

КВАЗИОПТИМАЛЬНОЕ СГЛАЖИВАНИЕ КАК ИНСТРУМЕНТАРИЙ АНАЛИЗА СЛОЖНЫХ СЛАБОСТРУКТУРИРОВАННЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Ключевые слова: метод экспоненциальной средней, постоянная сглаживания, фильтрация, экстраполяция, сглаживание, модель случайного блуждания.

ВВЕДЕНИЕ

При отсутствии достаточной априорной информации о закономерностях развития динамического процесса в условиях существенных ошибок измерений необходимо представить имеющиеся данные в наглядном виде для формирования критериев, на основании которых будет исследоваться и прогнозироваться поведение этого процесса. В этом направлении при математическом описании сложных недостаточно изученных динамических процессов требуется предварительная обработка информации для выявления общих закономерностей, качественная оценка исследуемого процесса и последующая формализация задачи.

Данные наблюдений, как правило, искажены измерительными шумами. При высокой флюктуации измерений возможности анализа восстанавливаемых закономерностей процесса ограничены. В этих условиях на этапе предварительного анализа целесообразно использовать процедуру сглаживания экспериментальных данных для уменьшения влияния измерительных шумов, поиска существенных устойчивых закономерностей. Процедура сглаживания открывает возможность приведения измерений к более удобной форме, получение наилучшего приближения к истинному процессу, по которому делаются выводы и принимаются решения. Качество и эффективность моделей, описывающих исследуемые процессы, оценивается степенью их адекватности истинному процессу.

При рассмотрении практических ситуаций в условиях неопределенности моделей используются квазиоптимальные методы сглаживания измерительной информации. Однако теоретические характеристики точности квазиоптимальных оценок неопределенных величин не могут быть получены. В этом основные недостатки методов квазиоптимального оценивания, поскольку невозможно оценить эффективность решений, основанных на этих оценках.

Поэтому для оценки эффективности предлагаемой процедуры сглаживания и достоверности решений, принимаемых на основе сглаженной кривой, необходимо оценить точность сглаженных оценок. Так, эффективность прогноза оценивается по отношению сглаженной кривой как к наилучшему приближению к истинному процессу. И эта оценка оказывается достаточно достоверной только при выборе рациональных квазиоптимальных сглаживаний. В условиях, когда ошибки сглаживания значительны, а также из-за отсутствия данных об истинном процессе оценка качества прогноза недостоверна.

В данной работе предлагается процедура сглаживания, основанная на экспоненциальной средней, и методика определения характеристик точности, которая позволяет оценить достоверность решений о выявленных закономерностях трудноформализуемых динамических процессов.

Предложенная методика применяется для квазиоптимального сглаживания данных мониторинга артериального давления, позволяет выявить устойчивые существенные закономерности этого процесса.

1. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ АЛГОРИТМОВ ФИЛЬТРАЦИИ И ЭКСТРАПОЛЯЦИИ, ОСНОВАННЫХ НА ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЙ СРЕДНЕЙ

В данном разделе обосновывается эквивалентность характеристик точности оптимального для модели случайного блуждания фильтра Калмана в установившемся режиме соответствующим характеристикам точности оценивания на осно-

© Н.Д. Панкратова, Т.В. Подладчикова, Д.Г. Стрелков, 2009

ве экспоненциальной средней, что позволяет оценить потенциально достижимую точность оценивания на основе экспоненциальной средней.

Идея метода экспоненциального сглаживания основана на рассмотрении временного ряда вида

$$z_k = X_k + \eta_k, \quad (1)$$

где X_k — уровень временного ряда, η_k — случайная некоррелированная последовательность ошибок измерений с нулевым математическим ожиданием и постоянной дисперсией σ_η^2 .

Оценка текущего значения уровня $\hat{X}_{k,k}$ в момент времени k определяется в соответствии с методом экспоненциального сглаживания (МЭС) следующим образом:

$$\hat{X}_{k,k} = \alpha z_k + (1 - \alpha) \hat{X}_{k-1,k-1}. \quad (2)$$

В качестве прогноза $\hat{X}_{k+1,k}$ на момент времени $k+1$ по данным измерений z_1, z_2, \dots, z_k используется оценка текущего значения уровня $\hat{X}_{k,k}$, т.е. $\hat{X}_{k+1,k} = \hat{X}_{k,k}$.

Точность оценивания и учета характера изменения процесса зависит от величины постоянной сглаживания α , значения которой в большинстве практических ситуаций выбирается подбором, обучением, исходя из минимума среднеквадратической ошибки (СКО) прогнозируемой оценки по ретроспективной выборке наблюдений исследуемого ряда.

Полная ошибка экспоненциальной средней $\tilde{X}_k = X_k - \hat{X}_{k,k}$ содержит две составляющие: одна из них обусловлена динамикой самого процесса X_k (ошибка метода), а другая — ошибками измерения η_k . Теоретически может быть определена только составляющая ошибок измерений, что не позволяет в достаточной мере обосновать эффективность процедуры оценивания. Дисперсия этой составляющей ошибки стремится к величине [1]

$$D = \frac{\alpha}{2 - \alpha} \sigma_\eta^2. \quad (3)$$

Составляющая, обусловленная ошибкой метода, остается неизвестной из-за неопределенности изменения процесса X_k . Эта неопределенность может иметь как случайную природу, так и отражать непознанные нами закономерности.

Вопрос определения статистических свойств таких рядов, для которых особенно хорошо работает МЭС, впервые исследовал Д. Мат [2]. Он показал, что если временной ряд описывается моделью случайного блуждания в виде

$$X_{k+1} = X_k + w_{k+1}, \quad (4)$$

где w_k — скорость изменения уровня ряда, представляющая собой случайную независимую последовательность с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ_w^2 , то модель экспоненциальной средней оптимальна при

$$\alpha = \frac{-\chi + \sqrt{\chi^2 + 4\chi}}{2}, \quad (5)$$

где $\chi = \frac{\sigma_w^2}{\sigma_\eta^2}$.

Покажем, что постоянная сглаживания α , определяемая выражением (5), совпадает с установившимся значением коэффициента усиления фильтра Калмана, построенного для модели (1), (4). Для данной модели в соответствии с алгоритмом фильтра Калмана [3] уравнение для дисперсии фильтрованной оценки уровня ряда имеет вид

$$P_{k,k} = (1 - K_k) P_{k,k-1}, \quad (6)$$

где $K_k = \frac{P_{k,k-1}}{P_{k,k-1} + \sigma_\eta^2} = \frac{P_{k,k}}{\sigma_\eta^2}$ — коэффициент усиления фильтра Калмана, а для дисперсии прогнозированной ошибки

$$P_{k+1,k} = P_{k,k} + \sigma_w^2. \quad (7)$$

С ростом числа наблюдений коэффициент усиления фильтра Калмана K_k стремится к постоянному значению \bar{K}

$$\bar{K} = \lim_{k \rightarrow \infty} K_k = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{P_{k,k}}{\sigma_\eta^2}.$$

Пусть $\bar{P}^f = \lim_{k \rightarrow \infty} P_{k,k}$ — установившееся значение ошибки фильтрации, а $\bar{P}^e = \lim_{k \rightarrow \infty} P_{k+1,k} = \bar{P}^f + \sigma_w^2$ — прогноза. Из уравнений (6), (7) следует, что $P_{k,k} = \left(1 - \frac{P_{k,k}}{\sigma_\eta^2}\right)(P_{k-1,k-1} + \sigma_w^2)$. Установившиеся значения дисперсий ошибок оценивания можно получить из установившегося уравнения Риккати:

$$\bar{P}^f = \left(1 - \frac{\bar{P}^f}{\sigma_\eta^2}\right)(\bar{P}^f + \sigma_w^2). \quad (8)$$

Решение уравнения (8) имеет вид

$$\bar{P}^f = \frac{-\chi + \sqrt{\chi^2 + 4\chi\sigma_\eta^2}}{2} \sigma_\eta^2.$$

Оценки текущего значения ряда в установившемся режиме выполняются следующим образом:

$$\hat{X}_{k,k} = \bar{K}z_k + (1 - \bar{K})X_{k-1,k-1}.$$

Из сравнения последнего соотношения с выражением (2) следует, что оптимальное значение постоянной сглаживания α при большом числе наблюдений совпадает с установившимся значением \bar{K} коэффициента усиления фильтра Калмана, построенного для модели (1), (4), т.е. $\alpha = \bar{K}$.

Исходя из эквивалентности алгоритма экспоненциального сглаживания и стационарного фильтра Калмана, определяем установившиеся значения дисперсий полных ошибок метода экспоненциального сглаживания. Таким образом, дисперсия ошибки фильтрации имеет вид

$$\bar{P}^f = \frac{-\chi + \sqrt{\chi^2 + 4\chi\sigma_\eta^2}}{2} \sigma_\eta^2, \quad (9)$$

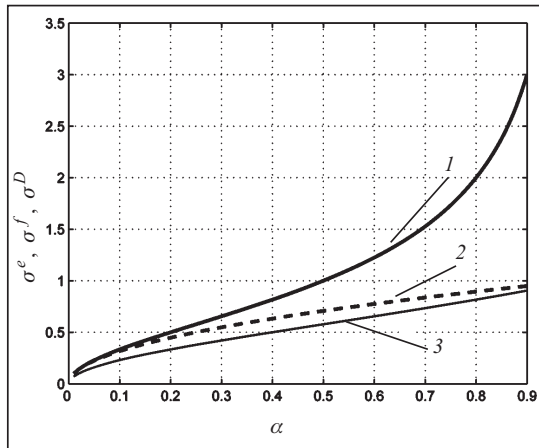
а дисперсия ошибки экстраполяции

$$\bar{P}^e = \frac{\chi + \sqrt{\chi^2 + 4\chi\sigma_\eta^2}}{2} \sigma_\eta^2. \quad (10)$$

Из выражения (5) следует, что $\chi = \frac{\alpha^2}{1-\alpha}$. Подставляя это выражение в равенства (9), (10), получаем прямую зависимость дисперсии полных ошибок МЭС от оптимальных значений постоянной сглаживания α , которая характеризует потенциальную точность оценивания МЭС:

$$\bar{P}^f = \alpha\sigma_\eta^2, \quad (11)$$

$$\bar{P}^e = \frac{\alpha}{1-\alpha}\sigma_\eta^2. \quad (12)$$



Σημ. 1. Εααήνέγιήνυ τζέιζ σ^e (1), σ^f (2) ε σ^D (3) η ηηέγαεήκίετ έκαηάκε ηήηη κίετ ήέαεέαακε α

κο измерительными шумами (3).

Как видно из рисунка, σ^f незначительно превышает σ^D , т.е. ошибка метода незначительна при оценке текущего значения уровня ряда. В то же время вклад в ошибку прогноза составляющей, обусловленной ошибкой метода, более существенный и резко увеличивается с ростом α .

Так как МЭС для модели случайного блуждания оптимизирует процедуру оценивания текущего значения временного ряда, то выражения (11), (12) можно рассматривать как потенциально достижимые характеристики точности определения экспоненциальной средней.

2. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ АЛГОРИТМА СГЛАЖИВАНИЯ, ОСНОВАННОГО НА ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЙ СРЕДНЕЙ

В данном разделе метод экспоненциального среднего применен для квазиоптимального сглаживания предыдущих значений временного ряда. Предложена методика определения потенциально достижимой точности квазиоптимального сглаживания, что позволяет оценить эффективность решений, принимаемых на основе сглаженных оценок.

Сглаженная оценка $\hat{X}_{k,N}$ состояния X_k по данным N измерений ($N \geq k$) в соответствии с оптимальным алгоритмом сглаживания для модели (1), (4) при фиксированном интервале N определяется следующим образом [3]:

$$\hat{X}_{k,N} = \hat{X}_{k,k} + A_k (\hat{X}_{k+1,N} - \hat{X}_{k,k}), \quad (13)$$

где $A_k = \frac{P_{k,k}}{P_{k+1,k}}$. Дисперсия ошибки сглаживания имеет вид

$$P_{k,N} = P_{k,k} + A_k^2 (P_{k+1,N} - P_{k+1,k}). \quad (14)$$

Применяя к методу экспоненциальной средней (2) операцию сглаживания в установившемся режиме, определим уточненные оценки предыдущих значений временного ряда, используя постоянное установившееся значение временного ряда

$$A_k = A = \frac{\bar{P}^f}{\bar{P}^e}. \quad (15)$$

С учетом выражений (11), (12) получаем $A = 1 - \alpha$.

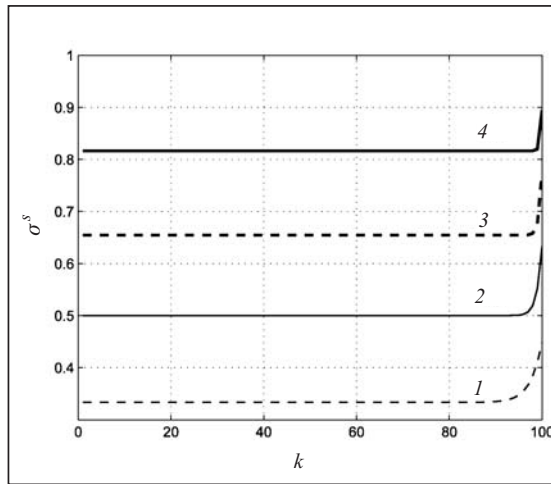
Дисперсия ошибок квазиоптимального сглаживания $P_{k,N}$ ($k < N$) в соответствии с выражениями (14), (15) определяется следующим образом:

$$P_{k,N} = \bar{P}^f + \left(\frac{\bar{P}^f}{\bar{P}^e} \right)^2 (P_{k+1,N} - \bar{P}^e), \quad k = N-1, N-2, \dots, 1. \quad (16)$$

Из сравнения полученных выражений с соотношением (3) видно, что полные ошибки метода экспоненциальной средней характеризуются дисперсиями, превышающими дисперсию D .

На рис. 1 приведена зависимость от оптимального значения постоянной сглаживания α ($\sigma_\eta^2 = 1$) полной СКО $\sigma^e = \sqrt{\bar{P}^e}$ прогноза временного ряда на один шаг (1); полной среднеквадратической ошибки $\sigma^f = \sqrt{\bar{P}^e}$ оценки текущего значения уровня ряда (2); СКО $\sigma^D = \sqrt{D}$ текущего значения уровня ряда, обусловленной только

Изменения СКО сглаживания $\sigma_{k,N} = \sqrt{P_{k,N}}$ в зависимости от k при количестве измерений $N=100$, $\alpha=0,2$ (1), $\alpha=0,4$ (2), $\alpha=0,6$ (3) и $\alpha=0,8$ (4) приведены на рис. 2. Из сравнения рис. 1 и 2 видно, что при $k=N$ ошибки сглаженной оценки и оценки текущего состояния совпадают. По мере уменьшения k уменьшается СКО сглаженных оценок, которая стремится к установившемуся значению. Установившееся значение σ^s СКО сглаживания $\sigma_{k,N}$, характеризующей потенциально достижимую точность, возрастает с ростом оптимального значения постоянной сглаживания α , $\sigma_\eta^2=1$.



Ščn. 2. Ćšqđčž čęĝqđqđč: ŃŹĪ ņčqđčšqđč: $\sigma_{k,N} = \sqrt{P_{k,N}}$ ā ēqđčņčĝŭŭč ĩŭ k ĩšč $N=100$ č $\alpha=0.2$ (1); $\alpha=0.4$ (2); $\alpha=0.6$ (3) č $\alpha=0.8$ (4)

Уравнение для дисперсии ошибок сглаживания \bar{P}^s найдем из уравнения (16):

$$\bar{P}^s = \bar{P}^f + \left(\frac{\bar{P}^f}{\bar{P}^e} \right)^2 (\bar{P}^s - \bar{P}^e), \quad (17)$$

где $\bar{P}^s = \lim_{k \rightarrow \infty} P_{k,N}$. Решение уравнения (16) имеет вид

$$\bar{P}^s = \frac{\bar{P}^f \bar{P}^e}{\bar{P}^f + \bar{P}^e}.$$

Учитывая выражения (11), (12), определяем зависимость установившейся дисперсии ошибки сглаживания от оптимального значения α , характеризующую потенциально достижимую точность метода

$$\bar{P}^s = \frac{\alpha}{2-\alpha} \sigma_\eta^2. \quad (18)$$

Из сравнения полученного равенства с выражением (3) видно, что дисперсия полной ошибки сглаживания полностью совпадает с дисперсией той составляющей ошибки оценки текущего значения, которая обусловлена измерительными шумами. Следовательно, изменение СКО σ^D оценки текущего значения уровня ряда, обусловленной только измерительными шумами (тонкая сплошная кривая на рис. 1), отражает также изменение полной ошибки сглаживания σ^s .

Выражение (18) характеризует потенциально достижимую точность определения предыдущих значений временного ряда по данным оценивания экспоненциальной средней на интервале времени N . При применении МЭС для оценки текущего значения уровня временного ряда и последующего уточнения его предыдущих значений в условиях неопределенности характеристики точности, определяемые выражениями (11), (12), (18), могут рассматриваться как приближенные оценки эффективности использования процедуры квазиоптимального оценивания.

3. КВАЗИОПТИМАЛЬНОЕ СГЛАЖИВАНИЕ ДАННЫХ МОНИТОРИНГА АРТЕРИАЛЬНОГО ДАВЛЕНИЯ

Предложенная методика применяется для квазиоптимального сглаживания данных мониторинга артериального давления в целях выявления устойчивых закономерностей этого процесса.

Длительный семисуточный 24-часовой мониторинг артериального давления проводился Российским университетом дружбы народов с помощью амбулаторно-

го автоматического аппарата. Прибор был настроен так, чтобы снимать данные преимущественно с 30-минутным интервалом с 6:00 до 22:00 и с 60-минутным интервалом с 22:00 до 6:00. Данные измерений (обозначим их z_k^P) среднего артериального давления (МАР) двух обследуемых: мужчины 54-х лет и женщины 57-и лет, приведены на рис. 3, а, б. На оси абсцисс указано время суток в часах, интервалы между соседними делениями соответствуют 36 час.

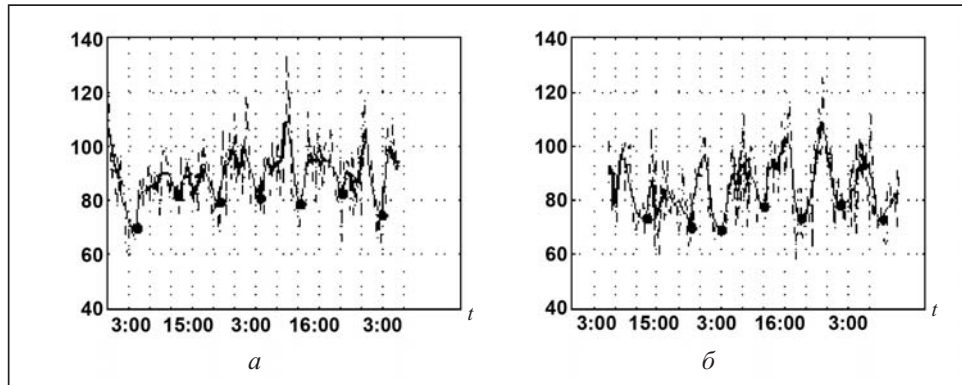


Рис. 3. Значения среднего артериального давления (МАР) в течение суток: 54-летний (а); 57-летняя (б)

Анализ данных измерений МАР показывает наличие значительной флуктуационной составляющей. Характерна высокая вариабельность, скачкообразность изменения МАР, по-видимому, обусловленная в значительной мере наличием непредвиденных, непредсказуемых сбоев, нарушений процессов регуляций организма, существенно деформирующих исследуемый процесс. Это дает основания на предварительном этапе приближенно рассматривать изменение действительных значений МАР (обозначим их p_k) для этой возрастной группы как стохастический процесс, описываемый моделью случайного блуждания

$$p_{k+1} = p_k + w_{k+1}T_{k+1,k}, \quad (19)$$

где $T_{k+1,k}$ — интервал времени между $(k+1)$ - и k -м измерениями, w_{k+1} — последовательность шумов процесса с нулевым математическим ожиданием и неизвестной дисперсией σ_w^2 . Предполагая, что измерения МАР искажены аддитивной несмещенной шумовой составляющей η_k с неизвестной дисперсией σ_η^2 , уравнение измерения МАР можно записать в следующем виде:

$$z_k^P = p_k + \eta_k. \quad (20)$$

Реализация алгоритма сглаживания измерений МАР включает такие этапы:

1) идентификация неизвестных дисперсий σ_w^2 и σ_η^2 , характеризующих степень рассеяния самого процесса МАР и его измерений;

2) оценка текущих значений МАР $\hat{p}_{k,k}$ по данным измерений $z_1^P, z_2^P, \dots, z_k^P$ в соответствии с выражением (2);

3) оценка сглаженных значений МАР $\hat{p}_{k,N}$ по данным измерений $z_1^P, z_2^P, \dots, z_N^P$ ($N \geq k$) на основе выражения (13), где $A_k = 1 - \alpha$.

Идентификация неизвестных дисперсий модели. Для идентификации неизвестных дисперсий σ_w^2 и σ_η^2 по данным измерений формируются такие последовательности:

$$B_{1,k} = (z_k - z_{k-1})^2, \quad B_{2,k} = (z_k - z_{k-2})^2.$$

С учетом выражений (19), (20) измерения z_k^P представляются в виде

$$z_k = p_{k-1} + w_k T_{k,k-1} + \eta_k = p_{k-2} + w_{k-1} T_{k-1,k-2} + w_k T_{k,k-1} + \eta_k.$$

Тогда математическое ожидание последовательностей $B_{1,k}$ и $B_{2,k}$ запишем

$$E[B_{1,k}] = \sigma_w^2 T_{k,k-1}^2 + 2\sigma_\eta^2, \quad (21)$$

$$E[B_{2,k}] = \sigma_w^2 T_{k,k-1}^2 + \sigma_w^2 T_{k-1,k-2}^2 + 2\sigma_\eta^2. \quad (22)$$

Решая систему двух линейных уравнений (21), (22) с двумя неизвестными σ_w^2 и σ_η^2 , получаем

$$\sigma_w^2 = \frac{E[B_{2,k}] - E[B_{1,k}]}{T_{k-1,k-2}^2}, \quad (23)$$

$$\sigma_\eta^2 = \frac{1}{2} \left(E[B_{1,k}] - \frac{E[B_{2,k}] - E[B_{1,k}]}{T_{k-1,k-2}^2} T_{k,k-1} \right). \quad (24)$$

Математические ожидания последовательностей $B_{1,k}$ и $B_{2,k}$ можно оценить статистическим усреднением их наблюдаемых значений

$$E[(B_{1,k})] = \frac{1}{k-1} \sum_{j=2}^k B_{1,j}, \quad E[(B_{2,k})] = \frac{1}{k-2} \sum_{j=3}^k B_{2,j}. \quad (25)$$

Тогда оценки неизвестных дисперсий шумов модели (19), (20) определяются в соответствии с выражениями (23), (24), в которых вместо $E[(B_{1,k})]$ и $E[(B_{2,k})]$ используются их оценки (25).

На основании предлагаемого метода идентификации получены оценки $\hat{\sigma}_w^2 = 22$ и $\hat{\sigma}_\eta^2 = 35$ для 54-летнего обследуемого и $\hat{\sigma}_w^2 = 36$ и $\hat{\sigma}_\eta^2 = 33$ для 57-летней обследуемой, которые использовались для получения оценки текущих значений МАР.

Оценка текущих значений МАР. Оценка текущих значений МАР $\hat{p}_{k,k}$ выполняется на основе МЭС $\hat{p}_{k,k} = \alpha z_k^p + (1-\alpha)\hat{p}_{k-1,k-1}$, где α определяется выражением (5).

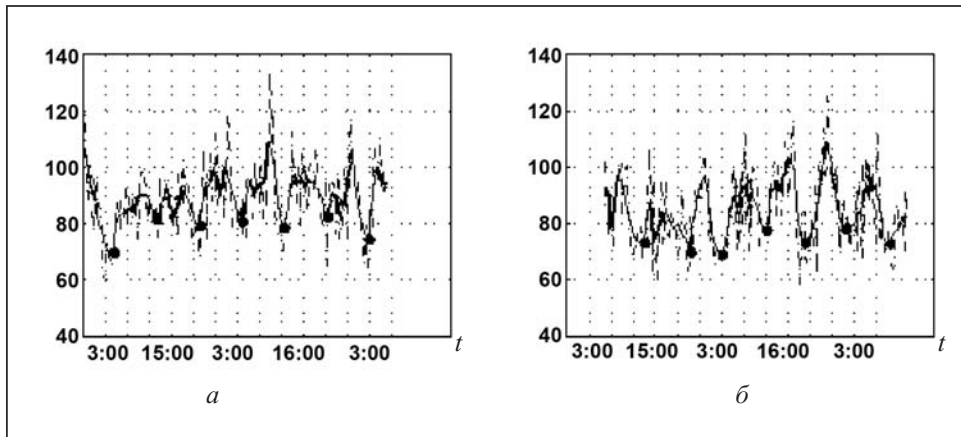
Определение сглаженных значений МАР и их характеристик точности. Оценка сглаженных значений МАР $\hat{p}_{k,N}$ ($N \geq k$) определяется также на основе экспоненциальной средней

$$\hat{p}_{k,N} = \hat{p}_{k,k} + A(\hat{p}_{k+1,N} - \hat{p}_{k,k}), \quad (26)$$

где $A = 1 - \alpha$. Дисперсия ошибки $\sigma_{k,N}^2$ сглаживания рассчитывается в соответствии с выражением $\sigma_{k,N}^2 = \sigma_{k,k}^2 + A(\sigma_{k+1,N}^2 - \sigma_{k+1,k}^2)$, где $\sigma_{k,k}^2$ — дисперсия ошибки текущей оценки, $\sigma_{k+1,k}^2$ — дисперсия ошибки прогноза на один шаг.

Сглаженные значения \bar{p}_j в соответствии с приведенным алгоритмом сглаживания для обследуемых пациентов (сплошная линия) и измеренные значения z_k^p (пунктирная линия) приведены на рис. 4. Интервалы между соседними делениями на оси абсцисс соответствуют 12 час. Время суток (в час) указано с интервалом в 36 час.

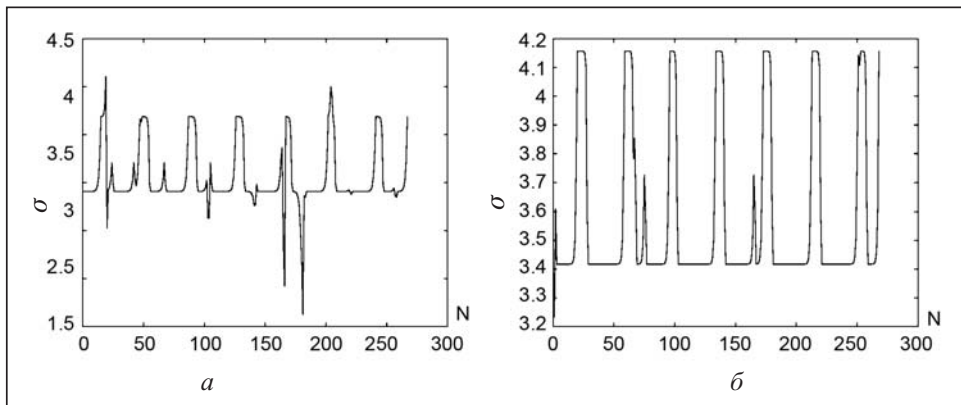
Как видно из характера изменения сглаженной кривой МАР, для обследуемых данной возрастной группы имеет место скачкообразное изменение максимумов МАР, высокий разброс величины изменения МАР в течение фазы подъема и снижения. Тем не менее сглаживание позволило выявить циклический характер процесса изменения МАР и для этой возрастной группы. Минимальные значения выделены на рисунке жирными точками, а максимальные достигаются в дневное время. Фаза снижения МАР приходится на интервал времени от позднего вечера до раннего утра.



ՏՃՆ. 4. ՀճաԹՀՀ ՇԵԳՏԱԿԿՆՈՒ ԵԿԱ՝ԱԿՇԵՄԱՐ (ԼՕԿՂՆԵՏԿԱ՝ ԵՇՇԵ՛) Ե՛ ՆՇԵԱԵԱԿԿՆՈՒ ԵԿԱ՝ԱԿՇԵՄԱՐ (ՈՂԵՒՈՂԱ՝ ԵՇՇԵ՛) ԱԵ՛ ԱԵՐՈՒ ԴՆԵԱՐՈՒՅՈՒՄԸ ԼՁԾՇԱԿՂԻԱ: 54 ՇԻԱԳ (a); 57 ԵՐՈՒ (i)

Обнаруженные закономерности легли в основу построения циклической стохастической модели, которая использовалась для прогнозирования MAP на несколько часов [6–8]. Результаты анализа эффективности прогноза анализировались при сопоставлении со сглаженными значениям MAP.

Значения СКО сглаживания σ^D в зависимости от номера измерений MAP, рассчитанные в соответствии с выражением (17), приведены на рис. 5.



ՏՃՆ. 5. ՀճաԹՀՀ ՆՂԻ ՆՇԵԱԵՇԱԿԿՇ՛ ՇԵԳՏԱԿՇԵՄԱՐ: 54 ՇԻԱԳ (a); 57 ԵՐՈՒ (i)

Из рисунка видно, что изменения СКО сглаживания σ^D зависят от интервала времени между измерениями и носят циклический характер. При получасовом интервале между измерениями СКО равна 2.8 для 54-летнего пациента и 3.4 для 57-летней обследуемой. При часовом интервале между измерениями точность сглаживания снижается и СКО достигает значений 3.8 для 54-летнего и 4.2 для 57-летней обследуемой.

Таким образом, результаты определения ошибок сглаживания, основанного на методе экспоненциальной средней, показали достаточно высокую потенциальную точность сглаживания. Следовательно, выводы о закономерностях процесса изменения MAP и решения, основанного на результатах сглаживания, а также характеристики точности прогнозирования по отношению к сглаженным значениям, можно считать достоверными и положить в основу результатов исследования процесса развития MAP.

Качество и эффективность известных детерминированных моделей, описывающих закон изменения артериального давления [4, 5], и стохастических моде-

лей [8] могут быть в дальнейшем оценены степенью их адекватности истинному процессу, наилучшим приближением к которому являются сглаженные значения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе предложена процедура квазиоптимального сглаживания данных измерений, основанная на экспоненциальной средней, и методика определения потенциально достижимой точности квазиоптимального сглаживания, которая позволяет оценить надежность решений, принимаемых по результатам квазиоптимального сглаживания. Предложенная методика применена для сглаживания данных мониторинга артериального давления, позволяет выявить устойчивые существенные закономерности этого процесса. Для определения наилучшего значения постоянной сглаживания α разработана процедура идентификации статистических характеристик шумов состояния и измерения.

Результаты определения ошибок сглаживания, основанного на методе экспоненциальной средней, показали достаточно высокую потенциальную точность сглаживания и, таким образом, обосновывают достоверность выводов о закономерностях динамики среднего артериального давления, полученных на основе сглаженных значений

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чуев Ю.В., Михайлов Ю.Б., Кузьмин В.И. Прогнозирование количественных характеристик процессов. — М.: Сов. радио, 1975. — 398 с.
2. Muth J.F. Optimal properties of exponentially weighted forecasts // J. of The American Statistical Assoc. — 1960. — **55**. — P. 315–355.
3. Сейдж Э., Мелс Дж. Теория оценивания и ее применение в связи и управления: Пер. с англ. — М.: Связь, 1976. — 496 с.
4. Nelson W, Tong YL, Lee JK, Halberg F. Methods for cosinor-rhythmometry // Chronobiologia. — 1979. — **6**. — P. 305–323.
5. Bingham C, Arbogast B, Cornélissen Guillaume G, Lee JK, Halberg F. Inferential statistical methods for estimating and comparing cosinor parameters // Ibid. — 1982. — **9**. — С. 397–439.
6. Панкратова Н.Д., Подладчикова Т.В. Оценивание и прогнозирование сложно формализуемых процессов различной физической природы // Проблемы управления и информатики. — 2008. — № 6. — С. 67–79.
7. Панкратова Н.Д., Подладчикова Т.В. Адаптивные стохастические модели в трудно формализуемых естественнонаучных задачах // Докл. НАНУ. — 2008. — № 12. — С. 55–61.
8. Подладчикова Т.В., Стрелков Д.Г. Математическое моделирование хронобиологических изменений среднего артериального давления у различных возрастных групп // Технологии живых систем. — 2007. — **4**, № 3. — С. 57–63.

Поступила 03.04.2009