7 |
| Низкое | 0,7 – 0,5 |
| Удовлетворительное | 0,5 – 0,4 |
| Хорошее | 0,4 – 0,2 |
| Высокое | 0,2 – 0,0 |

Конструкция нелинейной схемы компромиссов позволяет нормировать скалярную свертку не к максимальному (обычно неизвестному), а к минимальному значению. Положив в выражении для нелинейной скалярной свертки (1) идеальные (нулевые) значения минимизируемых критериев $y_{0k}(x)=0$ и учитывая нормировку на симплексе весовых коэффициентов $\sum_{k=1}^{s}\alpha_k=1$, получим $Y_{0\min}=1$. Формула нормированной минимизируемой скалярной свертки имеет вид

$$Y_0=1-\frac{1}{Y(\alpha, y_0)}. \tag{4}$$

Качественная (лингвистическая) оценка альтернативы получается сопоставлением аналитической оценки $Y_0$ с обращенной нормированной фундаментальной шкалой. Оценка вариантов по единой нормированной фундаментальной шкале дает возможность решать многокритериальные задачи как традиционных постановок, так и в случае, когда требуется выбрать альтернативу из множества неоднородных альтернатив, для которых нельзя сформулировать единого множества количественных критериев оценки, а также для оценки единственной (уникальной) альтернативы.

**МОДЕЛЬНЫЙ ПРИМЕР**

Покажем возможности нелинейной схемы компромиссов в задаче многокритериального анализа, а именно в задаче оценки качества процесса глиссадного спуска по нескольким критериям при посадке самолета.

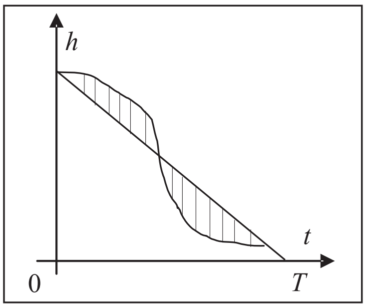


*Рис. 1*

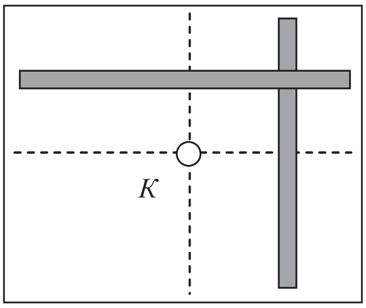


*Рис. 2*

На рис. 1 в координатах $(h, t)$ схематически представлено изменение высоты $h$ самолета в процессе глиссадного спуска. Предполагается, что в момент времени $t = T$ высота $h$ равна нулю. Аналогичным образом может быть представлено изменение положения самолета $b$ относительно центральной линии взлетно-посадочной полосы (ВПП) в боковой плоскости в процессе глиссадного спуска.

При снижении самолета по глиссаде летчик управляет самолетом с помощью директорного прибора, схематически изображенного на рис. 2. Положение планок, показанное на рисунке, означает, что самолет находится выше глиссады и правее осевой линии ВПП. Управление заключается в совмещении перекрещения планок с центральной точкой прибора $K$.

На рис. 3 показано, что в момент времени $t = T$ самолет коснулся ВПП в точке $B$, находящейся на расстоянии $\Delta l_T$ от расчетной точки $A$ и на расстоянии $\Delta b_T$ от осевой линии ВПП.

Для оценки качества посадки самолета будем использовать три терминальных $(t = T)$ критерия качества $(y_1 - y_3)$ и два интегральных критерия $(y_4, y_5)$:

$y_1 = |\Delta l_T| < A_1$ — модуль отклонения от расчетной точки касания в продольной плоскости;

$y_2 = |\Delta b_T| < A_2$ — модуль отклонения точки касания от продольной оси ВПП в боковой плоскости;

$y_3 = V_h^{(T)} < A_3$ — вертикальная скорость в терминальной точке;

$y_4 = \frac{1}{T}\int\limits_0^T |\Delta h| dt < A_4$ — среднее отклонение от глиссады в вертикальной плоскости;

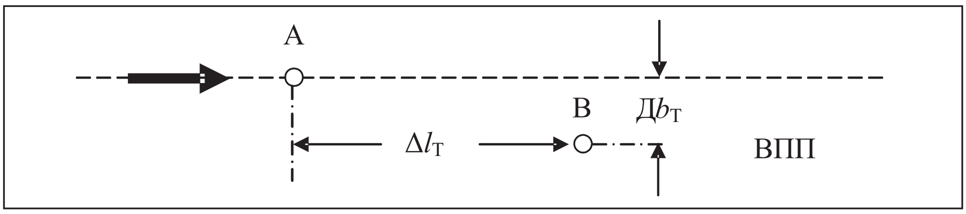


*Рис. 3*

$y_5 = \frac{1}{T}\int_0^T |\Delta b| dt < A_5$ — среднее отклонение от глиссады в горизонтальной плоскости.

Кроме того, качество процесса посадки самолета могут характеризовать следующие критерии: $y_6$ — отклонение от расчетной посадочной скорости в терминальной точке; $y_7$ — курсовой угол в терминальной точке; $y_8$ — угол крена в терминальной точке; $y_9$ — отклонение от расчетного угла тангажа в терминальной точке; $y_{10}$ — средний расход рулей на глиссаде (интегральный критерий) и т.д. Будем считать, что последние критерии при всех посадках самолета удовлетворяются и здесь не фигурируют.

Для расчета интегральных критериев воспользуемся приемом приближенного интегрирования, который иллюстрируется на примере критерия $y_4$. Интервал времени спуска по глиссаде $[0, T]$ разбивается на $N$ подинтервалов $\Delta t$, в течение каждого из которых величина $|\Delta h|_i$, $i \in [1, N]$, измеряется и полагается постоянной. Тогда в формуле для интегрального критерия можно перейти от интеграла к суммированию

$$y_4 = \frac{1}{T}\int_0^T |\Delta h| dt \approx \frac{1}{T}\sum_{i=1}^{N} |\Delta h_i| \Delta t_i .$$

Если все подинтервалы одинаковы, т.е. $\Delta t_i = \Delta t \;\; \forall\, i$, то $T = N\Delta t$ и

$$y_4 \approx \frac{\Delta t}{N \Delta t}\sum_{i=1}^{N} |\Delta h_i| = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} |\Delta h_i| .$$

Аналогичным образом рассчитывается и критерий $y_5$.

В качестве оценочной функции может быть использована скалярная свертка критериев (1) или (3). Ниже будем рассматривать свертку (1) как более общую. Весовые коэффициенты $\alpha$ могут быть определены в интерактивной процедуре, описанной в [4]. Пусть получены следующие значения весовых коэффициентов:

$$\alpha_1 = 0{,}25;\; \alpha_2 = 0{,}22;\; \alpha_3 = 0{,}28;\; \alpha_4 = 0{,}16;\; \alpha_5 = 0{,}09 .$$

Заданы следующие значения ограничений по критериям (отметим, что пример модельный):

$$A_1 = 15\text{м};\; A_2 = 10\text{м};\; A_3 = 1\text{м}/\text{с};\; A_4 = 30\text{м};\; A_5 = 20\text{м}.$$

Далее методом нелинейной схемы компромиссов оценим качество двух посадок самолета при различных числовых значениях частных критериев.

**Посадка 1.** Пусть $y_1 = 6\text{м}$; $y_2 = 3\text{м}$; $y_3 = 0{,}2\text{м}/\text{с}$; $y_4 = 10{,}5\text{м}$; $y_5 = 7{,}25\text{м}$. Нормировка по формуле $y_{0k} = \frac{y_k}{A_k}$, $k \in [1, s]$, дает значения относительных частных критериев: $y_{01} = 0{,}4$; $y_{02} = 0{,}3$; $y_{03} = 0{,}2$; $y_{04} = 0{,}35$; $y_{05} = 0{,}36$.

Рассчитаем скалярную свертку критериев по нелинейной схеме компромиссов (формула (1)):

$$Y = 0{,}25\frac{1}{1-0{,}4} + 0{,}22\frac{1}{1-0{,}3} + 0{,}28\frac{1}{1-0{,}2} + 0.16\frac{1}{1-0{,}35} + 0{,}09\frac{1}{1-0{,}36} = 1{,}47.$$

С учетом нормировки по формуле (4) имеем

$$Y_0 = 1 - \frac{1}{1{,}47} = 0{,}32 .$$

Сопоставление этого значения с качественными градациями обращенной нормированной фундаментальной шкалы (см. табл. 1) позволяет сделать вывод, что данную посадку можно оценить как хорошую.

**Посадка 2**. Пусть $y_1 = 3\text{м}$; $y_2 = 4\text{м}$; $y_3 = 0{,}6\text{м}/\text{с}$; $y_4 = 13{,}25\text{м}$; $y_5 = 10{,}5\text{м}$. Относительные частные критерии: $y_{01} = 0{,}2$; $y_{02} = 0{,}4$; $y_{03} = 0{,}6$; $y_{04} = 0{,}44$; $y_{05} = 0{,}52$.

На основании формулы (1) получим

$$Y = 0{,}25\frac{1}{1-0{,}2} + 0{,}22\frac{1}{1-0{,}4} + 0{,}28\frac{1}{1-0{,}6} + 0{,}16\frac{1}{1-0{,}44} + 0{,}09\frac{1}{1-0{,}52} = 1{,}85.$$

Нормировка по формуле (4) дает

$$Y_0 = 1 - \frac{1}{1{,}85} = 0{,}46.$$

По обращенной нормированной фундаментальной шкале посадка 2 оценивается как удовлетворительная. Такой вывод следует из критерия $y_3 = 0{,}6\text{м}/\text{с}$ (посадка жесткая).

Описанная процедура многокритериального оценивания применима, в частности, для обучения и тренировки летчиков и в аналогичных случаях в других предметных областях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фишберн П.С. Теория полезности для принятия решений. — М.: Наука, 1978. — 352 с.
2. Воронин А.Н. Многокритериальный синтез динамических систем. — К.: Наук. думка, 1992. — 160 с.
3. Ларичев О.И. Наука и искусство принятия решений. — М.: Наука, 1979. — 200 с.
4. Воронин А.Н., Зиатдинов Ю.К., Козлов А.И. Векторная оптимизация динамических систем. — К.: Техніка, 1999. — 284 с.
5. Воронин А.Н., Зиатдинов Ю.К., Харченко А.В. Сложные технические и эргатические системы: методы исследования. — Харьков: Факт, 1997. — 240 с.
6. Saaty T.L. Multicriteria decision making: The analytical hierarchy process. — N.Y.: McGraw-Hill, 1990. — 380 p.
7. Воронин А.Н. Метод многокритериальной оценки и оптимизации иерархических систем // Кибернетика и системный анализ. — 2007. — № 3. — С. 84–92.

*Поступила 20.09.2008*

**Т а б л и ц а**

| Категория качества | Интервалы обращенной нормированной фундаментальной шкалы оценок $y_0$ и $H_0$ |
|---|---|
| Неприемлемое | 1,0 – 0,7 |
| Низкое | 0,7 – 0,5 |
| Удовлетворительное | 0,5 – 0,4 |
| Хорошее | 0,4 – 0,2 |
| Высокое | 0,2 – 0,0 |