КИБЕРНЕТИКА

В.Г. ТИМОФЕЕВ, А.Н. ЧЕБОТАРЕВ

УДК 519.713.1

УСОВЕРШЕНСТВОВАННЫЙ МЕТОД СИНТЕЗА АВТОМАТА ПО ЕГО СПЕЦИФИКАЦИИ В ЯЗЫКЕ L

Ключевые слова: *язык* L, *синтез автомата, дизъюнктивная форма, нормальная форма, ортогонализация дизъюнктивной формы, множители расщепления.*

ВВЕДЕНИЕ

Данная работа выполнена в рамках методологии проектирования реактивных систем [1], в основе которой лежит синтез автоматных моделей систем по спецификации требований к их функционированию. В качестве языка спецификации рассматривается логический язык L [2]. Ввиду сложности практических задач проектирования большое значение имеет эффективность алгоритмов синтеза. В настоящей статье предлагается усовершенствование метода синтеза автомата, основанного на расщеплении подформул спецификации [3]. Соответствующий алгоритм использует представление спецификации в дизъюнктивной форме. Наиболее сложной процедурой такого синтеза является ортогонализация множества компонентов дизъюнктивной формы. Поэтому усовершенствование метода направлено на уменьшение количества ортогонализируемых множеств компонентов и упрощение формул, к которым применяется операция ортогонализации. Кроме того, рассматриваемые модификации связаны с повышением регулярности алгоритма синтеза, что увеличивает возможность его распараллеливания при реализации на параллельных вычислительных системах.

Статья организована следующим образом. В разд. 1 описаны синтаксис и семантика языка L. В разд. 2 представлен исходный алгоритм синтеза. Предлагаемые модификации этого алгоритма и их обоснования приведены в разд. 3, 4. Работа всех рассмотренных вариантов алгоритма синтеза демонстрируется на одной и той же формуле спецификации. В заключении сравниваются оценки временной сложности применения исходного и модифицированного алгоритмов к формуле, используемой в примерах.

1. ЯЗЫК СПЕЦИФИКАЦИИ L

Язык L [2] является фрагментом логики предикатов первого порядка с одноместными предикатами и фиксированной областью интерпретации, в качестве которой выступает множество $\mathbf{Z}$ целых чисел. Спецификация в языке L имеет вид формулы $\forall t F(t)$, интерпретируемой на множестве $\mathbf{Z}$. Формула $F(t)$ строится с помощью логических связок из атомарных формул (атомов) вида $p(t+k)$, где p — одноместный предикатный символ, t — переменная, принимающая значения из множества целых чисел, рассматриваемого как множество моментов дискретного времени, k — целочисленная константа, называемая рангом атома. Разность между максимальным и минимальным значениями рангов атомов, встречающихся в формуле, называется ее глубиной. Поскольку формула $F(t)$ интерпретируется на множестве целых чисел, для произвольного целого k имеет место эквивалентность $\forall t F(t) \Leftrightarrow \forall t F(t+k)$, где $\forall t F(t+k)$ обозначает формулу, полученную из $F(t)$ прибавлением k к рангам всех ее атомов. Таким образом, можно ограничиться формулами $F(t)$, у которых максимальный ранг атомов равен 0.

При определении автоматной семантики языков спецификации эти языки и автоматы рассматриваются как формализмы для задания множеств сверхслов в алфавите двоичных векторов, длина которых равна количеству различных предикатных символов языка. Семантика формулы F языка L определяется как автомат, с которым ассоциируется то же множество сверхслов, что и с формулой F.

Пусть Σ — конечный алфавит, $\mathbf{Z}$ — множество целых чисел, $\mathbf{N}^+ = \{z \in \mathbf{Z} | z > 0\}$ и $\mathbf{N}^- = \{z \in \mathbf{Z} | z \le 0\}$. Отображения $u: \mathbf{Z} \to \Sigma$ и $l: \mathbf{N}^+ \to \Sigma$ называются соответственно двусторонним сверхсловом (обозначается $\ldots u(-2)u(-1)u(0)u(1)u(2)\ldots$) и сверхсловом (обозначается $l(1)l(2)\ldots$). Для двустороннего сверхслова u и $n \in \mathbf{Z}$ определим n-суффикс как сверхслово $u(n+1)u(n+2)\ldots$ Пусть $\Omega = \{p_1, p_2, \ldots, p_q\}$ — множество всех предикатных символов, встречающихся в формуле $\forall t F(t)$ (сигнатура формулы). Интерпретация формулы $\forall t F(t)$ — это набор $< \pi_1, \pi_2, \ldots$ $\ldots, \pi_q >$ определенных на $\mathbf{Z}$ одноместных предикатов, которые соответствуют всем предикатным символам из множества Ω. Каждый предикат π_i можно рассматривать как двустороннее сверхслово над алфавитом $\{0, 1\}$, а набор q таких предикатов — как двустороннее сверхслово над алфавитом $\Sigma = \{0, 1\}^q$. Интерпретация, при которой формула $\forall t F(t)$ истинна, называется моделью для этой формулы. С формулой $F = \forall t F(t)$ ассоциируется множество $M(F)$ всех моделей для нее, т.е. множество двусторонних сверхслов. Каждая формула $F = \forall t F(t)$ задает множество сверхслов над Σ, а именно множество 0-суффиксов всех двусторонних сверхслов из $M(F)$, которое обозначим $W(F)$.

Рассмотрим теперь автоматы как средство задания множеств сверхслов.

Конечным $X-Y$-автоматом A называется четверка $< X, Y, Q, \chi >$, где X и Y — соответственно входной и выходной алфавиты, Q — конечное множество состояний, χ: $Q \times X \times Y \to 2^Q$ — функция переходов.

$X-Y$-автомат $A = < X, Y, Q, \chi >$ называется квазидетерминированным, если для любых $q \in Q$, $x \in X$ и $y \in Y$ имеем $|\chi(q, x, y)| \le 1$.

Квазидетерминированный $X-Y$-автомат удобно рассматривать как детерминированный частичный автомат без выходов с входным алфавитом $\Sigma = X \times Y$. Такой автомат $A = < \Sigma, Q, \delta >$, где $\delta: Q \times \Sigma \to Q$ — частичная функция переходов, назовем Σ-автоматом A.

В качестве автоматных моделей реактивных алгоритмов используются циклические Σ-автоматы. Σ-автомат $A = < \Sigma, Q, \delta >$ называется циклическим, если для каждого $q \in Q$ существуют такие $q_1, q_2 \in Q$ и $\sigma_1, \sigma_2 \in \Sigma$, что $q_1 = \delta(q, \sigma_1)$ и $q = \delta(q_2, \sigma_2)$. Циклический автомат может быть охарактеризован в терминах допустимых сверхслов.

Входное сверхслово $l = \sigma_1 \sigma_2 \ldots$ допустимо в состоянии q Σ-автомата A, если существует такое сверхслово состояний $q_0 q_1 q_2 \ldots$, где $q_0 = q$, что для любого $i = 0, 1, 2, \ldots$ $\delta(q_i, \sigma_{i+1}) = q_{i+1}$. Сверхслово l допустимо для автомата A, если оно допустимо хотя бы в одном из его состояний.

Множество всех сверхслов, допустимых в состоянии q, обозначим $W(q)$. Состояния q_1 и q_2 называются эквивалентными, если $W(q_1) = W(q_2)$. Множество всех сверхслов, допустимых для автомата A, обозначим $W(A)$.

Автоматную семантику языка L определяет следующая теорема.

Теорема 1 [2]. Для каждой непротиворечивой формулы F вида $\forall t F(t)$ существует в общем случае недетерминированный неинициальный циклический Σ-автомат A, для которого $W(A) = W(F)$.

2. СИНТЕЗ АВТОМАТА МЕТОДОМ РАСЩЕПЛЕНИЙ

В основе синтеза автомата по формуле $\forall t F(t)$ методом расщеплений [3] лежит понятие нормальной формы для формулы $F(t)$. Здесь и далее формулу $F(t)$ глубины r, с сигнатурой $\Omega = \{p_1, p_2, \ldots, p_q\}$, будем рассматривать как пропозициональную формулу с пропозициональными переменными $p_1(t), \ldots, p_q(t)$, $p_1(t-1), \ldots, p_q(t-1), \ldots, p_1(t-r), \ldots, p_q(t-r)$.

Пусть формула $F(t)$ представлена в виде

$$\bigvee_{i=1}^{n} F_i(t-1) \,\&\, f_i(t), \tag{1}$$

где $F_i(t-1)$ — формула, максимальный ранг атомов в которой не превышает –1, $f_i(t)$ — формула, построенная из атомов ранга 0. Такое представление $F(t)$ называется дизъюнктивной формой, а конъюнкция вида $F_i(t-1) \,\&\, f_i(t)$ — компонентом такого представления с левой частью $F_i(t-1)$ и правой частью $f_i(t)$. Дизъюнктивная форма (1) удовлетворяет условию ортогональности, если для $i \neq j$ $(i, j \in \{1, \ldots, n\})$ имеем $F_i(t-1) \,\&\, F_j(t-1) \equiv 0$. Такая дизъюнктивная форма $F(t)$ называется нормальной формой, если для любых $i, j = 1, \ldots, n$ конъюнкция $F_i(t-1) \,\&\, f_i(t) \,\&\, F_j(t)$ или тождественно равна нулю, или равна $F_i(t-1) \,\&\, f_{ij}(t)$, где $f_{ij}(t)$ — отличная от нуля формула, построенная из атомов нулевого ранга.

Пусть $\Omega = \{p_1, \ldots, p_q\}$ — сигнатура формулы $F(t)$, а $\Sigma(\Omega)$ — множество всех двоичных векторов длины q. Зафиксировав некоторое упорядочение множества Ω, каждому символу $\sigma \in \Sigma(\Omega)$ можно поставить в соответствие элементарную конъюнкцию $\widetilde{\sigma}(t)$ вида $\widetilde{p}_1(t) \,\&\, \ldots \,\&\, \widetilde{p}_q(t)$, где $\widetilde{p}_j(t) \in \{p_j(t), \bar{p}_j(t)\}$, которая принимает значение 1 на векторе σ.

Спецификации $F = \forall t F(t)$, где $F(t)$ — формула сигнатуры Ω, представляющая собой нормальную форму $\bigvee_{i=1}^{n} F_i(t-1) \,\&\, f_i(t)$, однозначно ставится в соответствие Σ-автомат $A'(F)$ с входным алфавитом $\Sigma(\Omega)$, состояниями $q_1, \ldots, q_n$, где q_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$ соответствует формуле $F_i(t-1)$, и функцией переходов δ', которая определяется следующим образом. Для $\sigma \in \Sigma(\Omega)$ и $q_i, q_j \in \{q_1, \ldots, q_n\}$ значение $\delta'(q_i, \sigma)$ равно q_j тогда и только тогда, когда $F_i(t-1) \,\&\, f_i(t) \,\&\, \widetilde{\sigma}(t) \,\&$ $\& \, F_j(t) = F_i(t-1) \,\&\, \widetilde{\sigma}(t)$. Если для q_i, σ не существует такого $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$, при котором выполняется последнее равенство, значение $\delta'(q_i, \sigma)$ не определено. Автомат $A(F)$, специфицируемый формулой $F = \forall t F(t)$, представляет собой максимальный циклический подавтомат автомата $A'(F)$. Таким образом, чтобы получить автомат $A(F)$, необходимо для формулы $F(t)$ построить соответствующую ей нормальную форму. Построение такой нормальной формы состоит из двух этапов:

1) эквивалентное преобразование формулы $F(t)$ в дизъюнктивную форму, удовлетворяющую условию ортогональности;

2) преобразование этой дизъюнктивной формы в нормальную форму путем расщепления ее компонентов.

На первом этапе дизъюнктивная форма $F(t)$ преобразуется путем последовательного применения к парам ее компонентов, не удовлетворяющим условию ортогональности, следующего соотношения:

$$(F_i(t-1)\& f_i(t)\vee F_j(t-1)\& f_j(t))\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow (F_i(t-1)\& \overline{F}_j(t-1)\& f_i(t)\vee \overline{F}_i(t-1)\& F_j(t-1)\& f_j(t)\vee$$
$$\vee F_i(t-1)\& F_j(t-1)\& (f_i(t)\vee f_j(t))). \qquad (2)$$

Такое преобразование дизъюнктивной формы $F(t)$ назовем ее ортогонализацией.

Пусть дизъюнктивная форма, полученная в результате ортогонализации формулы $F(t)$, имеет вид $\bigvee_{i=1}^{n} F_i(t-1)\& f_i(t)$. На втором этапе осуществляется расщепление компонентов $F_i(t-1)\& f_i(t)$ $(i=1,\ldots,n)$ путем умножения каждого из них последовательно на формулы $F_1(t), F_2(t),\ldots, F_n(t)$. Результатом расщепления компонента является дизъюнкция полученных произведений, представленная в дизъюнктивной форме, удовлетворяющей условию ортогональности. Расщепление компонента $F_i(t-1)\& f_i(t)$ происходит, если эта дизъюнктивная форма состоит более чем из одного компонента, скажем, $F_{i1}(t-1)\& \& f_{i1}(t),\ldots, F_{ik}(t-1)\& f_{ik}(t)$. Очевидно, что дизъюнктивная форма, ни один из компонентов которой не расщепляется, представляет собой нормальную форму. Если происходит расщепление хотя бы одного компонента, то выполняется очередной цикл расщепления компонентов полученной дизъюнктивной формы. При этом расщепляемые компоненты умножаются только на те $F_{ij}(t)$, которые получены в результате расщепления компонентов в предыдущем цикле. Второй этап заканчивается, когда в очередном цикле не происходит расщепления ни одного компонента. Известно, что количество таких циклов расщепления не превышает $r-1$, где r — глубина исходной формулы.

Пример 1. Продемонстрируем работу описанного алгоритма. Для упрощения записи символы конъюнкции в формулах часто опускаются. Пусть формула $F(t)$ в спецификации $\forall t F(t)$ имеет следующий вид:

$$F(t)=\overline{x}(t-3)\,y(t-2)(\overline{u}(t-1)\vee w(t-1))\,y(t)w(t)\vee$$
$$\vee(x(t-3)\,y(t-3)\overline{u}(t-2)w(t-1)\vee y(t-3)\overline{u}(t-2)u(t-1)\overline{w}(t-1))\&(\overline{y}(t)\vee u(t)).$$

Эта формула представлена в форме (1), состоит из двух компонентов и удовлетворяет условию ортогональности. Левые части компонентов имеют вид

$$F_1(t-1)=\overline{x}(t-3)\,y(t-2)(\overline{u}(t-1)\vee w(t-1)),$$
$$F_2(t-1)=x(t-3)\,y(t-3)\overline{u}(t-2)w(t-1)\vee y(t-3)\overline{u}(t-2)u(t-1)\overline{w}(t-1).$$

В первом цикле расщеплений каждый компонент дизъюнктивной формы $F(t)$ умножается на формулы $F_1(t), F_2(t)$ и ортогонализируется дизъюнкция полученных произведений, представленная в виде дизъюнктивной формы.

Умножив первый компонент $F_1(t-1)\& f_1(t)$ на $F_1(t)$ и $F_2(t)$, получим

$$F_1(t-1)f_1(t)\& F_1(t)=$$
$$=\overline{x}(t-3)\,y(t-2)(\overline{u}(t-1)\vee w(t-1))\,y(t)w(t)\&\,\overline{x}(t-2)\,y(t-1)(\overline{u}(t)\vee w(t))=$$
$$=\overline{x}(t-3)\overline{x}(t-2)\,y(t-2)\,y(t-1)(\overline{u}(t-1)\vee w(t-1))\,y(t)w(t),$$
$$F_1(t-1)f_1(t)\& F_2(t)=$$
$$=\overline{x}(t-3)\,y(t-2)(\overline{u}(t-1)\vee w(t-1))\,y(t)w(t)\&\,(x(t-2)\,y(t-2)\overline{u}(t-1)w(t)\vee$$
$$\vee\, y(t-2)\overline{u}(t-1)u(t)\overline{w}(t))=\overline{x}(t-3)x(t-2)\,y(t-2)\overline{u}(t-1)\,y(t)w(t).$$

Дизъюнкция полученных произведений имеет вид

$$\overline{x}(t-3)\overline{x}(t-2)\,y(t-2)\,y(t-1)(\overline{u}(t-1)\vee w(t-1))\,y(t)w(t)\vee$$
$$\vee\overline{x}(t-3)x(t-2)\,y(t-2)\overline{u}(t-1)\,y(t)w(t)\,,$$

удовлетворяющий условию ортогональности, и определяет расщепление первого компонента на два компонента, которые обозначим $F_{11}(t-1)\& f_{11}(t)$ и $F_{12}(t-1)\& f_{12}(t)$.

После умножения второго компонента на $F_1(t)$ и $F_2(t)$ имеем

$$F_2(t-1)f_2(t)\& F_1(t)=$$
$$=(x(t-3)y(t-3)\overline{u}(t-2)w(t-1)\vee y(t-3)\overline{u}(t-2)u(t-1)\overline{w}(t-1))(\overline{y}(t)\vee u(t))\&$$
$$\&\,\overline{x}(t-2)y(t-1)(\overline{u}(t)\vee w(t))=(x(t-3)y(t-3)\overline{x}(t-2)\overline{u}(t-2)y(t-1)w(t-1)\vee$$
$$\vee\, y(t-3)\overline{x}(t-2)\overline{u}(t-2)y(t-1)u(t-1)\overline{w}(t-1))(\overline{y}(t)\overline{u}(t)\vee \overline{y}(t)w(t)\vee u(t)w(t)),$$
$$F_2(t-1)f_2(t)\& F_2(t)=$$
$$=(x(t-3)y(t-3)\overline{u}(t-2)w(t-1)\vee y(t-3)\overline{u}(t-2)u(t-1)\overline{w}(t-1))(\overline{y}(t)\vee u(t))\&$$
$$\&\,(x(t-2)y(t-2)\overline{u}(t-1)w(t)\vee y(t-2)\overline{u}(t-1)u(t)\overline{w}(t))=$$
$$=x(t-3)y(t-3)x(t-2)y(t-2)\overline{u}(t-2)\overline{u}(t-1)w(t-1)(\overline{y}(t)w(t)\vee u(t)w(t))\vee$$
$$\vee\, x(t-3)y(t-3)y(t-2)\overline{u}(t-2)\overline{u}(t-1)w(t-1)u(t)\overline{w}(t).$$

Ортогонализация дизъюнктивной формы, соответствующей дизъюнкции полученных произведений, дает следующие четыре компонента:

$$(x(t-3)y(t-3)\overline{x}(t-2)\overline{y}(t-2)\overline{u}(t-2)y(t-1)w(t-1)\vee$$
$$\vee\, x(t-3)y(t-3)\overline{x}(t-2)\overline{u}(t-2)y(t-1)u(t-1)w(t-1)\vee$$
$$\vee\, y(t-3)\overline{x}(t-2)\overline{u}(t-2)y(t-1)u(t-1)\overline{w}(t-1))(\overline{y}(t)\overline{u}(t)\vee \overline{y}(t)w(t)\vee u(t)w(t)),$$
$$x(t-3)y(t-3)\overline{x}(t-2)y(t-2)\overline{u}(t-2)y(t-1)\overline{u}(t-1)w(t-1)(\overline{y}(t)\vee u(t)),$$
$$x(t-3)y(t-3)\overline{x}(t-2)y(t-2)\overline{u}(t-2)\overline{u}(t-1)\overline{y}(t-1)w(t-1)u(t)\overline{w}(t),$$
$$x(t-3)y(t-3)x(t-2)y(t-2)\overline{u}(t-2)\overline{u}(t-1)w(t-1)(u(t)\vee \overline{y}(t)w(t)).$$

Компоненты, на которые расщепился компонент $F_2(t-1)\& f_2(t)$, обозначим соответственно $F_{21}(t-1)\& f_{21}(t),\ldots, F_{24}(t-1)\& f_{24}(t)$.

Во втором цикле каждый из полученных шести компонентов умножается на шесть множителей: $F_{11}(t), F_{12}(t), F_{21}(t)$ и т.д. Ортогонализация соответствующих дизъюнктивных форм дает следующий результат: каждая из формул $F_{11}(t-1)\& f_{11}(t)$, $F_{21}(t-1)\& f_{21}(t)$, $F_{22}(t-1)\& f_{22}(t)$ расщепляется на два компонента, формулы $F_{12}(t-1)\& f_{12}(t)$ и $F_{24}(t-1)\& f_{24}(t)$ — на три, компонент $F_{23}(t-1)\& f_{23}(t)$ не расщепляется, а преобразуется в формулу

$$F_{23}(t-1)\& f_{23}(t)\& F_{21}(t)=$$
$$=x(t-3)y(t-3)\overline{x}(t-2)y(t-2)\overline{u}(t-2)\overline{u}(t-1)\overline{y}(t-1)w(t-1)u(t)\overline{w}(t)\& F_{21}(t)=$$
$$=x(t-3)y(t-3)\overline{x}(t-2)y(t-2)\overline{u}(t-2)\overline{u}(t-1)\overline{x}(t-1)\overline{y}(t-1)w(t-1)y(t)u(t)\overline{w}(t).$$

В силу того что глубина исходной формулы $F(t)$ равна трем, в следующем цикле не расщепится ни один из компонентов, поэтому процесс расщепления завершается.

Полученная в результате нормальная форма для формулы $F(t)$ состоит из 13 компонентов:

1) $\overline{x}(t-3)\overline{x}(t-2)y(t-2)\overline{x}(t-1)y(t-1)(\overline{u}(t-1)\vee w(t-1))y(t)w(t)$,
2) $\overline{x}(t-3)\overline{x}(t-2)y(t-2)x(t-1)y(t-1)(\overline{u}(t-1)\vee w(t-1))y(t)\overline{u}(t)w(t)$,
3) $\overline{x}(t-3)x(t-2)y(t-2)\overline{x}(t-1)\overline{y}(t-1)\overline{u}(t-1)y(t)w(t)$,
4) $\overline{x}(t-3)x(t-2)y(t-2)x(t-1)y(t-1)\overline{u}(t-1)y(t)\overline{u}(t)w(t)$,
5) $\overline{x}(t-3)x(t-2)y(t-2)\overline{x}(t-1)y(t-1)\overline{u}(t-1)y(t)w(t)$,

6) $(x(t-3)\,y(t-3)\bar{x}(t-2)\,\bar{y}(t-2)\bar{u}(t-2)\bar{x}(t-1)\,y(t-1)w(t-1)\vee$
$\vee x(t-3)\,y(t-3)\bar{x}(t-2)\bar{u}(t-2)\bar{x}(t-1)\,y(t-1)u(t-1)w(t-1)\vee$
$\vee\, y(t-3)\bar{x}(t-2)\bar{u}(t-2)\bar{x}(t-1)\,y(t-1)u(t-1)\bar{w}(t-1))\,y(t)w(t)u(t)$,

7) $(x(t-3)\,y(t-3)\bar{x}(t-2)\,\bar{y}(t-2)\bar{u}(t-2)x(t-1)\,y(t-1)w(t-1)\vee$
$\vee x(t-3)\,y(t-3)\bar{x}(t-2)\bar{u}(t-2)x(t-1)\,y(t-1)u(t-1)w(t-1)\vee$
$\vee\, y(t-3)\bar{x}(t-2)\bar{u}(t-2)x(t-1)\,y(t-1)u(t-1)\bar{w}(t-1))\,\bar{y}(t)\bar{u}(t)$,

8) $x(t-3)\,y(t-3)\bar{x}(t-2)\,y(t-2)\bar{u}(t-2)x(t-1)\,y(t-1)\bar{u}(t-1)w(t-1)\,\bar{y}(t)\bar{u}(t)$,

9) $x(t-3)\,y(t-3)\bar{x}(t-2)\,y(t-2)\bar{u}(t-2)\bar{x}(t-1)\,y(t-1)\bar{u}(t-1)w(t-1)\,y(t)u(t)$,

10) $x(t-3)\,y(t-3)\bar{x}(t-2)\,y(t-2)\bar{u}(t-2)\bar{x}(t-1)\,\bar{y}(t-1)\bar{u}(t-1)w(t-1)\,y(t)u(t)\bar{w}(t)$,

11) $x(t-3)\,y(t-3)x(t-2)\,y(t-2)\bar{u}(t-2)x(t-1)\,y(t-1)\bar{u}(t-1)w(t-1)\,\bar{y}(t)\bar{u}(t)w(t)$,

12) $x(t-3)\,y(t-3)x(t-2)\,y(t-2)\bar{u}(t-2)\bar{x}(t-1)\,y(t-1)\bar{u}(t-1)w(t-1)(\,y(t)u(t)\vee$
$\vee\,\bar{y}(t)\bar{u}(t)w(t))$,

13) $x(t-3)\,y(t-3)x(t-2)\,y(t-2)\bar{u}(t-2)\bar{x}(t-1)\,\bar{y}(t-1)\bar{u}(t-1)w(t-1)\,y(t)u(t)$.

Этой нормальной форме соответствует Σ-автомат $A'(F)$, функция переходов которого имеет следующий вид:

1: $\bar{x}yw\to 1$, $xyw\to 2$.	2: $xy\bar{u}w\to 4$, $\bar{x}y\bar{u}w\to 5$.	3: $\bar{x}yw\to 6$, $xyw\to 7$.	4: $xy\bar{u}w\to 11$, $\bar{x}y\bar{u}w\to 12$.	
5: $\bar{x}yuw\to 6$, $xyuw\to 7$, $xy\bar{u}w\to 8$, $\bar{x}y\bar{u}w\to 9$.	6: $\bar{x}yuw\to 1$, $xyuw\to 2$.	7: $\overline{xyu}\to 3$.	8: $\overline{xyu}\to 3$.	
9: $\bar{x}yuw\to 1$, $xyuw\to 2$, $\bar{x}yu\bar{w}\to 6$, $xyu\bar{w}\to 7$.	10: $\bar{x}yu\bar{w}\to 6$, $xyu\bar{w}\to 7$.	11: $\overline{xy}\bar{u}w\to 13$.	12: $\bar{x}yu\to 6$, $xyu\to 7$, $\overline{xy}\bar{u}w\to 10$.	13: $\bar{x}yu\to 6$, $xyu\to 7$.

Легко заметить, что полученный автомат циклический и его состояния 7 и 8 эквивалентны.

3. МОДИФИКАЦИЯ МЕТОДА РАСЩЕПЛЕНИЙ

Основная идея предлагаемой модификации метода расщеплений состоит в том, чтобы множество формул, на которые при расщеплении умножаются компоненты дизъюнктивного представления спецификации, ортогонализировать до выполнения расщепления. При этом дизъюнктивная форма, полученная в результате таких умножений, будет удовлетворять условию ортогональности. Более того, предлагается построить набор ортогональных множителей (множители расщепления), произведение которых на дизъюнктивную форму исходной формулы $F(t)$, удовлетворяющей условию ортогональности, дает соответствующую ей нормальную форму. Это позволяет упростить наиболее сложную из используемых операций, а именно операцию ортогонализации, поскольку она применяется к более простым формулам по сравнению с методом, описанным в [3].

Пусть $G^0(t)=\bigvee\limits_{i=1}^{n_0} G_i^0(t-1)g_i^0(t)$ — дизъюнктивная форма, имеющая глубину r и удовлетворяющая условию ортогональности. Назовем ее дизъюнктивной формой нулевого уровня. Множители расщепления для построения соответствующей нормальной формы строятся как всевозможные произведения множителей уровней от 1 до $r-1$, взятых по одному из каждого уровня. Множитель j-го уровня ($j=1,\ldots,r-1$) представляет собой компонент дизъюнктивной формы соответствующего уровня, которая имеет вид $G^j(t)=\bigvee\limits_{i=1}^{n_j} G_i^j(t-1)g_i^j(t)$.

Дизъюнктивная форма j-го уровня $G^j(t)$ $(j=1,\ldots,r-1)$ получается из дизъюнктивной формы $j-1$-го уровня $G^{j-1}(t)=\bigvee_{i=1}^{n_{j-1}} G_i^{j-1}(t-1)g_i^{j-1}(t)$ как результат ортогонализации дизъюнктивной формы, соответствующей формуле $\bigvee_{i=1}^{n_{j-1}} G_i^{j-1}(t)$. Таким образом, на каждом следующем уровне глубина ортогонализируемой формулы уменьшается на 1. Нормальная форма $H(t)$ для формулы $G^0(t)$ имеет вид $H(t)=\mathop{\&}_{i=0}^{r-1} G^i(t)$.

Для доказательства корректности описанного алгоритма достаточно показать справедливость следующих двух утверждений.

Утверждение 1. Формула $\forall tH(t)$ имеет то же самое множество моделей, что и формула $\forall tG^0(t)$.

Утверждение 2. Полученное дизъюнктивное представление $H(t)$ является нормальной формой.

Справедливость утверждения 1 непосредственно вытекает из следующей леммы, доказанной в [4].

Лемма. Пусть $F(t)$ — дизъюнктивная форма вида $\bigvee_{i=1}^{n} F_i(t-1)\& f_i(t)$. Тогда множество моделей для формулы $\forall t \bigvee_{i=1}^{n} F_i(t)$ содержит в себе множество моделей для формулы $\forall tF(t)$.

Для доказательства утверждения 2 используется следующее очевидное свойство операции ортогонализации.

Утверждение 3. Пусть дизъюнктивная форма $\bigvee_{i=1}^{n} G_i(t-1)\& g_i(t)$ — результат ортогонализации дизъюнктивной формы $\bigvee_{i=1}^{m} F_i(t-1)\& f_i(t)$, тогда для любых $i\in\{1,\ldots,m\}$ и $j\in\{1,\ldots,n\}$ произведение $G_j(t-1)$ на $F_i(t-1)$ либо тождественно равно 0, либо совпадает с $G_j(t-1)$.

Пусть $G_{i0}^0(t-1)\&G_{i1}^1(t-1)\&\ldots\&G_{i(r-1)}^{r-1}(t-1)\&g_{i0}^0(t)\&g_{i1}^1(t)\&\ldots\&g_{i(r-1)}^{r-1}(t)$ и $G_{j0}^0(t-1)\&G_{j1}^1(t-1)\&\ldots\&G_{j(r-1)}^{r-1}(t-1)\&g_{j0}^0(t)\&g_{j1}^1(t)\&\ldots\&g_{j(r-1)}^{r-1}(t)$ — два произвольных компонента формулы $H(t)$. Покажем, что произведение первого из них на формулу $G_{j0}^0(t)\&G_{j1}^1(t)\&\ldots\&G_{j(r-1)}^{r-1}(t)$ либо тождественно равно 0, либо совпадает с $G_{i0}^0(t-1)\&G_{i1}^1(t-1)\&\ldots\&G_{i(r-1)}^{r-1}(t-1)\&g_i(t)$, где $g_i(t)$ — формула, построенная из атомов нулевого ранга. Для произвольного $k\in\{1,\ldots,r-1\}$ рассмотрим произведение $G_{ik}^k(t-1)$ на $G_{j(k-1)}^{k-1}(t)$. Компонент дизъюнктивной формы k-го уровня $G_{ik}^k(t-1)\&g_{ik}^k(t)$ получается в результате ортогонализации дизъюнктивной формы, соответствующей формуле $\bigvee_{i=1}^{n_{k-1}} G_i^{k-1}(t)$. Заметим, что при представлении формулы $\bigvee_{i=1}^{n_{k-1}} G_i^{k-1}(t)$ в виде дизъюнктивной формы каждая формула $G_i^{k-1}(t)$ равна дизъюнкции некоторых компонентов этой формы. Пусть формула $G^{k-1}_{j(k-1)}(t)$ равна дизъюнкции $l \geq 1$ таких компонентов. Как следует из утверждения 3, произведение $G^{k}_{ik}(t-1)$ на левую часть каждого из l этих компонентов либо тождественно равно нулю, либо равно $G^{k}_{ik}(t-1)$. Отсюда следует, что произведение $G^{k}_{ik}(t-1)$ на $G^{k-1}_{j(k-1)}(t)$ либо тождественно равно нулю, либо равно $G^{k}_{ik}(t-1)\& g(t)$, где $g(t)$ — формула нулевой глубины. Поскольку это справедливо для любого $k=1,\dots,r-1$ и глубина формулы $G^{r-1}_{j(r-1)}(t)$ равна 0, произведение $G^{0}_{i0}(t-1)\& G^{1}_{i1}(t-1)\& \dots \& G^{r-1}_{i(r-1)}(t-1)\& g^{0}_{i0}(t)\& g^{1}_{i1}(t)\& \dots \& g^{r-1}_{i(r-1)}(t)$ на $G^{0}_{j0}(t)\& G^{1}_{j1}(t)\& \dots \& G^{r-1}_{j(r-1)}(t)$ также либо тождественно равно 0, либо совпадает с $G^{0}_{i0}(t-1)\& G^{1}_{i1}(t-1)\& \dots \& G^{r-1}_{i(r-1)}(t-1)\& g_i(t)$. Таким образом, формула $H(t)$ является нормальной формой.

Пример 2. Продемонстрируем работу алгоритма на формуле из предыдущего примера. Итак,

$$F(t)=\bar{x}(t-3)\,y(t-2)(\bar{u}(t-1)\vee w(t-1))\,y(t)w(t)\vee$$
$$\vee(x(t-3)\,y(t-3)\bar{u}(t-2)w(t-1)\vee y(t-3)\bar{u}(t-2)u(t-1)\bar{w}(t-1))\&(\bar{y}(t)\vee u(t)).$$

Эта дизъюнктивная форма удовлетворяет условию ортогональности. Таким образом,

$$F(t)=G^{0}(t)=\bigvee_{i=1}^{2} G^{0}_{i}(t-1)g^{0}_{i}(t),$$

где $G^{0}_{1}(t-1)=\bar{x}(t-3)\,y(t-2)(\bar{u}(t-1)\vee w(t-1))$, $G^{0}_{2}(t-1)=x(t-3)\; y(t-3)\bar{u}(t-2)\&$ $\& w(t-1)\vee y(t-3)\bar{u}(t-2)u(t-1)\bar{w}(t-1)$.

Построим множители первого уровня, представив формулу $\bigvee_{i=1}^{2} G^{0}_{i}(t)$ в виде дизъюнктивной формы

$$\bigvee_{i=1}^{3} F^{1}_{i}(t-1)f^{1}_{i}(t)=$$
$$=\bar{x}(t-2)\,y(t-1)(\bar{u}(t)\vee w(t))\vee x(t-2)\,y(t-2)\bar{u}(t-1)w(t)\vee y(t-2)\bar{u}(t-1)u(t)\bar{w}(t).$$

После ортогонализации этой формулы получим

$$G^{1}(t)=\bigvee_{i=1}^{4} G^{1}_{i}(t-1)g^{1}_{i}(t)=(\bar{x}(t-2)\,\bar{y}(t-2)\,y(t-1)\vee$$
$$\vee\bar{x}(t-2)\,y(t-1)u(t-1))(\bar{u}(t)\vee w(t))\vee\bar{x}(t-2)\,y(t-2)\,\bar{y}(t-1)\bar{u}(t-1)u(t)\bar{w}(t)\vee$$
$$\vee\bar{x}(t-2)\,y(t-2)\,y(t-1)\bar{u}(t-1)\vee x(t-2)\,y(t-2)\bar{u}(t-1)(w(t)\vee u(t)).$$

Построим множители второго уровня. Дизъюнктивная форма формулы $\bigvee_{i=1}^{4} G^{1}_{i}(t)$ имеет вид

$$\bigvee_{i=1}^{5} F^{2}_{i}(t-1)f^{2}_{i}(t)=\bar{x}(t-1)\,\bar{y}(t-1)\,y(t)\vee\bar{x}(t-1)\,y(t)u(t)\vee\bar{x}(t-1)\,y(t-1)\,\bar{y}(t)\bar{u}(t)\vee$$
$$\vee\bar{x}(t-1)\,y(t-1)\,y(t)\bar{u}(t)\vee x(t-1)\,y(t-1)\bar{u}(t).$$

В результате ортогонализации этой формулы получаем

$$G^{2}(t)=\bigvee_{i=1}^{3} G^{2}_{i}(t-1)g^{2}_{i}(t)=$$
$$=\bar{x}(t-1)\,\bar{y}(t-1)\,y(t)\vee\bar{x}(t-1)\,y(t-1)(\,y(t)\vee\bar{u}(t))\vee x(t-1)\,y(t-1)\bar{u}(t)\,.$$

Перемножив попарно множители 1-го уровня на множители 2-го уровня, получим множители расщепления:

$$M=\{(\bar{x}(t-2)\bar{y}(t-2)\bar{x}(t-1)y(t-1)\vee\bar{x}(t-2)\bar{x}(t-1)y(t-1)u(t-1))(\bar{u}(t)\vee y(t)w(t)),$$
$$(\bar{x}(t-2)\bar{y}(t-2)x(t-1)y(t-1)\vee\bar{x}(t-2)x(t-1)y(t-1)u(t-1))\bar{u}(t),$$
$$\bar{x}(t-2)y(t-2)\bar{x}(t-1)\bar{y}(t-1)\bar{u}(t-1)y(t)u(t)\bar{w}(t),$$
$$\bar{x}(t-2)y(t-2)\bar{x}(t-1)y(t-1)\bar{u}(t-1)(y(t)\vee\bar{u}(t)),$$
$$\bar{x}(t-2)y(t-2)x(t-1)y(t-1)\bar{u}(t-1)\bar{u}(t),$$
$$x(t-2)y(t-2)\bar{x}(t-1)\bar{y}(t-1)\bar{u}(t-1)(u(t)\vee w(t))y(t),$$
$$x(t-2)y(t-2)\bar{x}(t-1)y(t-1)\bar{u}(t-1)(y(t)w(t)\vee y(t)u(t)\vee\bar{u}(t)w(t)),$$
$$x(t-2)y(t-2)x(t-1)y(t-1)\bar{u}(t-1)\bar{u}(t)w(t)\}.$$

Умножив исходную формулу $G^0(t)=\bigvee_{i=1}^{2}G_i^0(t-1)g_i^0(t)$ на множители из M, получим результат расщепления, т.е. нормальную форму для формулы $F(t)$:

$$H(t)=\bar{x}(t-3)\bar{x}(t-2)y(t-2)\bar{x}(t-1)y(t-1)u(t-1)w(t-1)y(t)w(t)\vee$$
$$\vee\bar{x}(t-3)\bar{x}(t-2)y(t-2)x(t-1)y(t-1)u(t-1)w(t-1)y(t)\bar{u}(t)w(t)\vee$$
$$\vee\bar{x}(t-3)\bar{x}(t-2)y(t-2)\bar{x}(t-1)y(t-1)\bar{u}(t-1)y(t)w(t)\vee$$
$$\vee\bar{x}(t-3)\bar{x}(t-2)y(t-2)x(t-1)y(t-1)\bar{u}(t-1)y(t)\bar{u}(t)w(t)\vee$$
$$\vee\bar{x}(t-3)x(t-2)y(t-2)\bar{x}(t-1)\bar{y}(t-1)\bar{u}(t-1)y(t)w(t)\vee$$
$$\vee\bar{x}(t-3)x(t-2)y(t-2)\bar{x}(t-1)y(t-1)\bar{u}(t-1)y(t)w(t)\vee$$
$$\vee\bar{x}(t-3)x(t-2)y(t-2)x(t-1)y(t-1)\bar{u}(t-1)y(t)\bar{u}(t)w(t)\vee$$
$$\vee(x(t-3)y(t-3)\bar{x}(t-2)\bar{y}(t-2)\bar{u}(t-2)\bar{x}(t-1)y(t-1)w(t-1)\vee$$
$$\vee x(t-3)y(t-3)\bar{x}(t-2)\bar{u}(t-2)\bar{x}(t-1)y(t-1)u(t-1)w(t-1)\vee$$
$$\vee y(t-3)\bar{x}(t-2)\bar{u}(t-2)\bar{x}(t-1)y(t-1)u(t-1)\bar{w}(t-1))(\bar{y}(t)\bar{u}(t)\vee y(t)u(t)w(t))\vee$$
$$\vee(x(t-3)y(t-3)\bar{x}(t-2)\bar{y}(t-2)\bar{u}(t-2)x(t-1)y(t-1)w(t-1)\vee$$
$$\vee x(t-3)y(t-3)\bar{x}(t-2)\bar{u}(t-2)x(t-1)y(t-1)u(t-1)w(t-1)\vee$$
$$\vee y(t-3)\bar{x}(t-2)\bar{u}(t-2)x(t-1)y(t-1)u(t-1)\bar{w}(t-1))\bar{y}(t)\bar{u}(t)\vee$$
$$\vee x(t-3)y(t-3)\bar{x}(t-2)y(t-2)\bar{u}(t-2)\bar{x}(t-1)\&$$
$$\&\ y(t-1)\bar{u}(t-1)w(t-1)(\bar{y}(t)\bar{u}(t)\vee y(t)u(t))\vee$$
$$\vee x(t-3)y(t-3)\bar{x}(t-2)y(t-2)\bar{u}(t-2)x(t-1)y(t-1)\bar{u}(t-1)w(t-1)\bar{y}(t)\bar{u}(t)\vee$$
$$\vee x(t-3)y(t-3)\bar{x}(t-2)y(t-2)\bar{u}(t-2)\bar{x}(t-1)\bar{y}(t-1)\bar{u}(t-1)w(t-1)y(t)u(t)\bar{w}(t)\vee$$
$$\vee x(t-3)y(t-3)x(t-2)y(t-2)\bar{u}(t-2)\bar{x}(t-1)\bar{y}(t-1)\bar{u}(t-1)w(t-1)y(t)u(t)\vee$$
$$\vee x(t-3)y(t-3)x(t-2)y(t-2)\bar{u}(t-2)\bar{x}(t-1)y(t-1)\bar{u}(t-1)w(t-1)\&$$
$$\&\ (y(t)u(t)\vee\bar{y}(t)\bar{u}(t)w(t))\vee$$
$$\vee x(t-3)y(t-3)x(t-2)y(t-2)\bar{u}(t-2)x(t-1)y(t-1)\bar{u}(t-1)w(t-1)\bar{y}(t)\bar{u}(t)w(t).$$

Этой нормальной форме соответствует автомат с 15 состояниями, который, как следует из результата предыдущего примера, содержит три пары эквивалентных состояний.

4. ВАРИАНТ ПОСТРОЕНИЯ МНОЖИТЕЛЕЙ РАСЩЕПЛЕНИЯ

В рассмотренном алгоритме множителями расщепления j-го уровня являются компоненты дизъюнктивной формы $\bigvee\limits_{i}^{n_j} G_i^j(t-1)g_i^j(t)$. Правые части компонентов не влияют ни на количество множителей расщепления каждого уровня, ни на левые части компонентов получаемой нормальной формы. С учетом этого можно упростить процесс построения множителей расщепления, не включая в них атомы нулевого ранга.

Рассмотрим способ построения таких множителей j-го уровня.

Пусть $F(t)=\bigvee\limits_{i=1}^{n_0} G_i^0(t-1)g_i^0(t)$ — дизъюнктивная форма, имеющая глубину r и удовлетворяющая условию ортогональности. Каждый множитель j-го уровня $(j=1,\ldots,r-1)$ представляет собой компонент дизъюнктивной формы соответствующего уровня, имеющей вид $G^j(t-1)=\bigvee\limits_{i=1}^{n_j} G_i^j(t-1)$. Правые части всех компонентов такой формы тождественно равны единице. Дизъюнктивную форму нулевого уровня $G^0(t-1)$ положим равной $\bigvee\limits_{i=1}^{n_0} G_i^0(t-1)$. Дизъюнктивная форма j-го уровня $(j=1,\ldots,r-1)$ получается из дизъюнктивной формы $(j-1)$-го уровня $G^{j-1}(t-1)=\bigvee\limits_{i=1}^{n_{j-1}} G_i^{j-1}(t-1)$ следующим образом. Пусть $F^j(t)=\bigvee\limits_{i=1}^{n_{j-1}} G_i^{j-1}(t)=$ $=\bigvee\limits_{i=1}^{m_j} F_i^j(t-1)\& f_i^j(t)$, тогда $G^j(t-1)=\bigvee\limits_{i=1}^{n_j} G_i^j(t-1)$ представляет собой результат ортогонализации формулы $\bigvee\limits_{i=1}^{m_j} F_i^j(t-1)$.

Нормальная форма $H(t)$ для формулы $F(t)$ имеет вид $H(t)=F(t)\&\mathop{\&}\limits_{i=1}^{r-1} G^i(t)$.

Доказательство того, что $H(t)$ является нормальной формой формулы $F(t)$, осуществляется так же, как в предыдущем разделе. Заметим только, что из эквивалентности формул $\forall tF(t)$ и $\forall tF(t)\&\bigvee\limits_{i=1}^{n} G_i(t-1)g_i(t)$ следует эквивалентность формул $\forall tF(t)$ и $\forall tF(t)\&\bigvee\limits_{i=1}^{n} G_i(t-1)$.

Пример 3. Проиллюстрируем рассмотренный вариант построения множителей для формулы $F(t)$ из предыдущих примеров. Итак,

$$F(t)=\bar{x}(t-3)\,y(t-2)(\bar{u}(t-1)\vee w(t-1))\,y(t)w(t)\vee$$
$$\vee(x(t-3)\,y(t-3)\bar{u}(t-2)w(t-1)\vee y(t-3)\bar{u}(t-2)u(t-1)\bar{w}(t-1))\&(\bar{y}(t)\vee u(t)).$$

Эта дизъюнктивная форма удовлетворяет условию ортогональности. Таким образом, $G^0(t)=\bigvee\limits_{i=1}^{2} G_i^0(t-1)$, где $G_1^0(t-1)=\bar{x}(t-3)\,y(t-2)(\bar{u}(t-1)\vee w(t-1))$, $G_2^0(t-1)=x(t-3)\,y(t-3)\bar{u}(t-2)w(t-1)\vee y(t-3)\bar{u}(t-2)u(t-1)\bar{w}(t-1)$.

Построим множители первого уровня $G^1(t-1)$. Представим формулу $F^1(t)=\bigvee_{i=1}^{2} G_i^0(t)$ в виде

$$F^1(t)=\bigvee_{i=1}^{m_1} F_i^1(t-1)f_i^1(t)=$$

$$=\bar{x}(t-2)\,y(t-1)(\bar{u}(t)\vee w(t))\vee x(t-2)\,y(t-2)\bar{u}(t-1)w(t)\vee y(t-2)\bar{u}(t-1)u(t)\bar{w}(t).$$

Отсюда имеем

$$\bigvee_{i=1}^{3} F_i^1(t-1)=\bar{x}(t-2)\,y(t-1)\vee x(t-2)\,y(t-2)\bar{u}(t-1)\vee y(t-2)\bar{u}(t-1).$$

После ортогонализации получим

$$G^1(t-1)=\bigvee_{i=1}^{n_1} G_i^1(t-1)=$$

$$=(\bar{x}(t-2)\,\bar{y}(t-2)\,y(t-1)\vee \bar{x}(t-2)\,y(t-1)u(t-1))\vee \bar{x}(t-2)\,y(t-2)\,y(t-1)\bar{u}(t-1)\vee$$

$$\vee\bar{x}(t-2)\,y(t-2)\,\bar{y}(t-1)\bar{u}(t-1)\vee x(t-2)\,y(t-2)\bar{u}(t-1).$$

Построим множители второго уровня $G^2(t-1)$. Представим формулу $F^2(t)=\bigvee_{i=1}^{4} G_i^1(t)$ в виде

$$\bigvee_{i=1}^{m_2} F_i^2(t-1)f_i^2(t)=\bar{x}(t-1)\,\bar{y}(t-1)\,y(t)\vee \bar{x}(t-1)\,y(t)u(t)\vee \bar{x}(t-1)\,y(t-1)\,y(t)\bar{u}(t)\vee$$

$$\vee\bar{x}(t-1)\,y(t-1)\,\bar{y}(t)\bar{u}(t)\vee x(t-1)\,y(t-1)\bar{u}(t).$$

Таким образом,

$$\bigvee_{i=1}^{5} F_i^2(t-1)=\bar{x}(t-1)\,\bar{y}(t-1)\vee \bar{x}(t-1)\vee \bar{x}(t-1)\,y(t-1)\vee x(t-1)\,y(t-1).$$

После ортогонализации последней формулы получим

$$G^2(t-1)=\bigvee_{i=1}^{n_2} G_i^2(t-1)=\bar{x}(t-1)\,\bar{y}(t-1)\vee \bar{x}(t-1)\,y(t-1)\vee x(t-1)\,y(t-1).$$

Теперь можно вычислить множители расщепления, умножив попарно все множители 1-го уровня на множители 2-го уровня. Итак,

$$M=\{(\bar{x}(t-2)\,\bar{y}(t-2)\bar{x}(t-1)\,y(t-1)\vee \bar{x}(t-2)\bar{x}(t-1)\,y(t-1)u(t-1)),$$

$$(\bar{x}(t-2)\,\bar{y}(t-2)x(t-1)\,y(t-1)\vee \bar{x}(t-2)x(t-1)\,y(t-1)u(t-1)),$$

$$\bar{x}(t-2)\,y(t-2)\bar{x}(t-1)\,y(t-1)\bar{u}(t-1),\ \bar{x}(t-2)\,y(t-2)x(t-1)\,y(t-1)\bar{u}(t-1),$$

$$\bar{x}(t-2)\,y(t-2)\bar{x}(t-1)\,\bar{y}(t-1)\bar{u}(t-1),\ x(t-2)\,y(t-2)\bar{x}(t-1)\,\bar{y}(t-1)\bar{u}(t-1),$$

$$x(t-2)\,y(t-2)\bar{x}(t-1)\,y(t-1)\bar{u}(t-1),\ x(t-2)\,y(t-2)x(t-1)\,y(t-1)\bar{u}(t-1)\}.$$

Для получения нормальной формы для формулы $F(t)$, представленной в виде (1) и удовлетворяющей условию ортогональности, ее следует умножить на дизъюнкцию всех множителей из M.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе предложена модификация алгоритма синтеза автомата по его спецификации в языке L, представленной в дизъюнктивной форме. Рассматриваемый алгоритм основан на процедуре расщепления компонентов дизъюнктивной формы. Итеративное применение этой процедуры преобразует исходную формулу спецификации в нормальную форму, однозначно определяющую синтезируемый автомат. Наиболее сложной операцией процедуры расщепления является ортогонализация формулы, представленной в дизъюнктивной форме.

Поэтому модификация алгоритма направлена на уменьшение количества таких операций и упрощение дизъюнктивных форм, к которым они применяются. Сравним с этой точки зрения исходный и модифицированный алгоритмы.

Пусть исходная дизъюнктивная форма спецификации имеет глубину r.

1. В исходном алгоритме все ортогонализируемые дизъюнктивные формы имеют глубину r. В модифицированном алгоритме глубина формул, ортогонализируемых в первом цикле расщепления, равна $r-1$ и в каждом последующем цикле уменьшается на 1. Таким образом, в последнем цикле ортогонализируются формулы глубины 1.

2. В исходном алгоритме в каждом цикле расщепления ортогонализируется группа формул, получающихся в процессе расщепления каждого компонента дизъюнктивной формы предыдущего уровня. В модифицированном алгоритме в каждом цикле ортогонализируется одна дизъюнктивная форма, однако количество компонентов в ней, как правило, превышает количество компонентов в каждой из формул, ортогонализируемых в соответствующем цикле исходного алгоритма.

Приведем более точные оценки суммарной временной сложности процедур ортогонализации для примеров 1 и 2. Сложность ортогонализации дизъюнктивной формы глубины r, состоящей из n компонентов, ($\mathrm{Ort}^r(n)$) можно грубо оценить как $C_r(2^n-1)$, где C_r — коэффициент, пропорциональный глубине ортогонализируемой формулы.

В примере 1 в первом цикле выполняются две операции ортогонализации общей сложностью $\mathrm{Ort}^3(2)+\mathrm{Ort}^3(3)$, во втором — пять операций ортогонализации общей сложностью $\mathrm{Ort}^3(2)+\mathrm{Ort}^3(4)+\mathrm{Ort}^3(2)+2\mathrm{Ort}^3(3)$. Итого, суммарная сложность равна $C_3(3(2^2-1)+(2^4-1)+3(2^3-1))=45C_3$.

В примере 2 выполняются две операции ортогонализации общей сложностью $\mathrm{Ort}^2(3)+\mathrm{Ort}^1(5)=C_2(2^3-1)+C_1(2^5-1)=7C_2+31C_1$. Учитывая, что $C_1<C_2<C_3$, легко видеть, что суммарная сложность операций ортогонализации для модифицированного алгоритма меньше, чем для исходного.

В рассмотренном в разд. 4 варианте построения множителей расщепления несколько упрощена операция ортогонализации, поскольку не нужно учитывать правые части ортогонализируемых компонентов, в частности строить их дизъюнкцию. Кроме того, модификации алгоритма существенно увеличивают его естественный параллелизм, что важно при реализации алгоритма на параллельных вычислительных системах.

Недостатком модификаций является то, что количество состояний в синтезируемом автомате может увеличиться по сравнению с результатом, получаемым исходным алгоритмом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чеботарев А.Н., Головинский А.Л. Доказательное проектирование алгоритмов функционирования реактивных систем // Искусственный интеллект. — 2008. — № 3. — С. 771–780.

2. Чеботарев А.Н. Об одном подходе к функциональной спецификации автоматных систем. I // Кибернетика и системный анализ. — 1993. — № 3. — С. 31–42.

3. Чеботарев А.Н. Синтез алгоритма по его логической спецификации // Упр. системы и машины. — 2004. — № 5. — С. 53–60.

4. Чеботарев А.Н. Синтез процедурного представления автомата, специфицированного в логическом языке L*. I // Кибернетика и системный анализ. — 1997. — № 4. — С. 60–74.

Поступила 09.07.2010