УДК 621.391.1

Ю.Г. БУЛЫЧЕВ, А.В. ЕЛИСЕЕВ, Л.И. БОРОДИН, В.А. ГОЛОВСКОЙ, А.А. МОЗОЛЬ

СОВМЕСТНОЕ МАСКИРОВАНИЕ И ОЦЕНИВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ НАЛИЧИИ ДИНАМИЧЕСКИХ ПОМЕХ СО СЛУЧАЙНОЙ СМЕНОЙ СТРУКТУР

Ключевые слова: *оценивание, маскирование, информационный процесс, мультиструктурная помеха.*

ВВЕДЕНИЕ

В работах [1, 2] на основе условий несмещенности и инвариантности развит оптимальный метод обобщенного оценивания информационных процессов (ИП) при мультиструктурных помехах (МП). Под обобщенным понимается оценивание различных числовых характеристик ИП, например коэффициентов сглаживающего полинома, производных различных порядков в некоторых точках наблюдения, определенных интегралов и т.д. Под МП понимаются кусочно-непрерывные помехи, принадлежащие множеству возможных детерминированных структур со случайными коэффициентами.

Предложенный в [1, 2] подход ограничивался случаем, когда переключения МП с одной структуры на другую осуществляются в строго фиксированные моменты времени. Однако практика показывает, что такое ограничение весьма жесткое и скорее исключение, чем правило, при решении конкретных прикладных задач, связанных с обработкой измерений.

В настоящей работе дано дальнейшее развитие метода [1, 2] на случай, когда известны лишь отдельные временные области, принадлежащие интервалу наблюдения и «подозрительные» относительно переключения МП с одной структуры на другую (далее такие области обозначены ОМП). Современный теоретический и математический аппарат (например, спектральный) позволяет с высокой надежностью регистрировать ОМП.

Показаны возможности использования принципов мультиструктурности и инвариантно-несмещенного принципа оценивания [1, 2] при решении задачи маскирования ИП на базе мультиструктурных маскирующих сигналов (ММС), для которых также вводятся области, «подозрительные» относительно переключения ММС с одной структуры на другую (далее такие области обозначены ОММС). Данная задача в настоящее время чрезвычайно актуальна [3–8] и в рассматриваемом далее методе получила комплексное решение в рамках единой задачи маскирования-оценивания в условиях, когда измерения помимо ИП содержат МП, ММС и флуктуационный шум (ФШ).

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть на отрезке $[t_0, t_N]$ наблюдается скалярная смесь $y(t) \in W_y$ полезного ИП $x(t) \in W_x$, МП $h(t) \in W_h$, ММС $s(t) \in W_s$ и ФШ $\xi(t) \in W_\xi$:

$$y_n = x_n + h_n + s_n + \xi_n, \ n = \overline{0, N}. \tag{1}$$

Здесь $y_n = y(t_n)$, $x_n = x(t_n)$, $h_n = h(t_n)$, $s_n = s(t_n)$, $\xi_n = \xi(t_n)$, $t_n \in [t_0, t_N] \subset R^1$; W_y, W_x, W_h, W_s и W_ξ — линейные подпространства одного и того же линейного функционального пространства W. ИП $x(t)$ задается в виде

$$x(t) = \vec{A}^{\mathrm{T}} \vec{q}(t) = \vec{q}^{\mathrm{T}}(t) \vec{A}, \ t \in [t_0, t_N], \tag{2}$$

где $\vec{A} = [a_m, m = \overline{1, M_x}]^{\mathrm{T}}$ — вектор неизвестных коэффициентов, $\vec{q}(t) = [q_m(t), m = \overline{1, M_x}]^{\mathrm{T}}$ — вектор линейно независимых функций на отрезке $[t_0, t_N]$ (базис ИП).

Для описания МП $h(t)$ воспользуемся моделью

$$h(t)=\vec{B}_0^{\mathrm{T}}\vec{\theta}_0(t)+\sum_{i=1}^{I_h}\sum_{j=1}^{\Delta_{hi}}\gamma_{ij}\vec{B}_{ij}^{\mathrm{T}}\vec{\theta}_{ij}(t),\ t\in[t_0,t_N], \tag{3}$$

где $\vec{B}_0=[b_{0m},m=\overline{1,M_{h0}}]^{\mathrm{T}}$ — вектор случайных коэффициентов с неизвестным законом распределения, $\vec{\theta}_0(t)=[\theta_{0m}(t),m=\overline{1,M_h}]^{\mathrm{T}}$ — основной базис МП, I_h — число ОМП$_i$ $(i=\overline{1,I_h})$, каждая точка $t_{ij}^{\text{МП}}$ которых «подозрительна» относительно переключения структур МП, $\vec{B}_{ij}=[b_{ijm},m=\overline{1,M_{hi}}]^{\mathrm{T}}$ — вектор случайных коэффициентов, соответствующих вспомогательному базису МП $\vec{\theta}_{ij}(t)=[\theta_{ijm}(t),\ \ m=\overline{1,M_{hi}}]^{\mathrm{T}}$:

$$\theta_{ijm}(t)=\begin{cases}\theta_{im}(t-t_{ij}^{\text{МП}})\ \forall t_{ij}^{\text{МП}}\le t\le t_N,\\ 0\quad \forall t_0\le t<t_{ij}^{\text{МП}}.\end{cases} \tag{4}$$

Здесь $t_{ij}^{\text{МП}}\in\{t_0,t_1,\ldots,t_N\}$, γ_{ij} — индикатор переключения структур МП в точке $t_{ij}^{\text{МП}}$ ($\gamma_{ij}=1$ при смене структуры и $\gamma_{ij}=0$ — в противном случае), $\{\theta_{im}(t)\}_{m=1}^{M_{hi}}$ — набор линейно независимых функций.

Для ОМП$_i$ справедливо: ОМП$_i=\{t_{i1}^{\text{МП}},t_{i2}^{\text{МП}},\ldots,t_{i\Delta_{hi}}^{\text{МП}}\}$, $t_{ij}^{\text{МП}}\in\{t_n\}_{n=0}^{N}$, $j=\overline{1,\Delta_{hi}}$, ОМП$_i\cap$ОМП$_k=\varnothing$ $\forall\ i\ne k,\ i,k=\overline{1,I_h}$, $\sum_{i=1}^{I_h}\Delta_{hi}<<N+1$, т.е. число точек, «подозрительных» относительно смены структуры помехи, намного меньше общего числа измерений.

Если в (3) все индикаторы $\gamma_{ij}=0$, то получаем распространенную на практике модель помехи $h(t)=\vec{B}_0^{\mathrm{T}}\vec{\theta}_0(t)$.

По аналогии с (3) выберем ММС вида

$$s(t)=\vec{F}_0^{\mathrm{T}}\vec{\lambda}_0(t)+\sum_{i=1}^{I_s}\sum_{j=1}^{\Delta_{si}}\varphi_{ij}\vec{F}_{ij}^{\mathrm{T}}\vec{\lambda}_{ij}(t),\ t\in[t_0,t_N], \tag{5}$$

где $\vec{F}_0=[f_{0m},m=\overline{1,M_{s0}}]^{\mathrm{T}}$ — вектор случайных коэффициентов с неизвестным законом распределения, $\vec{\lambda}_0(t)=[\lambda_{0m}(t),m=\overline{1,M_{s0}}]^{\mathrm{T}}$ — основной базис ММС, I_s — число областей с возможной сменой структуры ММС (ОММС$_i=\{t_{i1}^{\text{ММС}}, t_{i2}^{\text{ММС}},\ldots,t_{i\Delta_{si}}^{\text{ММС}}\}$, $i=\overline{1,I_s}$), $\vec{F}_{ij}=[f_{ijm},m=\overline{1,M_{si}}]^{\mathrm{T}}$ — вектор случайных коэффициентов, соответствующих вспомогательному базису ММС $\vec{\lambda}_{ij}(t)=[\lambda_{ijm}(t),m=\overline{1,M_{si}}]^{\mathrm{T}}$,

$$\lambda_{ijm}(t)=\begin{cases}\lambda_{im}(t-t_{ij}^{\text{ММС}})\ \ \forall t_{ij}^{\text{ММС}}\le t\le t_N,\\ 0\ \ \forall t_0\le t<t_{ij}^{\text{ММС}},\end{cases} \tag{6}$$

φ_{ij} — индикатор случайного переключения структур ММС, аналогичный γ_{ij}, $\{\lambda_{im}(t)\}_{m=1}^{M_{si}}$ — набор линейно независимых функций.

Полагаем, что ОММС$_i\cap$ОММС$_k=\varnothing$ $\forall i\ne k,\ i,k=\overline{1,I_s}$, $\sum_{i=1}^{I_s}\Delta_{si}<<N+1$.

ФШ $\xi(t)$ характеризуется нулевым математическим ожиданием и соответствующей корреляционной матрицей K_{Ξ}, где $\Xi=[\xi_n,\ n=\overline{0,N}]^{\mathrm{T}}$.

По аналогии с [1, 2] введем над ИП $x(t) \in W_x$ оператор вида Z: $W_x \to R^{M_Z}$ такой, что $Z\{x(t)\} = [z_r\{x(t)\}, r = \overline{1, M_Z}]^{\mathrm{T}} = \vec{Z} = [z_r, \ r = \overline{1, M_Z}]^{\mathrm{T}}$, $z_r \in R^1$, т.е. рассматривается оператор со значениями в вещественном пространстве R^{M_Z}. Данный оператор ставит в соответствие каждому ИП $x(t)$ набор числовых характеристик (например, коэффициентов модели (2), производных различных порядков $d^k x / dt^k$ в некоторых точках отрезка $[t_0, t_N]$, определенных интегралов $\int x(t) dt$ на отрезке $[d_1, d_2] \subseteq [t_0, t_N]$ и т.д.), т.е. речь идет об обобщенном оценивании [1, 2].

Требуется найти оптимальный оператор $\overset{*}{Z}: R^{N+1} \to R^{M_Z}$ такой, что его значения $\overset{*}{Z}\{y_0, y_1, \ldots, y_N\} = \overset{*}{\vec{Z}} = [\overset{*}{z}_r, r = \overline{1, M_Z}]^{\mathrm{T}}$ близки к значениям исходного оператора $Z: W_x \to R^{M_Z}$.

Для выяснения смысла оптимальности введем следующие обозначения: $\vec{Y} = [y_n, n = \overline{0, N}]^{\mathrm{T}}$, $\vec{X} = [x_n, n = \overline{0, N}]^{\mathrm{T}}$, $\vec{H} = [h_n, n = \overline{0, N}]^{\mathrm{T}}$, $\vec{S} = [s_n, n = \overline{0, N}]^{\mathrm{T}}$, $\vec{\Xi} = [\xi_n, n = \overline{0, N}]^{\mathrm{T}}$.

Искомый оптимальный оператор $\overset{*}{Z}$ обобщенного оценивания будем искать в виде матрицы P_Z линейного преобразования, а именно $\overset{*}{Z}\{\vec{Y}\} = P_Z \vec{Y} = \overset{*}{\vec{Z}}$, где $P_Z = [p_{zrn}, r = \overline{1, M_Z}, n = \overline{0, N}]$ — матрица неизвестных коэффициентов. Корреляционная матрица данной линейной оценки с учетом принятой модели случайного вектора $\vec{\Xi}$ находится по правилу

$$K_Z = P_Z K_{\Xi} P_Z^{\mathrm{T}}. \tag{7}$$

Под оптимальной оценкой $\overset{*}{\vec{Z}} = P_Z \vec{Y}$ будем понимать такую оценку, которая обеспечивает минимизацию следа $\mathrm{tr}(K_Z) = \sum_{r=1}^{M_Z} \sigma_{zr}^2$ матрицы K_Z, выполнение условия несмещенности оценки $(\overset{*}{Z}\{\vec{X}\} - Z\{x(t)\} = [0]_{M_Z \times 1})$, условия инвариантности к МП $(\overset{*}{Z}\{\vec{H}\} = [0]_{M_Z \times 1})$ и условия инвариантности к ММС $(\overset{*}{Z}\{\vec{S}\} = [0]_{M_Z \times 1})$, где $[0]_{M_Z \times 1}$ — нулевой вектор-столбец размерности M_Z, $\overset{*}{Z}\{\vec{X}\} = [\overset{*}{z}_r\{\vec{X}\}, r = \overline{1, M_Z}]^{\mathrm{T}}$, $\overset{*}{Z}\{\vec{H}\} = [\overset{*}{z}_r\{\vec{H}\}, r = \overline{1, M_Z}]^{\mathrm{T}}$, $\overset{*}{Z}\{\vec{S}\} = [\overset{*}{z}_r\{\vec{S}\}, r = \overline{1, M_Z}]^{\mathrm{T}}$.

Требуется найти матрицу P_Z, соответствующую оптимальной оценке $\overset{*}{\vec{Z}} = P_Z \vec{Y}$, т.е. данная матрица P_Z должна обеспечить компенсацию МП и ММС (демаскирование) и оптимальное оценивание значений оператора $Z\{x(t)\}$.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Введем следующие обозначения: $\vec{D} = [\vec{B}^{\mathrm{T}}, \vec{F}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$, $\zeta = [\Theta, \Lambda]$, где $\vec{B} = [\vec{B}_0^{\mathrm{T}}, \vec{B}_{11}^{\mathrm{T}}, \ldots$ $\ldots, \vec{B}_{1\Delta_{h1}}^{\mathrm{T}}, \ldots, \vec{B}_{I_h 1}^{\mathrm{T}}, \ldots, \vec{B}_{I_h \Delta_{hI_h}}^{\mathrm{T}}]$ — расширенный вектор случайных коэффициентов МП, $\vec{F} = [\vec{F}_0^{\mathrm{T}}, \vec{F}_{11}^{\mathrm{T}}, \ldots, \vec{F}_{1\Delta_{s1}}^{\mathrm{T}}, \ldots, \vec{F}_{I_s \Delta_{sI_s}}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$ — расширенный вектор случайных коэффициентов ММС, $\Theta = [\Theta_0, \Theta_{11}, \ldots, \Theta_{1\Delta_{h1}}, \ldots, \Theta_{I_h 1}, \ldots, \Theta_{I_h \Delta_{hI_h}}]$ — расширенная базисная матрица МП, где $\Theta_0 = [\theta_{0m}(t_j), \ j = \overline{0, N}, m = \overline{1, M_{h0}}]$, $\Theta_{ij} = [\theta_{ijm}(t_k), k = \overline{0, N}$, $m = \overline{1, M_{hi}}], i = \overline{1, I_h}, j = \overline{1, \Delta_{hi}}$, $\theta_{ijm}(t_k) = \theta_{im}(t_k - t_{ij}^{\text{МП}}) \equiv 0 \quad \forall t_0 \le t_k < t_{ij}^{\text{МП}}$, $\Lambda = [\Lambda_0$, $\Lambda_{11}, \ldots, \Lambda_{1\Delta_{s1}}, \ldots, \Lambda_{I_s 1}, \ldots, \Lambda_{I_s \Delta_{sI_s}}]$ — расширенная базисная матрица ММС, где

$\Lambda_0 = [\lambda_{0m}(t_j),\ j=\overline{0,N},\ m=\overline{1,M_{s0}}]$, $\quad \Lambda_{ij} = [\lambda_{ijm}(t_k),\ k=\overline{0,N}, \quad m=\overline{1,M_{si}}]$, $i=\overline{1,I_s}$, $j=\overline{1,\Delta_{si}}$, $\lambda_{ijm}(t_k)=\lambda_{im}(t_k - t_{ij}^{\text{ММС}}) \equiv 0\ \forall t_0 \le t_k < t_{ij}^{\text{ММС}}$.

Матрица Θ имеет размерность $(N+1)\times M_{h\Sigma}$, где $M_{h\Sigma} = M_{h0} + \sum_{i=1}^{I_h} \Delta_{hi} M_{hi}$, а матрица Λ — размерность $(N+1)\times M_{s\Sigma}$, где $M_{s\Sigma} = M_{s0} + \sum_{i=1}^{I_s} \Delta_{si} M_{si}$.

Переходя к векторно-матричной записи, имеем следующие модели: $\vec{Y} = \vec{X} + \vec{H} + \vec{S} + \vec{\Xi} = \vec{X} + \zeta\vec{D} + \vec{\Xi}$ — уравнение наблюдения; $\vec{X} = Q\vec{A}$ — ИП (где $Q = [q_j(t_n), j=\overline{0,N}, j=\overline{1,M_x}]$ — базисная матрица ИП); $\zeta\vec{D} = \vec{H} + \vec{S}$ — МП плюс ММС.

Принимая во внимание (2), получаем

$$\overset{*}{Z}\{\vec{X}\} = Z\{x(t)\} = Z\{\vec{q}^{\,\mathrm{T}}\vec{A}\} = Z\{\vec{A}^{\mathrm{T}}\vec{q}(t)\} = P_Z\vec{X} = P_Z Q\vec{A}. \tag{8}$$

С учетом (1) имеем условие несмещенности

$$Z\{\vec{q}^{\,\mathrm{T}}(t)\} - P_Z Q = [0]_{M_Z\times M_x}, \tag{9}$$

где $Z\{\vec{q}^{\,\mathrm{T}}(t)\} = [z_r\{\vec{q}(t)\},\ r=\overline{1,M_Z}] = [z_r\{q_m(t)\},\ r=\overline{1,M_Z},\ m=\overline{1,M_x}]$, $[0]_{M_Z\times M_x}$ — нулевая матрица размерности $M_Z\times M_x$.

Аналогично для условия инвариантности к МП и ММС имеем

$$\overset{*}{Z}\{\vec{H}+\vec{S}\} = \overset{*}{Z}\{\zeta\vec{D}\} = P_Z\zeta\vec{D} = [0]_{M_Z\times 1}. \tag{10}$$

Из (10) вытекает окончательное условие инвариантности

$$P_Z\zeta = [0]_{M_Z\times M_{hs\Sigma}}, \tag{11}$$

где $M_{hs\Sigma} = M_{h\Sigma} + M_{s\Sigma}$.

В дальнейшем предполагается, что неоднородная система уравнений (9), (11) совместна.

По аналогии с [1, 2] задача отыскания оптимальной матрицы P_Z решается методом множителей Лагранжа, т.е. ищутся независимые минимумы скалярных функций

$$L(\vec{P}_{zr}, \vec{\gamma}_r, \vec{\eta}_r) = \vec{P}_{zr}^{\mathrm{T}} K_\Xi \vec{P}_{zr} + \vec{\gamma}_r^{\mathrm{T}}\zeta^{\mathrm{T}}\vec{P}_{zr} + \{z_r[\vec{q}^{\,\mathrm{T}}(t)] - \vec{P}_{zr}^{\mathrm{T}} Q\}\vec{\eta}_r,\ r=\overline{1,M_Z}, \tag{12}$$

где $\vec{\gamma}_r = [\gamma_{rj},\ j=\overline{1,M_{hs\Sigma}}]^{\mathrm{T}}$ и $\vec{\eta}_r = [\eta_{rj},\ j=\overline{1,M_x}]^{\mathrm{T}}$ — векторные множители Лагранжа, соответствующие ограничениям оптимизационной задачи, $\vec{P}_{zr}^{\mathrm{T}} = [p_{zrn}, n=\overline{0,N}]$ — r-я строка матрицы P_Z.

Решение оптимизационной задачи (12), в которой учитываются условия несмещенности (9) и инвариантности (11), имеет вид

$$\vec{P}_{zr} = \Psi_\zeta\Gamma_Q(Q^{\mathrm{T}}\Psi_\zeta\Gamma_Q)^{-1} z_r\{\vec{q}(t)\}, \tag{13}$$

где $\Psi_\zeta = E_{(N+1)\times(N+1)} - \Gamma_\zeta\Phi_\zeta^{-1}\zeta^{\mathrm{T}}$, $E_{(N+1)\times(N+1)}$ — единичная матрица размерности $(N+1)\times(N+1)$, $\Phi_\zeta = \zeta^{\mathrm{T}} K_\Xi^{-1}\zeta$, $\Gamma_\zeta = K_\Xi^{-1}\zeta$, $\Gamma_Q = K_\Xi^{-1} Q$.

Соответственно для искомой матрицы P_Z обобщенного оценивания с учетом (13) имеем

$$P_Z = [\Psi_\zeta\Gamma_Q(Q^{\mathrm{T}}\Psi_\zeta\Gamma_Q)^{-1}\vec{Z}\{\vec{q}(t)\}]^{\mathrm{T}}, \tag{14}$$

где $Z\{\vec{q}(t)\} = [z_r\{q_m(t)\},\ m = \overline{1, M_x},\ r = \overline{1, M_Z}]$.

С учетом (7) и (14) находим выражение для корреляционной матрицы искомой оценки $\overset{*}{Z}\{\vec{Y}\}$

$$K_Z = (\Gamma_Q^{\mathrm{T}} \Psi_\zeta^{\mathrm{T}} Q)^{-1} G_{Q\zeta} (Q^{\mathrm{T}} \Psi_\zeta \Gamma_Q)^{-1}, \tag{15}$$

где $G_{Q\zeta} = \Gamma_Q^{\mathrm{T}} \Psi_\zeta^{\mathrm{T}} K_\Xi \Psi_\zeta \Gamma_Q$.

Формулы (8)–(15) составляют математическую основу универсального метода обобщенного оценивания, обладающего свойством внутренней инвариантности по отношению к МП и ММС заданного класса. В отличие от известных подходов в данном случае не требуется расширения пространства состояний.

АНАЛИЗ МЕТОДА

Необходимыми и достаточными условиями существования и единственности решения (14) задачи обобщенного маскирования-оценивания являются:

— наличие ненулевых матриц в правой части (15);

— существование обратных матриц $K_\Xi^{-1}, \Psi_\zeta^{-1},\ (Q^{\mathrm{T}} \Psi_\zeta \Gamma_Q)^{-1}$;

— совместность системы линейных уравнений, отвечающей условиям несмещенности (9) и инвариантности (11) при достижении максимального ранга $M_x + M_{hs\Sigma}$, равного числу неизвестных коэффициентов в моделях ИП (2), МП (3) и ММС (5);

— выполнение неравенства $N + 1 >> M_x + M_{hs\Sigma}$, что обеспечивает появление эффекта сглаживания флуктуационных ошибок Ξ.

Выполнение данных условий на практике обеспечивается рациональным выбором базисов ИП, МП, ММС, числа узлов $\{t_n\}_{n=0}^{N}$ и их расположением, а также числа степеней свободы в моделях ИП, МП и ММС.

Оценим методическую погрешность обобщенного оценивания, обусловленную неадекватностью модели ИП (2). Пусть реальный ИП имеет аналитическое представление в виде ряда

$$\widetilde{x}(t) = x(t) + R_x(t) = \vec{A}^{\mathrm{T}} \vec{q}(t) + r_x(t), \tag{16}$$

где $r_x(t)$ — остаток ряда, характеризующий погрешность аппроксимации ИП $\widetilde{x}(t)$ моделью (2).

Используя символ математического ожидания $\mathbf{M}\{\bullet\}$ и учитывая, что $Z\{\vec{A}^{\mathrm{T}} \vec{q}(t)\} = \overset{*}{Z}\{\vec{X}\}$, $\overset{*}{Z}\{\vec{H}\} = [0]_{M_Z \times 1}$ и $\mathbf{M}\{\vec{\Xi}\} = [0]_{(N+1)\times 1}$, находим среднее значение методической ошибки

$$\begin{aligned} \mathbf{M}\{Z\{\widetilde{x}(t)\} - \overset{*}{Z}\{\vec{Y}\}\} = \mathbf{M}\{Z\{\vec{A}^{\mathrm{T}} \vec{q}(t)\} + Z\{r_x(t)\} - \overset{*}{Z}\{\vec{X}\} - \\ - \overset{*}{Z}\{\vec{R}_x\} - \overset{*}{Z}\{\vec{H}\} - \overset{*}{Z}\{\vec{\Xi}\}\} = \mathbf{M}\{Z\{r_x(t)\} - P_Z \vec{R}_x - P_Z \vec{Y}\} = Z\{r_x(t)\} - P_Z \vec{R}_x, \end{aligned} \tag{17}$$

где $\vec{R}_x = [r_x(t_n), n = \overline{0, N}]^{\mathrm{T}}$.

Непосредственно из (16) и (17) вытекает, что исследуемая методическая погрешность определяется свойствами линейных операторов Z и $\overset{*}{Z}$, а также величинами остатка ряда $r_x(t)$ и его дискретного аналога $\vec{R}_x$.

В качестве результирующей погрешности обобщенного оценивания можно принять величину

$$\begin{aligned} \varepsilon = \left[\sum_{r=1}^{M_Z} (\mathbf{M}\{z_r\{\widetilde{x}(t)\} - \overset{*}{z}_r\{\vec{Y}\}\} + 3\sigma_{zr})^2 \right]^{1/2} = \\ = \left[\sum_{r=1}^{M_Z} (z_r\{r_x(t)\} - \vec{P}_{zr}^{\mathrm{T}} \vec{R}_x + 3\sigma_{zr})^2 \right]^{1/2}. \end{aligned} \tag{18}$$

Следует отметить, что минимизация результирующей погрешности (18), которая характеризуется величинами $\operatorname{tr}(K_Z)$ и $\mathbf{M}\{Z\{\tilde{\vec{x}}(t)\} - \overset{*}{Z}\{\vec{Y}\}\}$, достигается на практике путем рационального варьирования параметрами $N, M_x, M_{hi}, i = \overline{0, I_h}$, $M_{si}, i = \overline{0, I_s}$.

В первом приближении вероятность $P_{\text{НД}}(I_s, \Delta_{s1}, \ldots, \Delta_{sI_s})$ неправильного демаскирования (НД) ИП со стороны лица, не допущенного к передаваемому сообщению (ЛНПС), можно оценить следующим образом. Введем события $\wp_0$ и $\wp_{ij}$ $(i = \overline{1, I_s},\ j = \overline{1, \Delta_{si}})$, заключающиеся в правильной идентификации со стороны данных лиц слагаемых $\vec{F}_0^{\mathrm{T}} \vec{\lambda}_0(t)$ и $\varphi_{ij} \vec{F}_{ij}^{\mathrm{T}} \vec{\lambda}_{ij}(t)$ соответственно в модели ММС (5) по результатам измерений (1). Тогда событие $\wp = \wp_0 \prod_{i=1}^{I_s} \prod_{j=1}^{\Delta_{si}} \wp_{ij}$ состоит в правильном демаскировании ИП, при этом его вероятность $P(\wp) = P\left(\wp_0 \prod_{i=1}^{I_s} \prod_{j=1}^{\Delta_{si}} \wp_{ij}\right)$.

Полагая события $\wp_0$ и $\wp_{ij}$ независимыми (для всех $i = \overline{1, I_s},\ j = \overline{1, \Delta_{si}}$), получаем $P(\wp) = P(\wp_0) \prod_{i=1}^{I_s} \prod_{j=1}^{\Delta_{si}} P(\wp_{ij})$.

Если, кроме того, принять $P(\wp_0) = P(\wp_{ij}) = P_0$, $\Delta_{si} = \Delta_s$ $\forall i = \overline{1, I_s},\ j = \overline{1, \Delta_{si}}$, то $P(\wp) = P_0^{1 + I_s \Delta_s}$.

В итоге для вероятности неправильного демаскирования ИП имеем формулу

$$P_{\text{НД}}(I_s, \Delta_s) = P(\overline{\wp}) = 1 - P(\wp) = 1 - P_0^{1 + I_s \Delta_s}. \tag{19}$$

Если прибегнуть к традиционному способу маскирования, при котором $\text{ОММС}_i\,(i = \overline{1, I_s})$ стягиваются в точки (т.е. $\Delta_s = 1$), то получим

$$P_{\text{НД}}(I_s, 1) = 1 - P_0^{1 + I_s}. \tag{20}$$

Из анализа формул (19) и (20) следует, что при увеличении параметра Δ_s (расширении ОММС) вероятность неправильного демаскирования со стороны ЛНПС возрастает.

ПРИМЕР

Пусть $M_x = 2, a_1 = 15,\ a_2 = 4 \times 10^{-1},\ q_1(t) = t,\ q_2(t) = t^2,\ M_{h0} = 1,$

$b_{01} = 60,\ \theta_{01}(t) = \sin(6 \times 10^{-1} t),$

$I_h = 1,\ \Delta_{h1} = \Delta_h = 5,\ M_{h1} = M_h = 5,$

$\gamma_{11} = \gamma_{12} = \gamma_{14} = \gamma_{15} = 0, \gamma_{13} = 1,\ \vec{B}_{13} = [60, -1, 7, 150, 12]^{\mathrm{T}},$

$\vec{B}_{11} = \vec{B}_{12} = \vec{B}_{14} = \vec{B}_{15} = [0]_{5\times1},\ \vec{\theta}_{13}(t) = [\theta_{13m}(t), m = \overline{1, 5}]^{\mathrm{T}},$

$\theta_{131}(t) = \cos[6 \times 10^{-1}(t - t_{13}^{\text{МП}})],\ \theta_{132}(t) = \operatorname{tg}(t - t_{13}^{\text{МП}}),$

$\theta_{133}(t) = 1 \times 10^{-3}(t - t_{13}^{\text{МП}})^3,\ \theta_{134}(t) = (t - t_{13}^{\text{МП}})^{1/2},$

$\theta_{135}(t) = 4 \times 10^{-2}(t - t_{13}^{\text{МП}})^2 - 60,\ \text{ОМП}_1 = \{t_{19}, t_{20}, t_{21}, t_{22}, t_{23}\},$

$t_{19} = t_{11}^{\text{МП}},\ t_{20} = t_{12}^{\text{МП}},\ t_{21} = t_{13}^{\text{МП}},\ t_{22} = t_{14}^{\text{МП}},\ t_{23} = t_{15}^{\text{МП}},\ M_{s0} = 1,$

$f_{01} = 30,\ \lambda_{01}(t) = \sin(5 \times 10^{-1} t),\ I_s = 1,\ \Delta_{s1} = \Delta_s = 5,\ M_{s1} = M_s = 5,$

$\varphi_{11} = \varphi_{12} = \varphi_{14} = \varphi_{15} = 0, \varphi_{13} = 1,\ \vec{F}_{13} = [30, 3 \times 10^{-1},\ 7,\ 10^{-2},\ 9]^{\mathrm{T}},$

$\vec{F}_{11} = \vec{F}_{12} = \vec{F}_{14} = \vec{F}_{15} = [0]_{5\times1},$

$$\vec{\lambda}_{13}(t)=[\lambda_{13m}(t),\ m=\overline{1,5}]^{\mathrm{T}},$$
$$\lambda_{131}(t)=(1\times 10^{-3})t^3,\ \lambda_{132}(t)=\sin(2\times 10^{-1}t),\ \lambda_{133}(t)=(4\times 10^{-2})t^2-60,$$
$$\lambda_{134}(t)=t^{1/2},\ \lambda_{135}(t)=\mathrm{tg}(t),\ \text{ОММС}_1=\{t_{41},t_{42},t_{43},t_{44},t_{45}\},$$
$$t_{41}=t_{11}^{\text{ММС}},t_{42}=t_{12}^{\text{ММС}},\ t_{43}=t_{13}^{\text{ММС}},\ t_{44}=t_{14}^{\text{ММС}},t_{45}=t_{15}^{\text{ММС}},$$
$$\xi_n\in\mathbf{N}(0,\sigma_{\xi n}^2),\sigma_{\xi n}^2=\sigma_\xi^2,\ \mathbf{M}\{\xi_n\xi_m\}=0,$$
$$t_n=n\cdot\Delta t,\ \Delta t=1,\ n,m=\overline{0,89},\ \sigma_\xi\in\{30,50,120\}.$$

Таким образом, рассматривается случай, когда МП имеет одну ОМП$_1$, а ММС — одну ОММС$_1$. При формировании уравнения наблюдения (1) принималось, что смена структуры МП произошла в точке $t_{21}=t_{13}^{\text{МП}}=21\Delta t=21$, а структуры ММС — в точке $t_{43}=t_{13}^{\text{ММС}}=43\Delta t=43$. Отсчеты ФШ задавались датчиком случайных чисел. Требовалось найти оценки оператора $Z\{x(t)\}=[z_1\{x(t)\},z_2\{x(t)\}]^{\mathrm{T}}=[a_1,a_2]^{\mathrm{T}}$.

В силу громоздкости явные выражения для матриц Q,Θ,Λ и P_Z не приводятся, а результаты численного моделирования (для одной реализации ФШ) представлены на рис. 1–5 (рис. 1 — график реализации информационного процесса, рис. 2 — флуктуационного шума, рис. 3 — мультиструктурной помехи, рис. 4 — мультиструктурного маскирующего сигнала, рис. 5 — наблюдения входного сигнала).

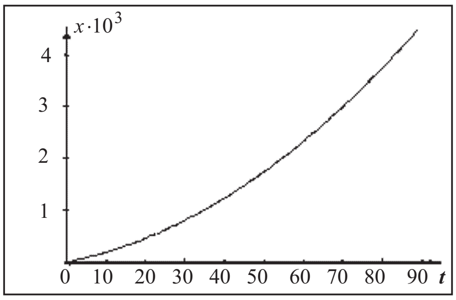

Рис. 1

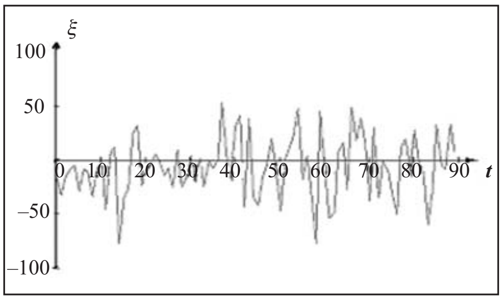

Рис. 2

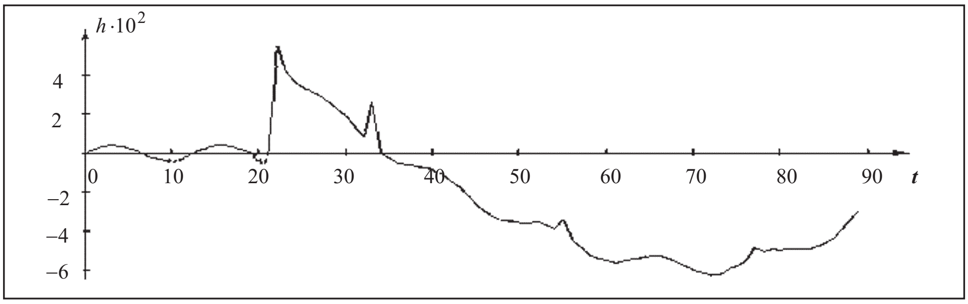

Рис. 3

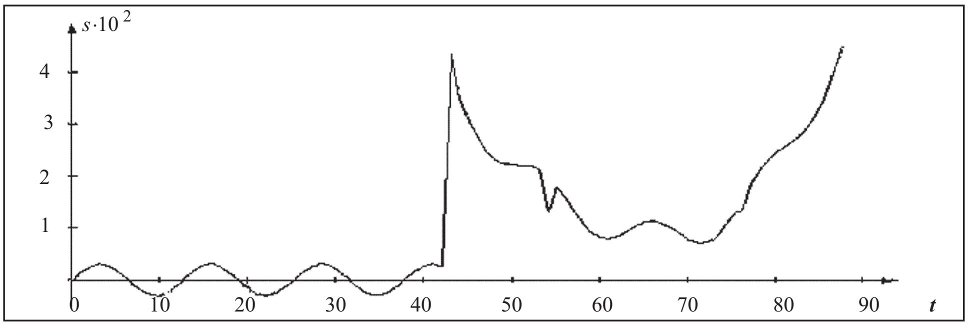

Рис. 4

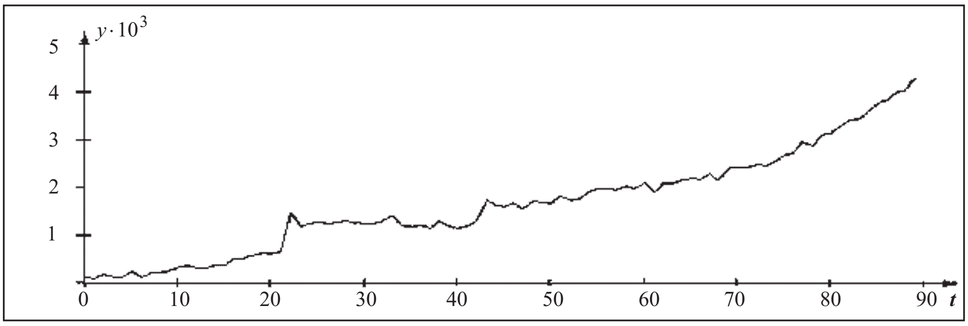

Рис. 5

После усреднения (по двадцати реализациям ФШ) получены следующие оценки:

$$\overset{*}{\vec{Z}} = \overset{*}{\vec{A}} = \begin{bmatrix} 14{,}973000 \\ 0{,}400560 \end{bmatrix}, \quad \begin{array}{l} \Delta a_1 = |a_1 - \overset{*}{a}_1| = 0{,}027000, \ \delta a_1 = \dfrac{\Delta a_1}{a_1} 100 = 0{,}001800, \\ \Delta a_2 = |a_2 - \overset{*}{a}_2| = 0{,}000560, \ \delta a_2 = \dfrac{\Delta a_2}{a_2} 100 = 0{,}001400 \end{array}$$

— для случая $\sigma_\xi = 30$;

$$\overset{*}{\vec{Z}} = \overset{*}{\vec{A}} = \begin{bmatrix} 14{,}963000 \\ 0{,}400975 \end{bmatrix}, \quad \begin{array}{l} \Delta a_1 = |a_1 - \overset{*}{a}_1| = 0{,}037000, \ \delta a_1 = \dfrac{\Delta a_1}{a_1} 100 = 0{,}002467, \\ \Delta a_2 = |a_2 - \overset{*}{a}_2| = 0{,}000975, \ \delta a_2 = \dfrac{\Delta a_2}{a_2} 100 = 0{,}002438 \end{array}$$

— для случая $\sigma_\xi = 50$;

$$\overset{*}{\vec{Z}} = \overset{*}{\vec{A}} = \begin{bmatrix} 15{,}131000 \\ 0{,}398000 \end{bmatrix}, \quad \begin{array}{l} \Delta a_1 = |a_1 - \overset{*}{a}_1| = 0{,}131000, \ \delta a_1 = \dfrac{\Delta a_1}{a_1} 100 = 0{,}008730, \\ \Delta a_2 = |a_2 - \overset{*}{a}_2| = 0{,}001580, \ \delta a_2 = \dfrac{\Delta a_2}{a_2} 100 = 0{,}003950 \end{array}$$

— для случая $\sigma_\xi = 120$.

Результаты моделирования показывают, что предложенный метод инвариантен к МП и позволяет полностью демаскировать ИП, обладает хорошими сглаживающими свойствами, отвечающими принятым критерию оптимальности, а также условиям несмещенности и инвариантности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Несложный анализ формулы (14) показывает, что в частном случае оценивания коэффициентов модели (2) и отсутствия ММС получаем матрицу P_Z, соответствующую классическому методу наименьших квадратов. Если по условию задачи известны моменты переключения структур МП, то ОМП стягиваются в точки, при этом матрица (14) преобразуется в известную матрицу обобщенного оценивания числовых характеристик ИП [2].

Приведенный метод не требует расширения пространства состояний при решении комплексной задачи маскирования–оценивания, что является характерным для традиционных подходов к ее решению.

Полученные в статье результаты будут в дальнейшем распространены на решение проблемы прогнозирования и оценивания состояния стохастических марковских параметрических систем [9] при наличии в канале наблюдения кусочно-непрерывных МП.

Для повышения вычислительной эффективности предложенного метода в качестве базиса МП можно использовать многочлены Чебышева первого и второго рода с учетом их новых свойств, раскрытых в работе [10].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Б у л ы ч е в Ю. Г., Е л и с е е в А. В. Алгоритм обработки измерений при кусочно-непрерывной помехе // Теория и системы управления. — 2007. — № 2. — С. 57–64.
2. Б у л ы ч е в Ю. Г., Е л и с е е в А. В. Модифицированный метод наименьших квадратов в обобщенно-инвариантной постановке // Проблемы управления и информатики. — 2006. — № 6. — С. 71–83.
3. Г о л о д В. В., Ч е р н ы ш о в В. И., Ш у л и к а В. Д. Модель специального преобразования информации в защищенных инфокоммуникационных системах // Программные продукты и системы. — 2006. — № 4. — С. 34–37.
4. М е л ь н и к о в В. В. Безопасность информации в автоматизированных системах. Альтернативный подход // Защита информации. — 2005. — № 6. — С. 40–45.
5. К а р п о в А. В. Задача адаптации системы защиты информации от несанкционированного доступа // Программные продукты и системы. — 2005. — № 4. — С. 52–53.
6. Б о л ь ш о в О. А. Синтез оптимальной помехи для маскирования речевого сигнала // Радиотехника. — 2001. — № 3. — С. 62–68.
7. К о з л е н к о Н. И., М о к р о у с о в А. Н., З е л е н и н А. Ю. Способ перекодирования информации с использованием псевдослучайной последовательности и псевдослучайной перестройки рабочей частоты // Радиотехника. — 2006. — № 2. — С. 18–22.
8. Ш у в а л о в А. В. Синтез и анализ компенсационного алгоритма подавления структурно детерминированных помех // Там же. — 2005. — № 7. — С. 43–49.
9. Б у л ы ч е в Ю. Г., Л а п с а р ь А. П. Проблемы оперативного прогнозирования стохастических характеристик марковских параметрических систем // Кибернетика и системный анализ. — 2004. — № 1. — С. 79–90.
10. Б у л ы ч е в Ю. Г., Б у л ы ч е в а Е. Ю. Эффективная реализация метода Галеркина с учетом новых свойств многочлена Чебышева // Там же. — 2004. — № 6. — С. 140–148.

Поступила 10.07.2008