УДК 517.9, 519.816

Н.Д. ПАНКРАТОВА, Н.И. НЕДАШКОВСКАЯ

ГИБРИДНЫЙ МЕТОД МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОГО ОЦЕНИВАНИЯ АЛЬТЕРНАТИВ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Аннотация. Разрабатывается гибридный метод поддержки принятия решений при зависимых критериях решений, включающий методы теории принятия решений, нечетких множеств, математического программирования и статистики, которые адаптируются на разных этапах многокритериального оценивания альтернатив в зависимости от конкретной решаемой задачи и качества входной экспертной информации. Приведена иллюстрация использования гибридного метода при решении практической задачи.

Ключевые слова: метод многокритериального оценивания, альтернативы принятия решений, согласованность экспертного оценивания, реверс рангов, зависимые критерии.

ВВЕДЕНИЕ

Одной из важных задач поддержки принятия решений является вычисление приоритетов (весовых коэффициентов) альтернатив с учетом множества критериев решений. При их определении входной информацией являются оценки лица, принимающего решение, или эксперта. Для решения этой задачи наиболее часто применяются методы анализа иерархий (МАИ) [1–3] и его обобщение — анализ сетей (МАС) [4], методы «линия», «треугольник» и «квадрат» с обратной связью с экспертом [5], методы ELECTRE [6], PROMETHEE [7], TOPSIS [8]. Для вычисления локальных весов (весовых коэффициентов $w_i > 0$) альтернатив по каждому критерию в методах ELECTRE, PROMETHEE, TOPSIS используется непосредственное оценивание, в МАИ — парные сравнения. МАИ [1, 2, 12, 13] и МАС [4] содержат этап оценивания согласованности эксперта, что позволяет оценить качество суждений эксперта и повысить достоверность получаемых решений; в упрощенном МАИ [3] и в «линии» [5] этот этап не имеет места, что обусловливает уменьшение нагрузки на эксперта, в результате этого уменьшается достоверность получаемых решений. Для формализации оценок экспертов в модифицированных МАИ используется теория нечетких множеств [9–13].

На этапе агрегирования методы МАИ, ELECTRE, PROMETHEE используют взвешенную среднюю (линейную свертку), модифицированный МАИ [3] — функцию минимума, а метод TOPSIS — расстояние от «идеального позитивного» и «идеального негативного» решений. МАИ, методы «линия», «треугольник», «квадрат», ELECTRE, PROMETHEE и TOPSIS основаны на иерархической зависимости между целями, критериями, альтернативами решений. В основе этих методов лежит гипотеза о взаимной независимости критериев, по которым осуществляется оценивание альтернатив решений.

Различные виды зависимостей между критериями и альтернативами решений учитываются только в методе МАС [4]. В рамках этого метода определяются веса альтернатив решений относительно сетевой модели кластеров критериев и альтернатив, содержащей петли и обратные связи. Ограничение МАС связано с большим количеством вопросов (парных сравнений), на которые должен дать ответы эксперт, а также значительным увеличением числа этих вопросов с добавлением в модель новой связи. Вследствие этого может возрастать количество случаев недопустимой несогласованности экспертной информации и необходимость организации обратной связи с экспертом, что требует дополнительных временных и финансовых ресурсов для решения задачи выявления наилучшей альтернативы решений.

В настоящей статье ставится задача разработки метода многокритериального оценивания альтернатив принятия решений (МКПР) с зависимыми критериями решений для иерархической структуры с петлей на уровне критериев, т.е. для частного случая сетевой модели. Во многих практических задачах оценки альтернатив по таким критериям, как цена или затраты зависят от оценок по критериям качества или надежности. Поэтому разработка метода с зависимыми критериями решений представляется актуальной задачей. Цель разработки метода МКПР — уменьшение нагрузки на эксперта; уменьшение финансовых и временных затрат на решение задачи МКПР и корректирование согласованности экспертных оценок без организации обратной связи с экспертом; расширение применимости методов МКПР для класса практических задач, в которых нежелательны реверсы рангов.

1. ГИБРИДНЫЙ МЕТОД МКПР

Описание метода. Пусть известны множества альтернатив решений $A=\{a_i \mid i=1,2,\ldots,n\}$ и взаимозависимых критериев решений $C=\{c_j \mid j=1,2,\ldots,m\}$. Задача МКПР состоит в нахождении агрегированных или глобальных весов $W^{glob}=\{w_i^{glob} \mid i=1,2,\ldots,n\}$ альтернатив по множеству критериев решений C.

Для решения поставленной задачи разрабатывается гибридный метод МКПР на основе МАИ, который включает методы теории принятия решений, нечетких множеств, математического программирования и статистики, адаптируемых на разных этапах МКПР в зависимости от конкретной решаемой задачи и качества входной информации.

Одна из особенностей метода состоит в том, что множество критериев решений C разбивается на независимые подмножества (именуемые в дальнейшем факторами): $C=\bigcup_{l=1}^{k} f_l$, $f_l=\{c_{l1}, c_{l2},\ldots, c_{lp}\}$, $p\le k\le m$, так, что в пределах фактора f_l критерии $c_{l1}, c_{l2},\ldots, c_{lp}$ являются взаимозависимыми. Это разбиение позволяет, во-первых, снизить размерность пространства критериев для корректного использования подхода экспертного оценивания, так как количество сравниваемых экспертом за один тур элементов не должно превышать числа 7 ± 2 [2, 14]. Во-вторых, применить метод, более простой по сравнению с МАС [4] и имеющий ряд преимуществ, — метод агрегирования, о котором пойдет речь ниже. Его можно условно разделить на два подэтапа: агрегирование локальных весов альтернатив по зависимым критериям в пределах факторов и повторное агрегирование найденных агрегированных весов альтернатив по независимым факторам.

Для задач с относительно небольшим числом альтернатив решений разбиение множества критериев решений на независимые подмножества можно выполнить вручную. В задачах с большим количеством альтернатив для формирования независимых подмножеств критериев целесообразно использовать известные в теории статистики методы снижения размерности (например, факторного анализа [15, 16]). К таким может быть отнесена, например, задача экспертизы научно-исследовательских и инвестиционных проектов с целью выбора для финансирования одного или нескольких из них, когда количество проектов (альтернатив решений) соответствует обоснованному применению статистических подходов.

На последующих этапах гибридного метода проводится оценивание альтернатив по критериям решений каждого фактора. Для этого используем метод парных сравнений, который является наиболее точным методом извлечения оценок от экспертов и вычисления коэффициентов относительной важности альтернатив решений по критерию, поскольку наилучшим образом учитывает психофизиологические особенности человека [2, 4, 17, 18]. Структурная схема гибридного метода МКПР (рис. 1) включает множество нечетких матриц парных сравнений (НМПС) $\mathbf{D}_{f_1}^{fuz}, \mathbf{D}_{f_2}^{fuz}, \ldots, \mathbf{D}_{f_k}^{fuz}$.

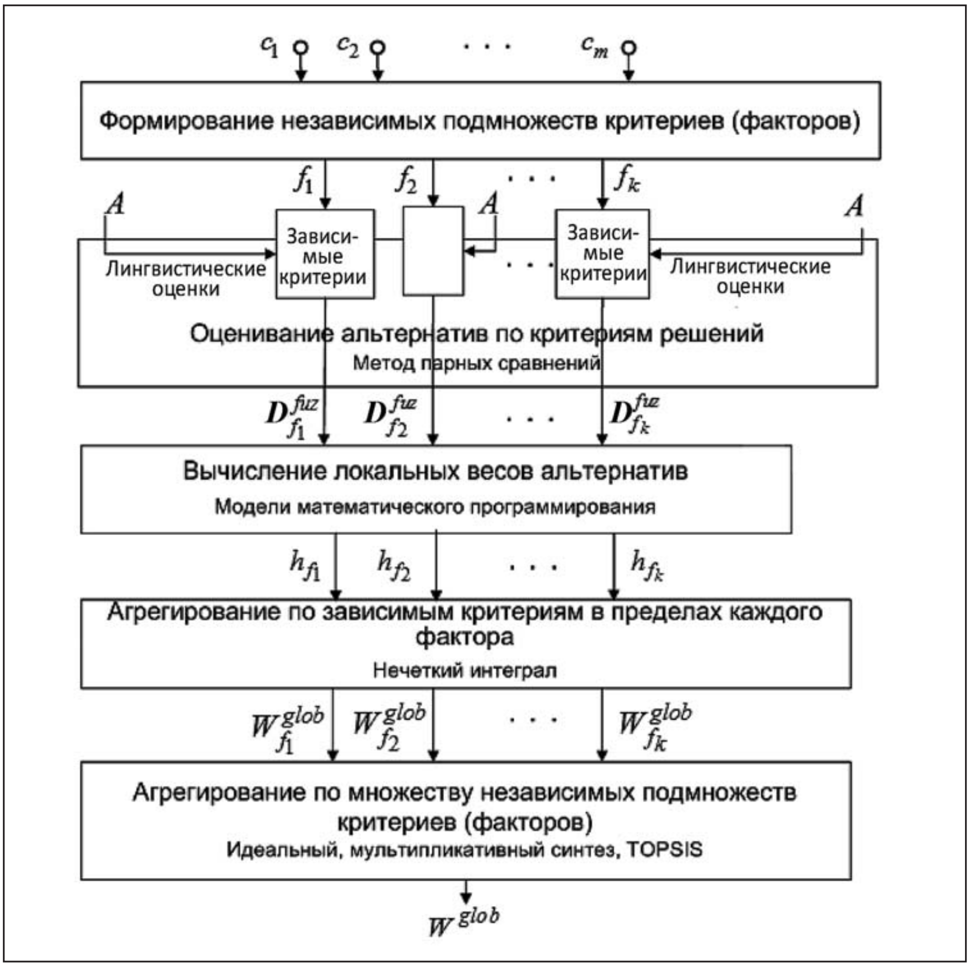

Рис. 1. Структурная схема гибридного метода МКПР

Для формализации экспертных оценок используем теорию нечетких множеств, что позволит уменьшить нагрузку на эксперта, так как вместо точечных оценок эксперт дает более удобные для него и одновременно более соответствующие реальности лингвистические оценки вида «приблизительно равно x», «между величинами $\mathbf{x}$ и $\mathbf{y}$».

Поскольку входной информацией для метода являются оценки эксперта, то один из важных вопросов — проверка качества этих оценок, что позволит оценить корректность получаемых результатов. В настоящей статье качество экспертных оценок, представленных нечеткими матрицами парных сравнений, проверяется с помощью спектрального показателя согласованности [12, 13, 26]. В [26] введены необходимое и достаточное условия допустимой несогласованности нечетких экспертных оценок. Если полученные от эксперта оценки недостаточно согласованы, то их применение в рамках предлагаемого в данной работе метода является необоснованным. Тогда необходимо организовывать обратную связь с экспертом, а если это невозможно, то использовать подходы [27] повышения согласованности без участия эксперта, которые корректно изменяют матрицы парных сравнений в зависимости от уровня их согласованности и экономят финансовые и временные ресурсы на решение задачи МКПР.

Выполнив декомпозицию нечетких матриц парных сравнений $\mathbf{D}_{f_l}^{fuz}$, переходим к вычислению векторов локальных весов h_{f_l} альтернатив по критериям решений каждого фактора на основе интервальных матриц парных сравнений. В литературных источниках исследуется достаточно большое количество моделей определения локальных весов по заданным интервальным матрицам парных сравнений. Обзор и сравнение некоторых из них приведены в [1, 11]. Преимущество моделей математического программирования, которые предлагается использовать в настоящей статье, состоит в том, что не возникает противоречивых результатов [19] в отличие от других моделей [9, 10] с расширенными бинарными арифметическими операциями. Кроме того, эти модели работают на неполном множестве лингвистических экспертных оценок и могут быть применены в случае, когда эксперт не обладает знаниями, необходимыми для парного сравнения отдельных альтернатив.

При агрегировании локальных весов альтернатив по зависимым критериям каждого фактора вместо вектора весов $w=\{w_j \mid \sum_{j=1}^{p} w_j =1\}$ критериев рассмотрим нечеткую меру на множестве критериев в пределах фактора, которая задает веса всех возможных подмножеств этого множества критериев. Аксиоматическое определение нечеткой меры основано на более слабом требовании монотонности с целью расширения ее возможностей для моделирования реальных процессов [20, 21]. Особенность нечеткой меры состоит в возможности формализации таких ожиданий эксперта, как прагматизм, оптимизм и пессимизм, поэтому ее использование представляет единый подход к представлению точных, неопределенных, неполных, нечетких значений критериев решений.

Локальные веса по множеству зависимых критериев каждого фактора будем агрегировать, используя нечеткие интегралы Сугено и Шоке [20–22], которые являются обобщением известных методов агрегирования.

На последнем этапе МКПР выполняется агрегирование весов $W_{f_l}^{glob}$ альтернатив по независимым факторам f_l. Для этого во многих методах МКПР (МАИ с дистрибутивным синтезом [2, 23], ELECTRE [6], PROMETHEE [7]) используется линейная свертка, приводящая к реверсу рангов [24, 25], нежелательного для некоторых практических задач. Результаты исследований [24] показывают, что реверс рангов не возникает при использовании линейной свертки с нормировкой к максимуму, а также в нелинейной свертке по мультипликативному закону, кроме некоторых частных случаев, когда такой реверс оправдан на практике.

В задачах МКПР, в которых ресурсы могут добавляться (открытые системы), реверс рангов допустим. В этом случае на последнем этапе гибридного метода следует применять линейную свертку. В задачах МКПР с фиксированным количеством ресурсов (замкнутые системы) реверс рангов возникать не должен. Для них на последнем этапе гибридного метода следует применять линейную свертку с нормировкой к максимуму (так называемый идеальный синтез), мультипликативную свертку или модифицированный метод TOPSIS, предлагаемый в данной работе.

Более детально рассмотрим методы, применяемые на отдельных этапах МКПР.

Оценивание альтернатив по критериям решений некоторого фактора. Обозначим $C_{f_l} = \{c_j | j = 1, 2, \ldots, p\}$ множество критериев некоторого фактора f_l (в дальнейшем будем опускать индекс l и обозначать текущий рассматриваемый фактор как f). Необходимо оценить весомость альтернативы a_i по критерию решений c_j, $i = 1, 2, \ldots, n$; $j = 1, 2 \ldots, p$.

Для формирования и обработки экспертных оценок применим теорию нечетких множеств. Эксперт попарно сравнивает альтернативы $a_i, a_k \in A$ относительно критерия $c_j \in C_f$ в специальной лингвистической фундаментальной шкале S относительной важности: «слабое превосходство» $(\tilde{3})$, «сильное превосходство» $(\tilde{5})$, «очень сильное превосходство» $(\tilde{7})$, «абсолютное превосходство» $(\tilde{9})$, «одинаковая важность» $(\tilde{1})$, и промежуточные между ними оценки $\tilde{2}, \tilde{4}, \tilde{6}, \tilde{8}$, где символ $\sim$ означает лингвистическое представление. Преимущества фундаментальной шкалы для четкого случая показаны в [2]. В результате предоставленных экспертом оценок строится $\mathbf{D}^{fuz} = \{(\mathbf{D}_j^{fuz}) | j = 1, \ldots, p\}$ — множество нечетких матриц парных сравнений, $\mathbf{D}_j^{fuz} = \{(d_{ikj}^{fuz}) | i, k = 1, \ldots, n\}$, где $d_{ikj}^{fuz} = (x, \mu_{ikj}(x))$ — результат парного сравнения альтернатив a_i и a_k относительно критерия c_j. Ставится задача определения множества векторов нечетких локальных весов $w^{fuz} = \{(w_j^{fuz}) | j = 1, \ldots, p\}$ альтернатив из множества НМПС $\mathbf{D}^{fuz} = \{(\mathbf{D}_j^{fuz}) | j = 1, \ldots, p\}$.

Для упрощения вычисления локальных весов альтернатив проведем декомпозицию НМПС: $\mathbf{D}_j^{fuz} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \alpha \, \mathbf{D}_j(\alpha)$, где $\mathbf{D}_j(\alpha) = \{(d_{ikj}(\alpha)) | i, k = 1, \ldots, n\}$ — матрица множеств уровня $\alpha \in [0,1]$, $j = 1, \ldots, p$. Зафиксируем значения $0 = \alpha_1 < \alpha_2 < \ldots < \alpha_L = 1$ и от исходной НМПС $\mathbf{D}_j^{fuz}$ перейдем к рассмотрению множества интервальных матриц парных сравнений (ИМПС) $\{\mathbf{D}_j(\alpha_1), \mathbf{D}_j(\alpha_2), \ldots \mathbf{D}_j(\alpha_L)\}$ по критерию c_j:

$$\mathbf{D}_j(\alpha_l) = (d_{ikj}(\alpha_l) = \{[l_{ikj}(\alpha_l), u_{ikj}(\alpha_l)]\} | i, k = 1, \ldots, n\}.$$

Тогда задача нахождения вектора весов w_j^{fuz} сводится к определению весов $\{w_j(\alpha_1), w_j(\alpha_2), \ldots w_j(\alpha_L)\}$ из ИМПС $\{\mathbf{D}_j(\alpha_1), \mathbf{D}_j(\alpha_2), \ldots \mathbf{D}_j(\alpha_L)\}$.

Агрегирование по уровням $0 = \alpha_1 < \alpha_2 < \ldots < \alpha_L = 1$ локальных весов альтернатив $\{w_j(\alpha_l) | l = 1, \ldots, L\}$ осуществляется с использованием мультипликативной свертки [26] $w_j = \prod_{l=1}^{L} (w_j(\alpha_l))^{\alpha_l^*}$ с весовыми коэффициентами $\alpha_l^* = \alpha_l \Big/ \sum_{l=1}^{L} \alpha_l$.

Вычисление вектора локальных весов альтернатив по критерию некоторого фактора. Пусть $D = \{(d_{ik} = [l_{ik}, u_{ik}]) | i, k = 1, \ldots, n\}$ — интервальная матрица парных сравнений альтернатив по критерию некоторого фактора. Необходимо найти $w = \{w_i | w_i > 0, \ i = 1, 2, \ldots, n\}$ — вектор локальных весов альтернатив по рассматриваемому критерию.

Для решения этой подзадачи используем две разные модели математического программирования, что повышает достоверность получаемых результатов:

— двухэтапная модель линейного программирования [1], с помощью которой вычисляются наименьшие по суммарной длине расширенные согласованные интервалы — элементы ИМПС, а также вычисляются локальные веса;

— модель нечеткого математического программирования [11].

Рассмотрим вторую модель. Она основана на удовлетворении нечетких ограничений–неравенств, которые задают требования согласованности ИМПС.

ИМПС D называется нечетко согласованной, если существует вектор весов $w,\ w_i \in \Re,\ w_i > 0$:

$$l_{ij} \underset{\sim}{\leq} w_i / w_j \underset{\sim}{\leq} u_{ij},\ i = 1, 2, \ldots, n-1,\ j = 2, 3, \ldots, n,\ i < j, \tag{1}$$

где $\underset{\sim}{\leq}$ — нечеткое отношение нестрогого преобладания. Систему неравенств (1) после приведения к каноническому виду запишем в матричном виде

$$Rw \underset{\sim}{\leq} 0,\ R \in \Re^{m \times n},\ m = n(n-1). \tag{2}$$

Здесь k-я строка системы (2) $R_k w \underset{\sim}{\leq} 0,\ k = 1, 2, \ldots, m$, представляет нечеткое линейное ограничение и задается, например, функцией принадлежности:

$$\mu_k(R_k w) = \begin{cases} 1, & R_k w \leq 0, \\ 1 - \dfrac{R_k w}{d_k}, & 0 < R_k w \leq d_k, \\ 0, & R_k w > d_k, \end{cases} \tag{3}$$

где d_k — параметр, соответствующий допустимому интервалу приближенного удовлетворения четкого неравенства $R_k w \leq 0$. Функция принадлежности (3) показывает уровень удовлетворения лица, принимающего решение, некоторым вектором весов в соответствии с k-м односторонним неравенством (1).

Согласно принципу Беллмана–Заде решением задачи удовлетворения нечетких ограничений–неравенств (2) есть вектор весов w^*, называемый максимизирующим решением:

$$w^* = \arg\max_{w} \left\{ \min\{\mu_1(R_1 w), \ldots, \mu_m(R_m w)\} \,|\, \sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \right\}. \tag{4}$$

Задача (4) может быть сформулирована в виде задачи линейного программирования введением переменной λ с учетом (3):

$$\lambda \to \max$$

при ограничениях

$$d_k \lambda + R_k w \leq d_k,\ k = 1, \ldots, n(n-1),$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1, \quad w_i > 0,\ i = 1, 2, \ldots, n.$$

Агрегирование локальных весов альтернатив по зависимым критериям некоторого фактора. Пусть $C_{f_l} = \{c_j \,|\, j = 1, 2, \ldots, p\}$ — множество зависимых критериев некоторого фактора f_l (в дальнейшем будем опускать индекс l и обозначать текущий рассматриваемый фактор как f, а множество C_{f_l} — как C_f или просто C); $h_i : C_f \to [0,1]$ — функция локального веса альтернатив по критериям из C_f, найденная на предыдущем этапе гибридного метода, $i = 1, 2, \ldots, n$. Задача состоит в нахождении вектора $W_f^{glob} = \{w_{i\,f}^{glob}\}$ агрегированных (глобальных) весов $w_{i\,f}^{glob}$ альтернатив a_i.

Эту подзадачу предлагается решать с использованием нечетких интегралов Сугено и Шоке по нечеткой мере, которая задает веса всех возможных подмножеств множества критериев в пределах фактора.

Нечеткие интегралы Сугено $I_S(h)$ и Шоке $I_{Chq}(h)$ от функции $h: C \to [0,1]$ на дискретном множестве $B \subseteq C$, $C = \{c_1, c_2, \ldots, c_p\}$, по нечеткой мере g определяются следующим образом:

$$I_S(h) = \int_B h(c) \circ g = \max(\min(h(c_j), g(H_j))) \ [20,\ 21],$$

$$I_{Chq}(h) = \int_B h(c) \circ g = h(c_p) g(H_p) + \sum_{j=1}^{p-1} (h(c_j) - h(c_{j+1})) g(H_j) =$$

$$= \sum_{j=1}^{p} h(c_j)(g(H_j) - g(H_{j-1})),$$

где $H_j = \{c_k | h(c_k) \geq h(c_j),\ k = 1, \ldots, p\}$, $H_0 = \varnothing$ [22].

Нечеткий интеграл Сугено указывает на те элементы множества C, которые повлияли на результат; нечеткий интеграл Шоке учитывает все элементы множества C.

Глобальный вес альтернативы a_i по множеству C_f взаимозависимых критериев некоторого фактора f определяется как $w_{i\,f}^{glob} = I_S(h_i)$ или $w_{i\,f}^{glob} = I_{Chq}(h_i)$ по нечеткой мере g, которая выражает степень важности подмножеств множества C_f.

Рассмотрим более детально нечеткие меры, поскольку они могут использоваться для описания таких различных ожиданий эксперта, как прагматические, оптимистические и пессимистические.

Нечеткая мера — однопараметрическое расширение вероятностной меры. Для дискретного множества $C = \{c_1, c_2, \ldots, c_p\}$:

— нечеткая мера Сугено g_λ на $(C, 2^C)$ определяется в зависимости от параметра нормировки $\lambda \in (-1, \infty)$ из уравнения $\frac{1}{\lambda}\left(\prod_{i=1}^{p}(1 + \lambda g_i) - 1\right) = g_\lambda(C) = 1$, где $g_i = g_\lambda(\{c_i\})$ [20, 21];

— нечеткая мера Цукамото g_ν на $(C, 2^C)$ определяется в зависимости от параметра нормировки $\nu \in [0, \infty)$ из уравнения $(1-\nu) \max\limits_{i=1,\ldots,p} g_i + \nu \sum_{i=1}^{p} g_i = g_\nu(C) = 1$, где $g_i = g_\nu(\{c_i\})$ [21].

Преимущество меры g_ν состоит в том, что для нахождения параметра ν необходимо решать линейное уравнение в отличие от меры g_λ, для которой при нахождении параметра λ требуется решить алгебраическое уравнение высокого порядка.

В зависимости от значений параметров λ и ν существуют несколько классов нечетких мер: вероятностная мера ($\lambda = 0$, $\nu = 1$), которую можно рассматривать как субъективную оценку экспертом появления некоторого события; мера возможности ($\lambda = -1$, $\nu = 0$), когда отсутствуют принципиальные ограничения для совершения события (оптимизм); мера необходимости ($\lambda > 0$, $\nu > 1$) — присутствие ограничений для совершения события (пессимизм). Таким образом, использование нечеткой меры представляет единый подход к представлению точных, неопределенных, неполных, нечетких значений критериев решений.

Агрегирование весов альтернатив по независимым подмножествам критериев (факторам). Пусть имеем:

— множество факторов $F = \{f_j | j = 1, \ldots, k\}$, найденных на первом этапе гибридного метода, при этом часть факторов представляет доходы, а часть — затраты, т.е. $F = F_1 \cup F_2$, где F_1 — подмножество факторов доходов, F_2 — подмножество факторов затрат, $F_1 \cap F_2 = \varnothing$;

— матрицу $W = \{(w_{ij}) | i = \overline{1, n}, j = \overline{1, k}\}$ локальных весов альтернатив по факторам, где $w_{ij} = w_{i\,f_j}^{glob}$ — вес альтернативы a_i относительно фактора f_j, найденный на четвертом этапе методом нечеткого интеграла;

— вектор $w^c = \{(w_j^c) | j = \overline{1, k}\}$ весов факторов, $\sum_{j=1}^{k} w_j^c = 1$.

Необходимо найти $W^{glob} = \{w_i^{glob} | i = 1, \ldots, n\}$ — агрегированные (глобальные) веса альтернатив по всем факторам решений.

В настоящей статье предлагается модифицированный метод TOPSIS, исключающий в ряде задач [1] нежелательное явление реверса рангов. Он включает следующие этапы:

1) вычисление нормированной матрицы локальных весов: $n_{ij} = \dfrac{w_{ij}}{\max\limits_{l=1,\ldots,n} w_{lj}}$, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, k}$;

2) вычисление взвешенной нормированной матрицы решений: $v_{ij} = w_j^c n_{ij}$;

3) определение «идеального позитивного» (ИП) $A^+ = (v_1^+, \ldots, v_k^+)$ и «идеального негативного» (ИН) $A^- = (v_1^-, \ldots, v_k^-)$ решений: $v_j^+ = (\max\limits_i v_{ij} | j \in F_1)$ или $(\min\limits_i v_{ij} | j \in F_2)$, $v_j^- = (\min\limits_i v_{ij} | j \in F_1)$ или $(\max\limits_i v_{ij} | j \in F_2)$;

4) нахождение расстояния каждой альтернативы до ИП- и ИН-решений, используя, например, эвклидово расстояние

$$d_i^+ = \left\{ \sum_{j=1}^{k} (v_{ij} - v_j^+)^2 \right\}^{1/2}, \quad d_i^- = \left\{ \sum_{j=1}^{k} (v_{ij} - v_j^-)^2 \right\}^{1/2}, \quad i = \overline{1, n};$$

5) вычисление коэффициентов относительной близости каждой альтернативы a_i к наилучшему решению — это искомые глобальные веса альтернатив: $w_i^{glob} = d_i^- / (d_i^+ + d_i^-)$.

2. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГИБРИДНОГО МЕТОДА МКПР ПРИ РЕШЕНИИ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ

В качестве примера рассмотрим использование гибридного метода МКПР при решении задачи оценивания критических технологий направления «Энергетика и энергоэффективность». Необходимо выбрать наиболее приоритетные из предоставленных заказчиком альтернатив критических технологий (технология создания энергогенерирующих мощностей на основе комбинированных когенерационных и теплонасосных установок, технология усовершенствования и структурной оптимизации энергетических сетей с целью гармонизации с энергетической системой ЕС, технология уменьшения потерь в элементах транзитных электрических сетей, изготовление термо- и коррозийно-устойчивых теплоизолирующих материалов для тепловых сетей и другие), сгруппированных по трем кластерам: энергосберегающие технологии, технологии восстанавливаемой энергетики, экодом. Именно эти три кластера рассматриваются в данном примере альтернативами решений. Они оценивались по следующему множеству критериев: c_1 — годовые объемы продажи новой наукоемкой продукции, c_2 — конкурентоспособность по сравнению с отечественными аналогами, c_3 — конкурентоспособность по сравнению с зарубежными аналогами, c_4 — термин выполнения научных исследований до внедрения технологии, c_5 — начало производства новой наукоемкой продукции, c_6 — общий объем финансирования научных исследований до внедрения технологии, c_7 — объем затрат на внедрение технологии, c_8 — термины внедрения технологии, c_9 — риски (энергетических рынков, операционные риски при производстве энергии, риски аварий и катастроф при производстве энергии).

Решение задачи гибридным методом МКПР. На первом этапе гибридного метода на множестве критериев было сформировано пять независимых подмножеств критериев (факторов): $f_1 = \{c_1\}$, $f_2 = \{c_2, c_3\}$, $f_3 = \{c_4, c_5\}$, $f_4 = \{c_6, c_7, c_8\}$, $f_5 = \{c_9\}$.

На втором этапе три кластера критических технологий (альтернативы решений) попарно сравнивались экспертом по каждому из критериев каждого фактора в лингвистической фундаментальной шкале [26], в результате были построены нечеткие матрицы парных сравнений. Рассмотрим, например, фактор f_4 и НМПС кластеров технологий по трем критериям: c_6, c_7, c_8 этого фактора:

$$\mathbf{D}_6^{fuz} = \begin{pmatrix} 1 & \tilde{3} & \tilde{5} \\ (\tilde{3})^{-1} & 1 & \tilde{2} \\ (\tilde{5})^{-1} & (\tilde{2})^{-1} & 1 \end{pmatrix}, \ \mathbf{D}_7^{fuz} = \begin{pmatrix} 1 & (\tilde{4})^{-1} & (\tilde{2})^{-1} \\ \tilde{4} & 1 & \tilde{2} \\ \tilde{2} & (\tilde{2})^{-1} & 1 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{D}_8^{fuz} = \begin{pmatrix} 1 & (\tilde{5})^{-1} & (\tilde{3})^{-1} \\ \tilde{5} & 1 & \tilde{2} \\ \tilde{3} & (\tilde{2})^{-1} & 1 \end{pmatrix}.$$

Декомпозиция каждой НМПС $\mathbf{D}_j^{fuz}$, $j = 6, 7, 8$, приводит к множеству ИМПС $\{\mathbf{D}_j(\alpha_1), \mathbf{D}_j(\alpha_2), \ldots \mathbf{D}_j(\alpha_L)\}$, $0 = \alpha_1 < \alpha_2 < \ldots < \alpha_L = 1$. Деления $\tilde{s}_p$ лингвистической фундаментальной шкалы относительной важности были представлены треугольными нечеткими числами $\tilde{s}_p = [s_p - 1, s_p, s_p + 1]$ для $p \in \{2, 3, .., 8\}$, крайние деления шкалы представлены как $\tilde{1} = [1, 1, 2]$, $\tilde{9} = [8, 9, 9]$. Так, например, для ИМПС $\mathbf{D}_6^{fuz}$

$$\mathbf{D}_6(\alpha_1 = 0) = \begin{pmatrix} 1 & [2, 4] & [4, 6] \\ [1/4, 1/2] & 1 & [1, 3] \\ [1/6, 1/4] & [1/3, 1] & 1 \end{pmatrix}, \quad \text{ИМПС } \mathbf{D}_6(\alpha_L = 1) = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 1/3 & 1 & 2 \\ 1/5 & 1/2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Локальные веса (весовые коэффициенты) альтернатив по критерию c_6 фактора f_4 вычислялись моделью нечеткого программирования из ИМПС $\{\mathbf{D}_6(\alpha_1), \mathbf{D}_6(\alpha_2), \ldots, \mathbf{D}_6(\alpha_L)\}$, $0 = \alpha_1 < \alpha_2 < \ldots < \alpha_L = 1$, параметры модели $d_k = 1$, $k = 1, 2, \ldots, 6$ (табл. 1). Кроме того, были вычислены локальные веса альтернатив по остальным критериям.

Таблица 1. Локальные веса альтернатив по критерию c_6 фактора f_4

Уровень α_l	Нормированные локальные весовые коэффициенты альтернатив		
	Энергосберегающие технологии	Восстанавливаемая энергетика	Экодом
0	0.610	0.251	0.140
0.1	0.614	0.248	0.138
0.2	0.612	0.249	0.139
0.3	0.622	0.243	0.135
0.4	0.626	0.240	0.134
0.5	0.630	0.238	0.133
0.6	0.633	0.236	0.131
0.7	0.636	0.234	0.130
0.8	0.644	0.230	0.126
0.9	0.648	0.227	0.125
1.0	0.650	0.225	0.125

Таблица 2. Агрегированные по уровням α_l локальные веса альтернатив по критериям $c_1 \div c_9$

Альтернативы решений	Нормированные локальные весовые коэффициенты альтернатив по критериям								
	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8	c_9
Энергосберегающие технологии	0.286	0.200	0.265	0.705	0.592	0.638	0.148	0.114	0.740
Технологии восстанавливаемой энергетики	0.125	0.091	0.143	0.128	0.265	0.233	0.550	0.565	0.102
Экодом	0.589	0.709	0.592	0.167	0.143	0.129	0.302	0.321	0.159

Агрегированные по уровням α_l локальные веса альтернатив вычислялись с помощью описанной в разд. 1 мультипликативной свертки (табл. 2).

На следующем этапе гибридного метода выполнено агрегирование локальных весов альтернатив по взаимозависимым критериям каждого фактора с применением метода нечеткого интеграла. Для рассматриваемого фактора $f_4 = \{c_6, c_7, c_8\}$ степени важности всех его подмножеств критериев были определены пессимистично как $g(\{c_6\}) = 0.072$, $g(\{c_7\}) = 0.060$, $g(\{c_8\}) = 0.017$, $g(\{c_6, c_7\}) = 0.2$, $g(\{c_7, c_8\}) = 0.08$, $g(\{c_6, c_8\}) = 0.1$ и $g(\{c_6, c_7, c_8\}) = 1$. Результирующие глобальные веса альтернатив с использованием нечетких интегралов Сугено I_S и Шоке I_{Chq} приведены в табл. 3. Для сравнения эти веса вычислялись методом свертки (Св) (использована мультипликативная свертка, поскольку в ней не возникает реверса рангов для большого класса задач). По результатам табл. 3 можно сделать вывод, что оба метода нечетких интегралов дают одинаковые ранжирования альтернатив решений. Это ранжирование совпадает с ранжированием по методу свертки. Согласно трем методам наилучшим по факторам f_1 и f_2 является экодом, по факторам f_3 и f_5 — энергосберегающие технологии, а по фактору f_4 — технологии восстанавливаемой энергетики.

Агрегирование весов альтернатив по независимым факторам $f_1 \div f_5$ выполнено модифицированным методом TOPSIS. Нормированные глобальные веса альтернатив равны 0.314 (энергосберегающие технологии), 0.104 (технологии восстанавливаемой энергетики), 0.582 (экодом) при использовании интеграла Сугена I_S. Следует выбирать экодом как наиболее приоритетную альтернативу по рассматриваемому множеству критериев $c_1 \div c_9$.

Решение задачи методом анализа сетей. Для сравнения рассмотрим решение задачи оценивания кластеров критических технологий, используя известный метод анализа сетей [4]. Сеть состоит из трех кластеров: первый кластер содержит главную цель G, второй — критерии $c_1 \div c_9$, третий класс — альтернативы $a_1 \div a_3$. Зависимости между критериями $c_1 \div c_9$ соответствует петля.

Согласно методу МАС для каждой пары зависимых критериев эксперту ставился вопрос вида: «Какой из двух сравниваемых критериев сильнее влияет на заданный третий критерий относительно главной цели G принятия решения?» Например, при рассмотрении зависимых критериев $\{c_6, c_7, c_8\}$ необходимо сравнить c_6 и c_7 относительно c_6, затем сравнить эту пару относительно c_7 и относительно c_8. Далее c_6 сравнивается с c_8 относительно этих трех критериев. Аналогично сравниваются c_7 и c_8.

После выполнения всех парных сравнений вычисляются локальные веса и записываются в суперматрицу задачи (табл. 4). Отметим, что в данном примере локальные веса альтернатив относительно критериев, используемых в МАС, положены равными локальным весам альтернатив, полученным в результате работы гибридного метода (см. табл. 2). Аналогично веса критериев относительно главной

Таблица 3. Глобальные веса альтернатив в пределах факторов $f_1 \div f_5$

Альтернативы решений	Ненормированные глобальные веса альтернатив по критериям факторов														
	$f_1 = \{c_1\}$			$f_2 = \{c_2, c_3\}$			$f_3 = \{c_4, c_5\}$			$f_4 = \{c_6, c_7, c_8\}$			$f_5 = \{c_9\}$		
	I_S	I_{Chq}	Св	I_S	I_{Chq}	Св	I_S	I_{Chq}	Св	I_S	I_{Chq}	Св	I_S	I_{Chq}	Св
Энерго-сберегающие технологии	0.286	0.139	0.544	0.200	0.208	0.830	0.592	0.598	0.976	0.148	0.156	0.832	0.162	0.120	0.952
Технологии восстанав-ливаемой энергетики	0.125	0.061	0.364	0.120	0.097	0.760	0.128	0.130	0.882	0.233	0.259	0.860	0.102	0.017	0.691
Экодом	0.486	0.286	0.773	0.592	0.594	0.933	0.143	0.144	0.889	0.129	0.143	0.788	0.159	0.026	0.742

Таблица 4. Матрица (суперматрица) нормированных локальных весов элементов задачи

Элементы задачи	Нормированные локальные веса элементов												
	G	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8	c_9	a_1	a_2	a_3
G	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
c_1	0.486	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
c_2	0.017	0	1	0.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
c_3	0.120	0	0	0.5			0	0	0	0	0	0	0
c_4	0.054	0	0	0	1	0.5	0	0	0	0	0	0	0
c_5	0.011	0	0	0	0	0.5	0	0	0	0	0	0	0
c_6	0.072	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
c_7	0.060	0	0	0	0	0	0.25	0.75	0	0	0	0	0
c_8	0.017	0	0	0	0	0	0.75	0.25	1	0	0	0	0
c_9	0.162	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
a_1	0	0.286	0.200	0.265	0.705	0.592	0.638	0.148	0.114	0.740	0	0	0
a_2	0	0.125	0.091	0.143	0.128	0.265	0.233	0.550	0.565	0.102	0	0	0
a_3	0	0.589	0.709	0.592	0.167	0.143	0.129	0.302	0.321	0.159	0	0	0

цели G в методе МАС равны значениям меры для одноэлементных множеств в гибридном методе, т.е. значениям $g(\{c_1\}) = 0.486$, $g(\{c_2\}) = 0.017$, …, $g(\{c_9\}) = 0.162$. Дополнительно в методе МАС ненулевыми являются блоки на диагонали суперматрицы, соответствующие локальным весам критериев относительно критериев.

Весовые коэффициенты всего множества критериев и множества альтернатив относительно множества критериев были получены, исходя из экспертных оценок, и равны 0.25 и 0.75 соответственно. Взвешенная этими коэффициентами суперматрица неприводима и импримитивна (циклична). Результирующие нормированные веса альтернатив решений равны 0.335 (энергосберегающие технологии), 0.276 (технологии восстанавливаемой энергетики) и 0.389 (экодом).

Таким образом, ранжирования, полученные двумя разными методами — гибридным и методом анализа сетей — совпадают: необходимо выбирать экодом как наиболее приоритетную альтернативу решений.

Отметим, что предлагаемый в статье метод с применением нечеткого интеграла и метод анализа сетей по-разному работают при взаимозависимости критериев. При применении метода анализа сетей от эксперта необходимо получить информацию о парных сравнениях критериев относительно критериев. Так, для каждой пары зависимых критериев эксперту ставился вопрос: «Какой из двух сравниваемых критериев сильнее влияет на заданный третий критерий относительно главной цели принятия решения?» Эксперт не всегда может ответить на вопросы такого типа. Более того, в рассматриваемом примере результирующие глобальные веса альтернатив решений оказались достаточно чувствительными к вычисленным по этим экспертным оценкам весам критериев относительно критериев. Предлагаемый в работе гибридный метод с применением нечеткого интеграла требует, чтобы была определена нечеткая мера g, которая выражает степень важности подмножеств множества критериев рассматриваемого фактора, что уменьшает нагрузку на эксперта и упрощает работу с взаимозависимыми критериями.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей статье разрабатывается гибридный метод поддержки принятия решений при зависимых критериях решений, включающий методы теории принятия решений, нечетких множеств, математического программирования и статистики, которые адаптируются на разных этапах МКПР в зависимости от конкретной решаемой задачи и качества входной экспертной информации.

Суждения экспертов формализуются с использованием теории нечетких множеств, что уменьшает нагрузку на эксперта и увеличивает достоверность результатов, полученных на их основе. Качество суждений экспертов, представленных нечеткими матрицами парных сравнений, оценивается с помощью спектрального показателя согласованности. Если экспертные оценки недостаточно согласованы, то решение, полученное предлагаемым методом, является необоснованным. Для улучшения согласованности используется обратная связь с экспертом, а если это невозможно, используются подходы повышения согласованности без участия эксперта.

Предлагаемое агрегирование локальных весов альтернатив решений по зависимым критериям имеет ряд особенностей, таких как моделирование разных ожиданий эксперта (прагматические, оптимистические и пессимистические) при предоставлении ими оценок для определения весов критериев, а также исключение нежелательного для многих практических задач явления реверса рангов. Агрегирование требует предварительного формирования независимых подмножеств критериев. В задачах со множеством альтернатив для этого целесообразно использовать известные в теории статистики методы снижения размерности.

Приведена иллюстрация использования гибридного метода при решении практической задачи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Панкратова Н.Д., Недашківська Н.І. Моделі і методи аналізу ієрархій: Теорія. Застосування: Навчальний посібник. — К.: Політехніка, 2010. — 371 с.
2. Saaty T.L. Decision-making with the AHP: Why is the principal eigenvector necessary // Eur. J. Oper. Res. — 2003. — **145**, N 1. — P. 85–91.
3. Ногин В.Д. Упрощенный вариант метода анализа иерархий на основе нелинейной свертки критериев // Журн. вычисл. математики и мат. физики. — 2004. — **44**, № 7. — С. 1261–1270.
4. Саати Т.Л. Принятие решений при зависимостях и обратных связях: Аналитические сети. 2-е изд. — М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. — 360 с.
5. Тоценко В.Г. Методы и системы поддержки принятия решений. Алгоритмический аспект. — К.: Наук. думка, 2002. — 381 с.
6. Figueira J., Mousseau V., and Roy B. ELECTRE methods / J. Figueira, S. Greco, and M. Ehrgott (eds.), Multiple Criteria Decision Analysis: The State of the Art Surveys. — New York: Springer Science+Business Media, Inc., 2005. — P. 133–162.
7. Corrente S., Greco S., Slowinski R. Multiple criteria hierarchy process with ELECTRE and PROMETHEE // Omega. — 2013. — **41**, Issue 5. — P. 820–846.

8. Bilbao-Terol A., Arenas-Parra M., Cañal-Fernández V., Antomil-Ibias J. Using TOPSIS for assessing the sustainability of government bond funds / Omega. — 2014. — **49**. — P. 1–17.

9. Chang D.Y. Applications of the extent analysis method on fuzzy AHP // Eur. J. Oper. Res. — 1996. — **95**, N 3. — P. 649–655.

10. Kapoor V., Tak S.S. Fuzzy application to the analytic hierarchy process for robot selection // Fuzzy Optimization and Decision Making. — 2005. — **4**, N 2. — P. 209–234.

11. Mikhailov L. Deriving priorities from fuzzy pairwise comparison judgements // Fuzzy Sets and Systems. — 2003. — **134**, N 3. — P. 365–385.

12. Pankratova N.D., Nedashkovskaya N.I. Method for processing fuzzy expert information in prediction problems. Part I // J. Automation and Inform. Sci. — 2007. — **39**. Issue 4. — P. 22–36.

13. Pankratova N.D., Nedashkovskaya N.I. Method for processing fuzzy expert information in prediction problems. Part II // J. Automation and Inform. Sci. — 2007. — **39**. Issue 6. — P. 30–44.

14. Миллер Дж.А. Магическое число семь плюс или минус два. О некоторых пределах нашей способности перерабатывать информацию // Инженер. психология / Под ред. Д.Ю. Панова и В.П. Зинченко. — М.: Прогресс, 1964. — 696 с.

15. Прикладная статистика: Классификации и снижение размерности / С.А. Айвазян, В.М. Бухштабер, И.С. Енюков, Л.Д. Мешалкин / Под ред. С.А. Айвазяна. — М.: Финансы и статистика, 1989. — 607 с.

16. Иберла К. Факторный анализ: Пер. с нем. — М.: Статистика, 1980. — 398 с.

17. Жиляков Е.Г. Адаптивное определение относительных важностей объектов на основе качественных парных сравнений // Экономика и мат. методы. — 2006. — **42**, № 2. — С. 111–122.

18. Орлов А.И. Нечисловая статистика. — М.: МЗ-Пресс, 2004. — 513 с.

19. Salo A., Hämäläinen R. Preference programming through approximate ratio comparisons // Eur. J. Oper. Res. — 1995. — **82**, N 3. — P. 458-475.

20. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта/ Под ред. Д.А. Поспелова. — М.: Наука, 1986. — 312 с.

21. Бочарников В.П. Fuzzy-технология: Математические основы. Практика моделирования в экономике. — СПб.: Наука, 2001. — 328 с.

22. Marichal J.-L. An axiomatic approach of the discrete choquet integral as a tool to aggregate interacting criteria // IEEE Transac. on Fuzzy Systems. — 2000. — **8**, N 6. — P. 800–807.

23. Saaty T.L. An exposition of the AHP in reply to the paper “Remarks on the analytic hierarchy process”// Management Sci. — 1990. — **36**, N 3. — P. 259–268.

24. Недашківська Н.І. Оцінювання реверсу рангів в методі аналізу ієрархій // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2005. — № 4. — С. 120–130.

25. Тоценко В.Г. О проблеме реверса рангов альтернатив при мультикритериальном оценивании // Проблемы управления и информатики. — 2006. — № 3. — С. 65–74.

26. Pankratova N., Nedashkovskaya N. Spectral coefficient of consistency of fuzzy expert information and estimation of its sensitivity to fuzzy scales when solving foresight problems // Inform. Theories and Applicat. — 2012. — **6**, N 4. — P. 316–329.

27. Недашківська Н.І. Метод узгоджених парних порівнянь при оцінюванні альтернатив рішень за якісним критерієм // Систем. дослідження та інформ. технології. — 2013. — № 4. — С. 67–79.

Поступила 12.07.2013