НОВЫЕ СРЕДСТВА КИБЕРНЕТИКИ, ИНФОРМАТИКИ, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ И СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА

В.И. ЛЕВИН

УДК 519.7:007.52

СИНТЕЗ ЛОГИЧЕСКИХ МНОГОПОЛЮСНИКОВ С ЗАДАННОЙ ДИНАМИКОЙ ВЫХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ

Ключевые слова: *логический многополюсник, динамический процесс, непрерывная логика, алгоритм синтеза.*

ВВЕДЕНИЕ

В 1970 годы автором была построена непрерывно-логическая теория динамического поведения конечных автоматов [1, 2]. В этой теории была установлена адекватность математического аппарата алгебры непрерывной логики динамическим процессам, возникающим на выходах схем конечных автоматов в ответ на динамические воздействия на их входах. Кроме того, в рамках данной теории были разработаны методы и алгоритмы, которые позволяют с помощью указанного аппарата находить в аналитической форме динамические процессы на выходах автоматов любой сложности, являющиеся откликами на заданные сколь угодно сложные динамические воздействия по их входам. Это позволило вычислять динамические процессы в различных, достаточно сложных схемах автоматов, анализировать и синтезировать их необходимую форму [3–6]. Большой теоретический и практический интерес представляет задача, обратная названным трем типам задач, а именно построение схемы автомата и динамических воздействий на его входах, обеспечивающих получение на выходах этого автомата заданных динамических процессов.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим произвольный логический (n, m)-полюсник из произвольных двоичных логических элементов, работающих в алфавите $\{0, 1\}$, на n входов которого поданы простейшие, однократные переключения сигнала в виде $1 \to 0$ или $0 \to 1$ с указанием в буквенной форме моментов этих переключений. Как известно, такой многополюсник представляет собой схемную реализацию некоторого конечного автомата без памяти [7]. Пусть требуется найти динамические процессы, т.е. последовательности переключений $1 \to 0$ и $0 \to 1$, на всех m выходах заданной логической схемы, выраженные в аналитической форме. В теории динамики конечных автоматов эта и другие подобные ей задачи решаются в принципе легко методом последовательных подстановок с помощью набора формул, задающих вход-выходные динамические соотношения всех элементов исследуемой схемы при всех возможных вариантах переключений сигналов на их входах [2–4]. При этом моменты последовательных переключений в процессах на выходах схемы выражаются через аналогичные моменты переключений на ее входах с помощью функций непрерывной логики. Рассмотрим следующую задачу, обратную упомянутым.

Заданы динамические процессы $y_1(t), \dots, y_m(t)$, т.е. последовательности переключений $1 \to 0$ и $0 \to 1$, на всех m выходах неизвестного логического (n, m)-полюсника путем задания некоторых формул алгебры непрерывной логики. Эти формулы выражают моменты всех указанных переключений через моменты аналогичных переключений в некоторых инициировавших процессы $y_1(t), \dots, y_m(t)$ динамических процессах $x_1(t), \dots, x_n(t)$ на входах указанного (n, m)-полюсника. При этом названные входные динамические процессы многополюсника, как и сам многополюсник, неизвестны. Требуется построить логический (n, m)-полюсник и указать динамические процессы $x_1(t), \dots, x_n(t)$ на его входах, которые приводят к выработке на выходах этого (n, m)-полюсника заданных выходных динамических процессов $y_1(t), \dots, y_m(t)$. Сформулированную задачу естественно называть задачей синтеза логического многополюсника, реализующего на своих выходах заданные динамические процессы. Ее можно также назвать задачей конструктивной интерпретации заданной системы формул алгебры непрерывной логики как формул, выражающих моменты последовательных переключений $1 \to 0$ и $0 \to 1$ в выходных динамических процессах построенного логического (n, m)-полюсника через аналогичные моменты найденных входных динамических процессов этого (n, m)-полюсника.

Известно [2, 4, 7], что любой логический (n, m)-полюсник можно представить в виде совокупности m логических $(n, 1)$-полюсников, имеющих одни и те же n входов. Поэтому в дальнейшем, без ограничения общности, будем оперировать только логическими $(n, 1)$-полюсниками, решая в соответствии с этим задачу синтеза логического $(n, 1)$-полюсника, реализующего на своем выходе заданный динамический процесс. Кроме того, в настоящей статье ограничимся идейной стороной проблемы и не будем затрагивать вопросов, связанных с размерностью (числом переключений $0 \to 1$ и $1 \to 0$) заданного выходного динамического процесса $(n, 1)$-полюсника. Рассмотрим лишь простейшие динамические процессы, имеющие не более одного переключения вида $0 \to 1$ и $1 \to 0$.

2. ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Помимо обычной булевой алгебры логики [2, 4, 7]

$$A_1 = (B_1; \vee, \wedge, ^-), \tag{1}$$

где B_1 — множество вида $\{0, 1\}$, а $\wedge$, $\vee$, $^-$ — булевы дизъюнкция, конъюнкция и отрицание, будем использовать квазибулеву алгебру непрерывной логики [1, 2, 4, 5]

$$A_2 = (B_2; \bigvee, \bigwedge, ^-), \tag{2}$$

где B_2 — множество отрезка $[C, D]$, $\bigvee$ — непрерывно-логическая дизъюнкция

$$a \bigvee b = \max(a, b), \;\; a, b \in B_2, \tag{3}$$

$\bigwedge$ — непрерывно-логическая конъюнкция

$$a \bigwedge b = \min(a, b), \;\; a, b \in B_2, \tag{4}$$

символ $^-$ означает непрерывно-логическое отрицание

$$\overline{a} = 2M - a, \;\text{ где }\; M = (C + D)/2. \tag{5}$$

Следуя [1–5], введем такие обозначения: $0'_a$ — переключение сигнала в виде $1 \to 0$ в момент a; $1'_a$ — переключение сигнала $0 \to 1$ в момент a.

Рассмотрим n-входовой элемент-дизъюнктор, реализующий в статическом режиме булеву логическую дизъюнкцию входов x_i, $i = \overline{1, n}$, на выходе y:

$$y = \bigvee_{i=1}^{n} x_i. \tag{6}$$

Пусть теперь на всех входах дизъюнктора действуют однородные динамические процессы в виде переключений сигнала $0 \to 1$, т.е. $x_i(t) = 1'_{a_i}$, $i = \overline{1, n}$. Тогда динамический процесс на выходе дизъюнктора будет иметь такой же вид переключения, но в момент $t = \bigwedge_{i=1}^{n} a_i$, где $\bigwedge$ — конъюнкция непрерывной логики [1, 2, 4, 5]. Это соотношение между входными и выходным процессами дизъюнктора запишем в формальном виде:

$$\bigvee_{i=1}^{n} 1'_{a_i} = 1'_{\bigwedge\limits_{i=1}^{n} a_i}. \tag{7}$$

Логическая операция дизъюнкции $\vee$ в основной строке формулы (7) означает булеву дизъюнкцию, логическая операция конъюнкции $\bigwedge$ в индексе этой формулы означает конъюнкцию непрерывной логики, оперирующую с любыми элементами некоторого непрерывного множества. Это замечание о различии логических операций в строке и индексах формулы (7) относится также ко всем последующим формулам, описывающим соотношения между входными и выходными динамическими процессами в элементах.

Пусть теперь на всех входах элемента-дизъюнктора, реализующего в статике на выходе y булеву логическую функцию входов x_i (6), действуют однородные динамические процессы в виде переключений $1 \to 0$, т.е. $x_i(t) = 0'_{a_i}$, $i = \overline{1, n}$. Тогда динамический процесс на выходе дизъюнктора будет в виде такого же переключения, но в момент $t = \bigvee_{i=1}^{n} a_i$, $\bigvee$ — дизъюнкция непрерывной логики [1, 2, 4, 5]. Это соотношение между входными и выходным процессами дизъюнктора имеет следующий вид:

$$\bigvee_{i=1}^{n} 0'_{a_i} = 0'_{\bigvee\limits_{i=1}^{n} a_i}. \tag{8}$$

Аналогичны зависимости между входными и выходным процессами рассматриваемого простейшего класса в элементе-конъюнкторе, который в статическом режиме реализует булеву конъюнкцию входов x_i, $i = \overline{1, n}$, вида

$$y = \bigwedge_{i=1}^{n} x_i. \tag{9}$$

Другими словами, для входных процессов в виде переключений $1'$, т.е. $x_i(t) = 1'_{a_i}$, $i = \overline{1, n}$,

$$\bigwedge_{i=1}^{n} 1'_{a_i} = 1'_{\bigvee\limits_{i=1}^{n} a_i}, \tag{10}$$

а для входных процессов в виде переключений $0'$, т.е. $x_i(t) = 0'_{a_i}$, $i = \overline{1, n}$,

$$\bigwedge_{i=1}^{n} 0'_{a_i} = 0'_{\bigwedge\limits_{i=1}^{n} a_i}. \tag{11}$$

Рассмотрим одновходовой логический элемент, который в статическом режиме реализует на выходе y булеву логическую функцию повторения своего входа x, т.е. $y = x$, а в динамическом режиме сдвигает каждый момент a переключения сигнала на входе в точку $\overline{a}$, символ $^{-}$ означает операцию отрицания (5) непрерывной логики. Таким образом, этот элемент реализует на выходе y функцию $y = f(x)$ своего входа x, которую обозначим c:

$$y = f(x) = \begin{cases} x & \text{при} \quad x = \text{const}, \\ 1'_{\overline{a}} & \text{при} \quad x = 1'_a, \\ 0'_{\overline{a}} & \text{при} \quad x = 0'_a \end{cases} \qquad \text{или} \qquad \begin{cases} c(x) = x, \\ c(1'_a) = 1'_{\overline{a}}, \\ c(0'_a) = 0'_{\overline{a}}. \end{cases} \tag{12}$$

Из (12) видно, что данный элемент осуществляет преобразование входного процесса $x(t)$ в выходной $y(t)$ путем сдвига момента любого переключения сигнала $1'_a$ или $0'_a$ в $x(t)$ из точки a в ее непрерывно-логическое отрицание $\overline{a}$. Поэтому введенный одновходовой элемент можно назвать сдвигателем. При этом если

$$\overline{a} > a \text{ (что с учетом (5) эквивалентно условию } a < M), \tag{13}$$

то элемент осуществляет операцию задержки сигнала с временем задержки

$$\Delta t = \overline{a} - a = 2(M - a). \tag{14}$$

Если

$$\overline{a} < a \text{ (что с учетом (5) эквивалентно условию } a > M), \tag{15}$$

то элемент осуществляет операцию опережения сигнала с временем опережения

$$\Delta t = a - \overline{a} = 2(a - M). \tag{16}$$

Очевидно, что практически всегда можно подобрать такое значение M — центра множества-носителя алгебры непрерывной логики (2), чтобы при любых значениях a выполнялось нужное неравенство — (13) или (15) и тем самым элемент-сдвигатель выполнял нужную операцию задержки или операцию опережения сигнала.

3. НЕОДНОЗНАЧНОСТЬ РЕШЕНИЯ

Поставленная задача синтеза логического $(n, 1)$-полюсника, реализующего на выходе y заданный динамический процесс $y(t)$, решается неоднозначно [2–5]. Так, динамический процесс вида $y(t) = 1'_b$ можно реализовать тремя способами: 1) на выходе n-входового конъюнктора, получающего на входах динамические процессы $x_1(t) = 1'_{a_1}, \ldots, x_n(t) = 1'_{a_n}$, которые удовлетворяют условию $\bigvee\limits_{i=1}^{n} a_i = b$, $\vee$ — дизъюнкция непрерывной логики; 2) на выходе n-входового дизъюнктора, получающего на входах динамические процессы $x_1(t) = 1'_{a_1}, \ldots$ $\ldots, x_n(t) = 1'_{a_n}$, которые удовлетворяют условию $\bigwedge\limits_{i=1}^{n} a_i = b$, $\wedge$ — конъюнкция непрерывной логики; 3) на выходе одновходового сдвигателя, получающего на входе динамический процесс $x(t) = 1'_a$, который удовлетворяет условию $\overline{a} = b$, символ $^{-}$ означает отрицание непрерывной логики. Аналогично тремя способами можно реализовать динамический процесс вида $y(t) = 0'_b$, а именно: 1) на выходе n-входового конъюнктора, получающего на входах динамические процессы $x_1(t) = 0'_{a_1}, \ldots, x_n(t) = 0'_{a_n}$, которые удовлетворяют условию $\bigwedge\limits_{i=1}^{n} a_i = b$; 2) на выходе n-входового дизъюнктора, получающего на входах процессы $x_1(t) = 0'_{a_1}, \ldots, x_n(t) = 0'_{a_n}$, которые удовлетворяют условию $\bigvee\limits_{i=1}^{n} a_i = b$; 3) на выходе одновходового элемента-сдвигателя, получающего на входе динамический процесс $x(t) = 0'_a$, который удовлетворяет условию $\overline{a} = b$.

Также неоднозначно получаемое решение направленной задачи конструктивной интерпретации формул алгебры непрерывной логики путем синтеза логического $(n, 1)$-полюсника, в котором зависимость моментов последовательных переключений сигнала в выходном динамическом процессе $y(t)$ от аналогичных моментов во входных динамических процессах $x_1(t), \ldots, x_n(t)$, описывается заданными формулами алгебры непрерывной логики. Так, конструктивную интерпретацию формулы $\bigvee\limits_{i=1}^{n} a_i$, задающей n-местную дизъюнкцию непрерывной логики, можно получить двумя способами: 1) путем синтеза n-входового конъюнктора, который получает на своих входах динамические процессы $x_1(t) = 1'_{a_1}, \ldots, x_n(t) = 1'_{a_n}$ и вырабатывает на выходе динамический процесс $y(t) = 1'_b$ такой, что $b = \bigvee\limits_{i=1}^{n} a_i$. Иными словами, момент b переключения сигнала на выходе конъюнктора выражается через моменты $a_1, \ldots, a_n$ переключения сигналов на n его входах именно формулой $b = \bigvee_{i=1}^{n} a_i$ n-местной дизъюнкции непрерывной логики, которая в результате и получает конструктивную интерпретацию в терминах n-входового элемента-конъюнктора; 2) путем синтеза n-входового дизъюнктора, получающего на входах динамические процессы $x_1(t) = 0'_{a_1}, \ldots, x_n(t) = 0'_{a_n}$ и вырабатывающего на выходе процесс $y(t) = 0'_b$ такой, что $b = \bigvee_{i=1}^{n} a_i$, т.е. момент b переключения сигнала на выходе дизъюнктора также выражается через соответствующие моменты $a_1, \ldots, a_n$ переключения сигналов на n входах формулой n-местной дизъюнкции непрерывной логики $b = \bigvee_{i=1}^{n} a_i$, которая благодаря этому конструктивно интерпретируется, в данном случае в терминах n-входового дизъюнктора.

Аналогично конструктивную интерпретацию формулы $\bigwedge_{i=1}^{n} a_i$ n-местной конъюнкции непрерывной логики можно получить двумя способами: 1) путем синтеза n-входового конъюнктора, получающего на входах динамические процессы $x_1(t) = 0'_{a_1}, \ldots, x_n(t) = 0'_{a_n}$ и вырабатывающего на выходе процесс $y(t) = 0'_b$, $b = \bigwedge_{i=1}^{n} a_i$, т.е. момент b переключения сигнала на выходе конъюнктора выражается через моменты $a_1, \ldots, a_n$ переключения на n входах формулой $b = \bigwedge_{i=1}^{n} a_i$ n-местной конъюнкции непрерывной логики, которая, таким образом, получает конструктивную интерпретацию в терминах n-входового конъюнктора; 2) путем синтеза n-входового элемента-дизъюнктора, получающего на входах динамические процессы $x_1(t) = 1'_{a_1}, \ldots, x_n(t) = 1'_{a_n}$ и вырабатывающего на выходе процесс $y(t) = 1'_b$ такой, что $b = \bigwedge_{i=1}^{n} a_i$, т.е. момент b переключения сигнала на выходе дизъюнктора выражается через моменты $a_1, \ldots, a_n$ переключения сигналов на его входах также формулой $b = \bigwedge_{i=1}^{n} a_i$ n-местной конъюнкции непрерывной логики, которая, таким образом, получает еще одну конструктивную интерпретацию — в терминах n-входового дизъюнктора. Наконец, конструктивную интерпретацию формулы $b = \overline{a}$, задающей одноместную операцию отрицания непрерывной логики, можно получить двумя способами: 1) путем синтеза одноместного сдвигателя, принимающего на входе динамический процесс $x(t) = 1'_a$ и вырабатывающего на выходе динамический процесс $y(t) = 1'_b$ такой, что $b = \overline{a}$, т.е. момент b переключения сигнала на выходе сдвигателя выражается через момент a переключения сигнала на его входе формулой $b = \overline{a}$ отрицания непрерывной логики, которая тем самым получает конструктивную интерпретацию в терминах сдвигателя; 2) путем синтеза одноместного сдвигателя, получающего на входе динамический процесс $x(t) = 0'_a$ и вырабатывающего на выходе динамический процесс $y(t) = 0'_b$, где $b = \overline{a}$, т.е. момент b переключения сигнала на выходе сдвигателя также выражается через момент a переключения сигнала на его входе формулой $b = \overline{a}$ отрицания непрерывной логики, которая получает тем самым еще одну интерпретацию в терминах сдвигателя.

4. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ В ОБЩЕМ СЛУЧАЕ

Решение поставленной в разд. 1 задачи синтеза логического многополюсника для реализации заданного динамического процесса в общем случае вызывает определенные трудности. Возникающая здесь сложность заключается в том, что в общем случае формула алгебры непрерывной логики, выражающая момент t переключения заданного динамического процесса на выходе искомого логического $(n, 1)$-полюсника через моменты $t_1, \dots, t_n$ аналогичных переключений на его входах, может представлять произвольную суперпозицию всех непрерывно-логических операций (2)–(5). Поэтому данную задачу целесообразно решать путем сведения к последовательности простейших типовых задач. Рассмотрим это сведение в рамках двух ситуаций, исчерпывающих в совокупности все возможные случаи.

Ситуация 1. Задан динамический процесс $y(t)$ на выходе неизвестного логического $(n,1)$-полюсника, имеющий вид одиночного переключения сигнала

$$y(t) = 1'_b, \ \ b = f(a_1, \dots, a_n). \tag{17}$$

Здесь b означает момент переключения заданного выходного процесса, имеющего форму $1' = 0 \to 1$, причем сам момент b выражается некоторой функцией f непрерывной логики от моментов $a_1, \dots, a_n$ аналогичных переключений на входах искомого $(n, 1)$-полюсника. Требуется построить логический $(n, 1)$-полюсник и найти динамические процессы $x_1(t), \dots, x_n(t)$ на его входах, которые приводят к выработке на выходе этого $(n, 1)$-полюсника динамического процесса (17).

Решение. Функция f в формуле (17) в общем случае является некоторой суперпозицией следующих трех операций алгебры непрерывной логики (2): дизъюнкции, конъюнкции и отрицания. Упорядочим эти операции по порядку их выполнения в f и выделим последнюю из них. Ею может оказаться одна из операций: дизъюнкция, конъюнкция или отрицание. При этом в любом случае непрерывно-логическую функцию f можно разложить на более простые функции f_i. В первом случае это дизъюнктивное разложение

$$f(a_1, \dots, a_n) = \bigvee_{i=1}^{N} f_i(a_1, \dots, a_n), \tag{18}$$

во втором — конъюнктивное разложение

$$f(a_1, \dots, a_n) = \bigwedge_{i=1}^{N} f_i(a_1, \dots, a_n), \tag{19}$$

в третьем — разложение отрицания

$$f(a_1, \dots, a_n) = \overline{f_1}(a_1, \dots, a_n). \tag{20}$$

Сравним данную задачу в первом случае с соответствующей типовой задачей из разд. 3. Как видим, первую задачу можно рассматривать как вторую, в которой вместо $a_1, \dots, a_n$ фигурируют $f_1, \dots, f_N$. Таким образом, решение данной задачи в первом случае получим из решения соответствующей типовой задачи из разд. 3, проведя в нем указанные замены.

Аналогично сравним данную задачу во втором случае с соответствующей типовой задачей из разд. 3. Как видим, первую задачу можно рассматривать как вторую при замене $a_1, \dots, a_n$ на $f_1, \dots, f_N$. Таким образом, решение данной задачи во втором случае получаем из решения соответствующей типовой задачи из разд. 3 путем указанных замен. Наконец, сравнив данную задачу в третьем случае и соответствующую типовую задачу из разд. 3, видим, что первую задачу можно рассматривать как вторую при замене a на f_1, поэтому решение в третьем случае получается из решения соответствующей задачи из разд. 3 путем указанных замен. Итеративное решение задачи синтеза логического многополюсника для реализации заданного динамического процесса $y(t) = 1'_b$ в первом случае (дизъюнктивное разложение функции $b = f(a_i)$), во втором случае (конъюнктивное разложение функции $b = f(a_i)$), в третьем случае (разложение отрицания функции $b = f(a_i)$) дано соответственно на рис. 1, 2, 3. Показанные решения являются итеративными, сводящими исходную задачу к аналогичной задаче меньшей сложности. Соответствующий итеративный алгоритм позволяет за конечное число шагов получить полное решение поставленной задачи в виде логического

$(n,1)$-полюсника со всеми известными динамическими процессами на входах $x_1(t), \ldots, x_n(t)$, на выходе которого вырабатывается требуемый выходной процесс $y(t)$ вида (17).

Пример 1. Задан динамический процесс $y(t)$ на выходе неизвестного логического (4,1)-полюсника в виде одиночного переключения сигнала

$$y(t) = 1'_b, \; b = (a_1 \wedge a_2) \vee (a_3 \wedge a_4).$$

Требуется построить логический (4,1)-полюсник и найти динамические процессы $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$, $x_4(t)$ на его входах, которые приводят к выработке на его выходе заданного динамического процесса $y(t)$.

Решение. Шаг 1. Момент переключения сигнала b в заданном динамическом процессе $y(t) = 1'_b$ представлен в рассматриваемом случае дизъюнктивным разложением функции $b = f(a_1, a_2, a_3, a_4)$. Поэтому согласно описанному выше итеративному алгоритму искомое решение можно представить в виде двухвходового конъюнктора (см. рис. 1) с заданным динамическим процессом $y(t)$ на выходе и следующими динамическими процессами на входах $y_1(t) = 1'_{b_1}$, $b_1 = a_1 \wedge a_2$, $y_2(t) = 1'_{b_2}$, $b_2 = a_3 \wedge a_4$. Таким образом, исходная задача свелась к паре аналогичных задач меньшей сложности: 1) построить логический (2,1)-полюсник и найти динамические процессы $x_1(t)$, $x_2(t)$ на его входах, которые приводят к выработке на его выходе заданного динамического процесса $y_1(t)$; 2) построить логический (2,1)-полюсник и найти динамические процессы $x_3(t)$, $x_4(t)$ на его входах, которые приводят к выработке на его выходе заданного динамического процесса $y_2(t)$.

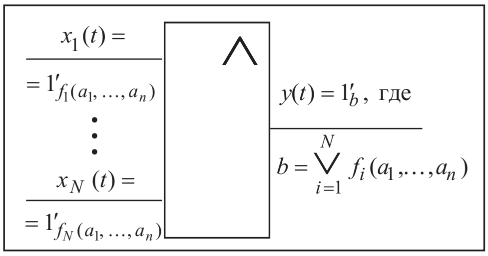

Рис. 1

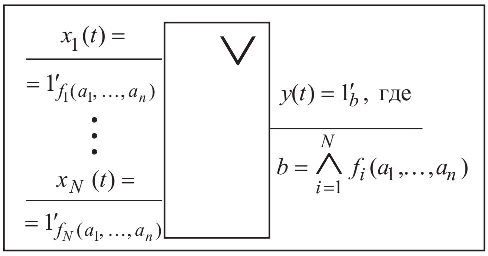

Рис. 2

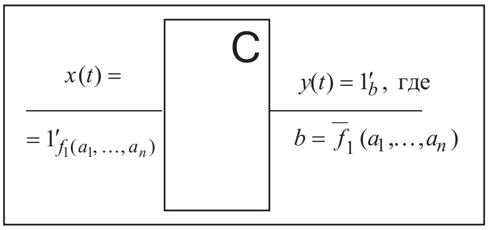

Рис. 3

Шаг 2. Моменты b_1, b_2 переключения сигнала в заданных динамических процессах $y_1(t)$, $y_2(t)$ представлены здесь конъюнкциями $b_1 = a_1 \wedge a_2$, $b_2 = a_3 \wedge a_4$. Поэтому мы уже получили один из простейших (типовых) случаев, рассмотренных в разд. 3, т.е. решением задачи 1 является двухвходовой дизъюнктор с заданным динамическим процессом $y_1(t)$ на выходе и динамическими процессами $x_1(t) = 1'_{a_1}$, $x_2(t) = 1'_{a_2}$ на входах, а решением задачи 2 — двухвходовой дизъюнктор с заданным динамическим процессом $y_2(t)$ на выходе и динамическими процессами $x_1(t) = 1'_{a_3}$, $x_2(t) = 1'_{a_4}$ на входах.

Шаг 3. В результате выполнения шагов 1 и 2 получены соответственно вторая ступень искомого логического (4,1)-полюсника и его первая ступень. При этом входные динамические процессы $x_i(t)$ первой ступени являются также входными процессами всего (4,1)-полюсника, а ее выходные динамические процессы $y_1(t)$, $y_2(t)$ являются также входными процессам второй ступени, выходной процесс которой $y(t)$ есть также и выходной процесс всего (4,1)-полюсника. Таким образом, соединив первую и вторую ступени, получим решение всей задачи в виде соответствующего логического (4,1)-полюсника (рис. 4). В нем имеются две ступени и три логических элемента — два дизъюнктора и один конъюнктор — в соответствии с числом логических операций в заданной функции $b = f(a_1, \ldots, a_4)$.

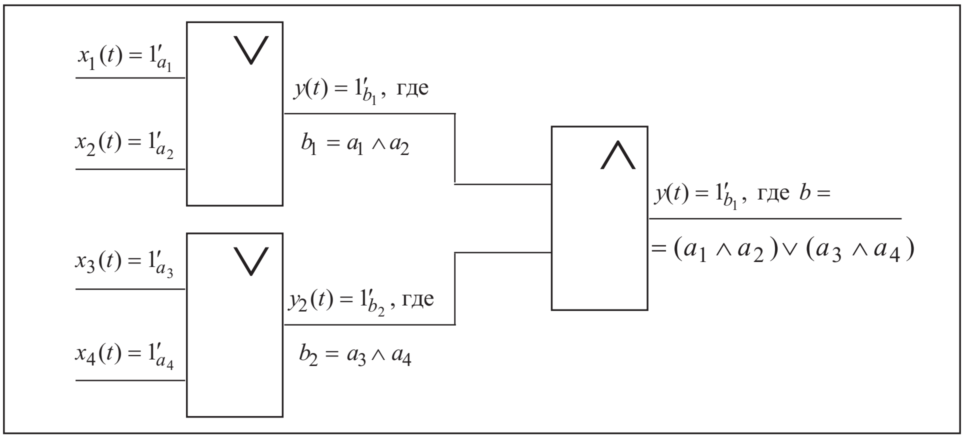

Рис. 4

Ситуация 2. Задан динамический процесс $y(t)$ на выходе неизвестного логического $(n,1)$-полюсника, имеющий вид одиночного переключения сигнала

$$y(t)=0'_b, \quad \text{где} \quad b=f(a_1,\ldots,a_n). \tag{21}$$

Здесь b означает момент переключения заданного выходного процесса, имеющего форму $0'=1\to 0$, причем сам момент b выражается некоторой функцией f непрерывной логики от моментов $a_1,\ldots,a_n$ аналогичных переключений на входах искомого $(n,1)$-полюсника. Требуется построить логический $(n,1)$-полюсник и найти динамические процессы $x_1(t),\ldots,x_n(t)$ на его входах, которые приводят к выработке на выходе этого $(n,1)$-полюсника заданного процесса (21).

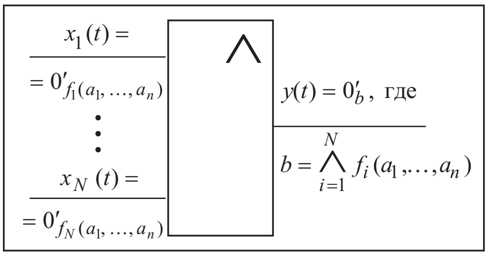

Рис. 5

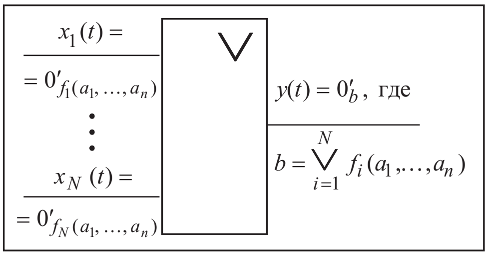

Рис. 6

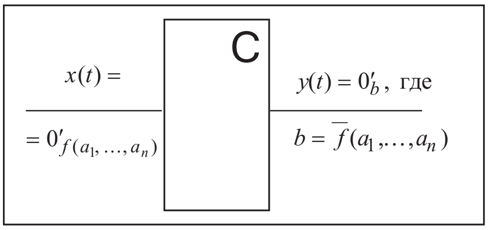

Рис. 7

Решение. Для решения задачи в ситуации 2 действуем аналогично ситуации 1, а именно выделяем три случая разложения функции f: (18), (19) и (20). Далее сравниваем данную задачу в первом, втором и третьем случаях с соответствующими типовыми задачами из разд. 3. Как видим, данную задачу для всех случаев можно рассматривать как соответствующие типовые задачи из разд. 3, в которых $a_1,\ldots,a_n$ заменены на $f_1,\ldots,f_N$. Это и дает решение рассматриваемой задачи для первого, второго и третьего возможных случае ситуации 2.

Итеративное решение задачи синтеза логического многополюсника для реализации заданного динамического процесса $y(t)=0'_b$ в первом случае (конъюнктивное разложение функции $b=f(a_i)$), во втором случае (дизъюнктивное разложение функции $b=f(a_i)$) и в третьем случае (разложение отрицания функции $b=f(a_i)$) дано соответственно на рис. 5, 6, 7.

Эти решения сводят исходную задачу к аналогичной задаче меньшей сложности, что позволяет последовательными итерациями получить за конечное число шагов полное решение поставленной задачи в виде логического $(n,1)$-полюсника с известными динамическими процессами на входах $x_1(t), \ldots, x_n(t)$, вырабатывающего требуемый выходной процесс $y(t)$ вида (21).

5. НОРМАЛИЗАЦИЯ ОБЩЕГО РЕШЕНИЯ

Решение задачи синтеза динамического процесса, рассмотренное в разд. 4, универсально, поскольку позволяет для любого заданного динамического процесса $y(t)$ в виде однократного переключения сигнала вида $1'_b$ или $0'_b$ с произвольной функцией непрерывной логики $b = f(a_1, \ldots, a_n)$, определяющей зависимость момента b указанного переключения от моментов $a_1, \ldots, a_n$ аналогичных переключений на входах некоторого логического $(n,1)$-полюсника, построить этот $(n,1)$-полюсник и указать для всех его входов конкретные переключения сигнала $1'_{a_i}$ или $0'_{a_i}$, при которых на его выходе реализуется требуемый динамический процесс $y(t)$. Однако это универсальное решение имеет, по крайней мере, один недостаток: структура (в частности, глубина, т.е. число последовательных ступеней) и сложность (количество логических элементов) получаемого логического $(n,1)$-полюсника существенно зависят от формы записи функции $f(a_1, \ldots, a_n)$. Устранение этого недостатка требует представления функции f в одной из нормальных форм алгебры непрерывной логики. Отметим, что форма называется нормальной в некоторой алгебре, если любая функция, образованная с помощью операций этой алгебры, может быть представлена в такой форме [2–5, 7]. Нормализация функции f, т.е. ее приведение к нормальной форме, позволяет устранить этот недостаток. Для этого нужно лишь, чтобы в нормальной форме операции используемой алгебры применялись последовательно (сначала — только операции первого типа, затем — только операции второго типа и т.д.), а также имелась регулярная методика минимизации нормальной формы по общему числу используемых в ней букв и/или по общему числу задействованных операций. Имеющиеся в квазибулевой алгебре непрерывной логики (2) нормальные формы — дизъюнктивная (ДНФ) и конъюнктивная (КНФ) обладают обоими названными свойствами [2, 4, 5]. Поэтому использование данных форм для представления функции f позволяет устранить указанный недостаток.

Напомним, что функциями непрерывной логики в алгебре (2) называются любые функции, имеющие вид суперпозиции операций данной алгебры: дизъюнкции (3), конъюнкции (4) и отрицания (5). ДНФ такой функции называется ее представление в виде дизъюнкции элементарных конъюнкций; последние имеют вид конъюнкций переменных x_i и их отрицаний $\overline{x_i}$, при этом вместе с x_i в конъюнкцию может входить и $\overline{x_i}$. Пример ДНФ: $y = x_1 \overline{x_2} \vee x_2 \overline{x_2} x_3$. КНФ функции непрерывной логики называется ее представление в виде конъюнкции элементарных дизъюнкций; последние являются дизъюнкциями переменных x_i и их отрицаний $\overline{x_i}$, причем вместе с x_i в дизъюнкцию может входить и $\overline{x_i}$. Пример КНФ: $y = (x_1 \vee \overline{x_2}) \cdot (x_2 \vee \overline{x_2} \vee x_3)$.

Алгоритм преобразования произвольной функции непрерывной логики в ДНФ [2, 4, 5]:

1) спуск отрицаний с более сложных выражений на менее сложные в соответствии с законами де Моргана

$$\overline{A \vee B} = \overline{A} \wedge \overline{B}, \quad \overline{A \wedge B} = \overline{A} \vee \overline{B} \tag{22}$$

и двойного отрицания

$$\overline{\overline{A}} = A; \tag{23}$$

2) раскрытие скобок в соответствии с распределительным законом

$$A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C). \tag{24}$$

Алгоритм преобразования любой функции непрерывной логики в КНФ [2, 4, 5]:

1) спуск отрицаний с более сложных выражений на менее сложные в соответствии с законами де Моргана (22) и двойного отрицания (23);

2) введение скобок в соответствии с распределительным законом

$$A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C). \tag{25}$$

Рассмотрим пример, иллюстрирующий преимущества синтеза заданного динамического процесса с использованием предварительной нормализации заданной функции непрерывной логики $b = f(a_1, \ldots, a_n)$, определяющей зависимость момента b переключения сигнала на выходе искомого $(n, 1)$-полюсника от соответствующих моментов $a_1, \ldots, a_n$ на его входах.

Пример 2. Задан динамический процесс $y(t)$ на выходе неизвестного логического $(4, 1)$-полюсника в виде одиночного переключения сигнала

$$y(t) = 1'_b, \ \ b = \overline{\bar{a}_1 \vee \bar{a}_2} \vee \overline{\bar{a}_3 \vee \bar{a}_4}.$$

Требуется построить логический $(4, 1)$-полюсник и найти динамические процессы $x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t)$ на его входах, которые приводят к выработке на его выходе данного динамического процесса $y(t)$.

Решение. Преобразуем заданную функцию непрерывной логики $b = f(a_1, a_2, a_3, a_4)$ в ДНФ. Для этого в данном случае достаточно применить дважды закон де Моргана. В результате получим $b = (a_1 \wedge a_2) \vee (a_3 \wedge a_4)$. Задача с такой функцией $b = f(a_1, \ldots, a_4)$ рассматривалась в примере 1. Полученное там решение показано на рис. 4. Если бы функция $b = f(a_1, \ldots, a_4)$ не была преобразована в ДНФ, то, используя универсальный алгоритм синтеза $(4, 1)$-полюсника с требуемым выходным динамическим процессом $y(t)$ на выходе (разд. 4), было бы получено другое решение, а именно логический $(4, 1)$-полюсник с четырьмя ступенями и девятью логическими элементами в соответствии с номенклатурой логических операций в заданной функции $b = f(a_1, \ldots, a_4)$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании изложенного следует, что существует регулярная процедура, позволяющая за конечное число шагов построить логический $(n, 1)$-полюсник и определить необходимые воздействия на его входах, которые обеспечивают реализацию на его выходе однократного переключения сигнала в момент, зависящий от моментов аналогичных переключений на входах согласно наперед заданной функции f непрерывной логики. Данную задачу можно рассматривать двояко: как синтез логической схемы, реализующей требуемую динамику переключения выхода относительно входов; а также как конструктивную интерпретацию заданной функции f непрерывной логики в виде некоторого логического $(n, 1)$-полюсника, в котором момент переключения сигнала на выходе и моменты переключения сигналов на входах связаны именно этой функцией. Представляет интерес распространение полученных результатов с однократных переключений сигналов на входах и выходе схем на случай произвольных входных и выходных динамических процессов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Левин В.И. Бесконечнозначная логика и переходные процессы в конечных автоматах // Автоматика и вычисл. техника. — 1972. — № 6. — С. 1–9.
2. Левин В.И. Введение в динамическую теорию конечных автоматов. — Рига: Зинатне, 1975. — 376 с.
3. Левин В.И. Таблицы для расчета и анализа переходных процессов в дискретных устройствах. — Рига: Зинатне, 1975. — 60 с.
4. Левин В.И. Динамика логических устройств и систем. — М.: Энергия, 1980. — 224 с.
5. Левин В.И. Теория динамических автоматов. — Пенза: Изд-во Пензенского гос. техн. ун-та, 1995. — 407 с.
6. Левин В.И. Непрерывная логика в задачах динамики конечных автоматов // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2010. — № 1. — С. 85–93.
7. Поспелов Д.А. Логические методы анализа и синтеза схем. — М.: Энергия, 1974. — 368 с.

Поступила 09.04.2010