УДК 519.81

А.О. ОВЕЗГЕЛЬДЫЕВ, К.Э. ПЕТРОВ

НЕЧЕТКО-ИНТЕРВАЛЬНЫЙ МЕТОД ВЫБОРА АЛЬТЕРНАТИВ ПРИ ПРОВЕДЕНИИ КОЛЛЕКТИВНОГО ЭКСПЕРТНОГО ОЦЕНИВАНИЯ

Аннотация. Рассмотрена проблема определения значений коллективных экспертных оценок альтернативных вариантов решений на базе моделей, структура которых описана фрагментами полинома Колмогорова–Габора. Предложен подход, позволяющий формализовать неопределенность задания параметров модели многофакторного оценивания в виде нечетких интервалов, определять коллективные нечеткие оценки альтернатив и, исходя из них, проводить ранжирование альтернатив на основе разложения нечетких интервалов на α-уровни.

Ключевые слова: коллективная экспертная оценка, функция полезности, многофакторная оценка альтернативы, полином Колмогорова–Габора, ранжирование нечетких интервалов.

ВВЕДЕНИЕ

Суть коллективного экспертного оценивания заключается в том, чтобы сформировать группу квалифицированных специалистов, являющихся носителями исходных знаний по конкретной проблеме, инициировать проведение ими интроспективного анализа проблемы с выдачей его результатов внешнему наблюдателю, который должен обработать их в целях получения обобщенного результата (решения). При этом предполагается, что подтверждается гипотеза о том, что каждый эксперт формирует субъективное мнение, но обобщенная оценка приближается к объективной.

Для решения этой задачи можно использовать традиционный подход, состоящий в формировании некоторой обобщенной скалярной оценки, которая учитывает все разнородные частные критерии, характеризующие каждую альтернативу (так называемая задача многокритериального оценивания). Полученные оценки альтернатив позволяют сравнивать их по качеству и таким образом выделять наилучшую из них или проводить их ранжирование.

Информация об относительной важности частных критериев, которую удается получить от экспертов, чаще всего носит более или менее неопределенный характер, что существенно затрудняет процесс построения формальной модели оценивания. Для формализации этой неопределенности можно использовать методы теории нечетких множеств, а также интервального анализа.

В настоящей работе предложен подход к агрегированию индивидуальных экспертных оценок альтернатив в некоторую обобщенную коллективную оценку каждой альтернативы.

Целью статьи является разработка метода получения коллективных обобщенных оценок альтернатив и их последующего ранжирования на основе этих оценок в ситуации, когда параметры модели многофакторного оценивания характеризуются интервальной неопределенностью.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Группе экспертов предлагается рассмотреть некоторое ограниченное множество допустимых вариантов альтернативных решений $X=\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$. Каждая альтернатива $x_i \in X$, $i=\overline{1,n}$, определяется кортежем частных критериев (факторов) $K(x_i)=\langle k_1(x_i), k_2(x_i), \ldots, k_m(x_i)\rangle$, которые допускают их объективное количественное измерение.

В ходе наблюдения за поведением каждого эксперта в естественных условиях (пассивный эксперимент) можно зафиксировать выбор ими некоторой альтернативы. С формальной точки зрения это означает, что эксперт выбирает единственную наиболее предпочтительную альтернативу $x_s \in X$, $s=\overline{1,n}$, из множества $X=\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$. При этом в зависимости от того, насколько он уверен в своем выборе, можно установить отношение либо строгого, либо нестрогого предпочтения выбранной альтернативы по отношению к остальным, т.е. $x_s \succ (\geq) x_i$, $x_s, x_i \in X$, $i=\overline{1,n}$, $s \neq i$. Этот случай является наименее информативным.

Для получения большего количества информации экспертам можно предложить провести ранжирование (частичное или полное) на всем множестве альтернатив X (активный эксперимент). В результате на множестве X можно установить отношение линейного порядка, например $x_1 \succ (\geq) x_2 \succ (\geq) \ldots \succ (\geq) x_n$, или частичного линейного порядка, например $x_1 \succ (\geq) x_2 \succ (\geq) \{x_3 \sim x_4 \sim x_5\} \succ$ $\succ (\geq) \ldots \succ (\geq) \{x_{n-1} \sim x_n\}$.

Задача состоит, во-первых, в определении значений коллективных обобщенных оценок альтернатив $C(x_i)$, $i=\overline{1,n}$, если имеется информация только о выборе наилучшей или об установленном отношении порядка на множестве альтернатив для каждого эксперта, а во-вторых, в ранжировании альтернатив по степени их полезности для экспертов в соответствии с этими оценками.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ИНТЕРВАЛЬНЫХ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ МНОГОФАКТОРНЫХ ОЦЕНОК АЛЬТЕРНАТИВ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ПРОЦЕССА ИХ ВЫБОРА ЭКСПЕРТОМ

Исходя из основных гипотез теории полезности, для каждой альтернативы x_i, $i=\overline{1,n}$, можно найти некоторую обобщенную многофакторную оценку $P(x_i)$, которая определяет ее полезность для эксперта. Математическую модель такой обобщенной оценки (функции полезности) в общем виде можно представить следующим образом: $P(x_i)=F[A, K(x_i)]$, $i=\overline{1,n}$, где $A=\langle a_1, a_2, \ldots, \mathrm{a}_t \rangle$ — кортеж параметров модели (коэффициенты относительной важности частных критериев и их комплексов).

В качестве универсальной обобщенной оценки альтернативы $P(x_i)$ предлагается использовать полином Колмогорова–Габора [1].

Выбор именно такой структуры математической модели $P(x_i)$ можно аргументировать следующим образом. Во-первых, в работе Колмогорова [1] доказано, что полином позволяет точно аппроксимировать любую функцию многих переменных. Во-вторых, частные полиномы, полученные на его основе, имеют традиционную форму (аддитивная, мультипликативная и т. п.), а составляющие — ясную интерпретацию как вклад тех или иных факторов $K(x_i)$ или их комплексов в обобщенную многофакторную оценку альтернативы. Отметим, что любой полином, полученный как фрагмент полинома Колмогорова–Габора, является линейным по параметрам A.

Предполагается, что при нулевых значениях всех характеристик $K(x_i)$ полезность любой альтернативы равна нулю. Поэтому в качестве функции полезности $P(x_i)$ выберем частный случай полинома, в котором примем $a_0=0$.

Таким образом, значения $a_j, a_{jq}, a_{jqr}, \ldots$ и $P(x_i)$ будем определять в рамках частного случая полинома Колмогорова–Габора, который в принятых обозначениях имеет вид

$$P(x_i)=\sum_{j=1}^{m} a_j k_j^H(x_i)+\sum_{j=1}^{m}\sum_{q=1}^{m} a_{jq} k_j^H(x_i) k_q^H(x_i)+$$

$$+\sum_{j=1}^{m}\sum_{q=1}^{m}\sum_{r=1}^{m} a_{jqr} k_j^H(x_i) k_q^H(x_i) k_r^H(x_i)+\ldots, \qquad (1)$$

где $K^H(x_i)=\langle k_1^H(x_i), k_2^H(x_i), \ldots, k_m^H(x_i)\rangle$ — нормированные значения частных характеристик альтернатив; a_j, a_{jq}, $a_{jqr}, \ldots$ — безразмерные коэффициенты относительной важности $k_j^H(x_i)$ и их комплексов $k_j^H(x_i) k_q^H(x_i)$, $k_j^H(x_i) k_q^H(x_i) k_r^H(x_i), \ldots$, которые удовлетворяют условиям

$$a_j, a_{jq}, a_{jqr}, \ldots \in [0,1]; \; j, q, r, \ldots = \overline{1, m};$$

$$\sum_{j=1}^{m} a_j+\sum_{j=1}^{m}\sum_{q=1}^{m} a_{jq}+\sum_{j=1}^{m}\sum_{q=1}^{m}\sum_{r=1}^{m} a_{jqr}+\ldots=1. \qquad (2)$$

Нормирование частных характеристик необходимо, так как в общем случае они имеют различные размерность, интервал изменений и направление доминирования. Его можно провести следующим образом [2]:

$$k_j^H(x_i)=\frac{k_j(x_i)-k_j^-(x_i)}{k_j^+(x_i)-k_j^-(x_i)}, \; j=\overline{1, m}, \; i=\overline{1, n},$$

где $k_j(x_i)$ — действительное (абсолютное) значение j-й частной характеристики; $k_j^-(x_i)$ и $k_j^+(x_i)$ — соответственно ее наихудшее и наилучшее значения.

Таким образом, в рамках теории полезности формализуем предпочтения эксперта:

$$\text{если } x_s \succ (\geq) x_v, \; x_s, x_v \in X, \text{ то } P(x_s) > (\geq) P(x_v) \text{ или } P(x_v)-P(x_s) (\leq) < 0,$$
$$(3)$$
$$\text{если } x_s = x_v, \text{ то } P(x_s)=P(x_v) \text{ или } P(x_v)-P(x_s) \leq 0 \text{ и } P(x_v)-P(x_s) \geq 0.$$

На основании изложенного ранее для каждого эксперта в соответствии с его предпочтениями получаем систему, которая включает строгие (или нестрогие) линейные относительно $a_j, a_{jq}, a_{jqr}, \ldots$ неравенства вида (3) и условия (2).

Эта система линейных неравенств определяет выпуклый многогранник на гиперплоскости (2), любая точка которого есть допустимое решение. Следовательно, задача определения коэффициентов относительной важности частных характеристик $a_j, a_{jq}, a_{jqr}, \ldots$ является некорректной по Тихонову, так как в исходном виде не имеет единственного решения, для получения которого исходную задачу необходимо регуляризировать путем дополнения ее некоторыми регуляризирующими соотношениями.

В качестве таких регуляризирующих соотношений предлагается использовать целевые функции вида [2]:

$$a_w \to \min, \; w=\overline{1, n}, \qquad (4)$$

$$a_w \to \max, \; w=\overline{1, n}, \qquad (5)$$

которые последовательно добавляются к системе ограничений (2), (3). Здесь w — обобщенный индекс коэффициентов модели оценивания при конкретной фиксированной структуре модели; N — общее количество коэффициентов. Также все строгие неравенства преобразуются в нестрогие.

Каждая из сформулированных $2N$ задач является задачей линейного программирования с целевой функцией (4) либо (5) и системой ограничений (2), (3), решение которых не представляет принципиальных трудностей.

Результаты решения этих задач позволяют сформировать для каждого эксперта кортеж интервалов $A=\langle [a_w^{\min}, a_w^{\max}], w=\overline{1,N}\rangle$. На основе A и модели (1) можно вычислить интервальные значения оценок альтернатив $P(x_i)=$ $=[P^{\min}(x_i), P^{\max}(x_i)]$, $i=\overline{1,n}$, для чего используются стандартные операции, принятые в интервальной математике [4].

Следующим этапом является определение степени компетентности и согласованности мнений экспертов, например с помощью различных коэффициентов корреляции и конкордации [5], а также агрегация экспертных суждений.

АГРЕГИРОВАНИЕ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЭКСПЕРТНЫХ СУЖДЕНИЙ

Формализацию интервальных коллективных предпочтений на основе множества индивидуальных интервальных оценок предлагается осуществлять в виде нечетких интервалов следующим образом. В данном случае по каждой альтернативе x_i, $i=\overline{1,n}$, имеется информация в виде набора из j интервалов, представленных в виде $0\le P_j^{\min}(x_i)\le P(x_i)\le P_j^{\max}(x_i)$, $j=\overline{1,k}$, где $P_j^{\min}(x_i)$, $P_j^{\max}(x_i)$ — соответственно минимальная и максимальная оценки j-го эксперта i-й альтернативы.

Учитывая, что функция принадлежности является отражением субъективных эвристических представлений экспертов, а ее объективный вид неизвестен, из всего многообразия наиболее часто используемых в настоящее время форм [6] (гауссовой, колоколообразной, сигмоидальной, треугольной и трапециевидной) целесообразно выбрать наиболее простые — треугольную или трапециевидную.

Основание нечеткого интервала определим как $s_i^H=\min\limits_j P_j^{\min}(x_i)$, $s_i^B=\max\limits_j P_j^{\max}(x_i)$, $i=\overline{1,n}$, $j=\overline{1,k}$.

На рис. 1 графически представлен процесс выделения основания нечеткого интервала, ядро которого можно найти следующим образом: $m_i^H=\max\limits_j P_j^{\min}(x_i)$, $m_i^B=\min\limits_j P_j^{\max}(x_i)$, $i=\overline{1,n}$, $j=\overline{1,k}$. Полученный при этом интервал показан на рис. 2, из которого видно, что иногда может возникнуть ситуация, когда $m_i^H>m_i^B$. В этом случае границы меняем местами. В результате получим нечеткий интервал с трапециевидной функцией принадлежности $\mu(P(x_i))$ (рис. 3).

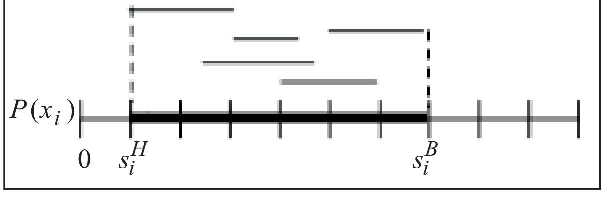


Рис. 1

В частном случае, если $m_i^H=m_i^B$, трапециевидная функция принадлежности (см. рис. 3) вырождается в треугольную. Поэтому в дальнейшем будем рассматривать нечеткие интервалы с трапециевидной функцией принадлежности. В результате получим коллективную обобщенную многофакторную оценку каждой альтернативы в виде нечеткой интервальной величины, которую можно

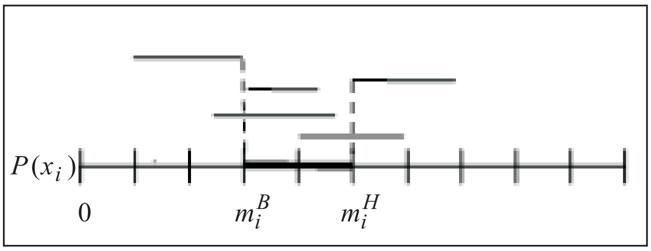


Рис. 2

описать четверкой $C(x_i) = \langle s_i^H, s_i^B, m_i^H, m_i^B \rangle$, $i = \overline{1, n}$.

В работе [3] предложен концептуально новый подход к выполнению операций над нечеткими интервалами. Он предполагает разбиение нечеткого интервала C на α-уровни C_α (см. рис. 3) с последующей реализацией операций над полученными четкими интервалами, которые соответствуют этим α-уровням. Таким образом, $C = \bigcup\limits_{\alpha} C_\alpha$, где C_α — α-уровни соответствующего нечеткого интервала C, т.е. четкие интервалы с одинаковыми значениями функции принадлежности нечеткому интервалу. Границы интервалов, соответствующих определенным α-уровням $C_\alpha = [c_\alpha^H, c_\alpha^B]$ для трапециевидной формы нечеткого интервала (см. рис. 3), можно определить по формулам: $c_\alpha^H = s^H + (m^H - s^H) \cdot \alpha$; $c_\alpha^B = s^B - (s^B - m^B) \cdot \alpha$.

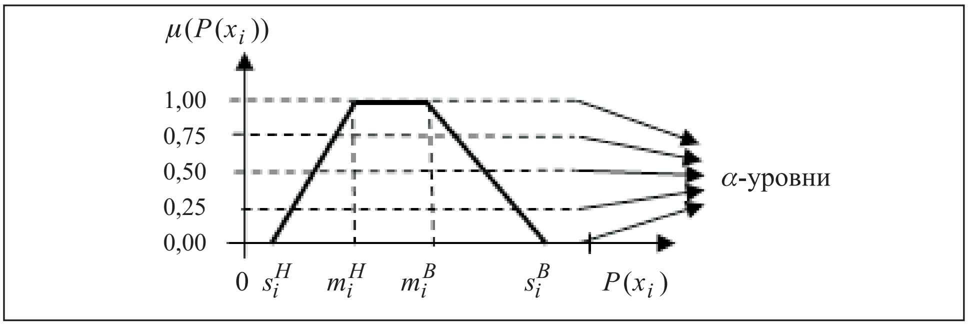


Рис. 3

Таким образом, проблемы нечетко-интервальной арифметики сводятся к проблемам прикладного интервального анализа [4].

Очевидно, что разбиение нечеткого интервала на α-уровни является дискретизацией проблемы и, следовательно, вносит погрешности. Однако, как показали вычислительные эксперименты [3, 6], эти погрешности несущественны.

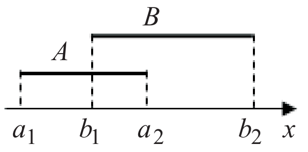
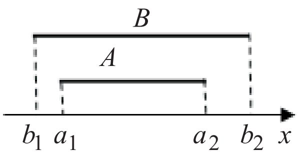
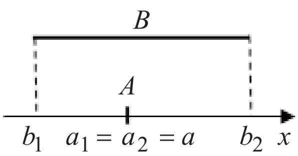
В результате проведения описанных действий для каждой альтернативы $x_i \in X$, $i = \overline{1, n}$, получаем ее коллективную многофакторную оценку в виде нечеткого интервала $C(x_i)$, представленного совокупностью его α-уровней.

Рассмотрим задачу ранжирования альтернатив, исходя из полученных для каждой из них оценок.

РАНЖИРОВАНИЕ АЛЬТЕРНАТИВ НА ОСНОВЕ ИХ ИНТЕРВАЛЬНЫХ КОЛЛЕКТИВНЫХ ЭКСПЕРТНЫХ ОЦЕНОК

Сравнение нечетких чисел и интервалов по отношению больше–меньше является нетривиальной задачей, решению которой посвящены многочисленные исследования, например [7–10]. Однако до настоящего времени не разработано универсальной методологии ее решения.

Таблица 1

Ситуация	$P(A<B)$	$P(A=B)$	$P(A>B)$
	$1-\dfrac{(a_2-b_1)^2}{(a_2-a_1)(b_2-b_1)}$	$\dfrac{(a_2-b_1)^2}{(a_2-a_1)(b_2-b_1)}$	0
	$\dfrac{b_2-a_2}{b_2-b_1}$	$\dfrac{a_2-a_1}{b_2-b_1}$	$\dfrac{a_1-b_1}{b_2-b_1}$
	$\dfrac{b_2-a}{b_2-b_1}$	0	$\dfrac{a-b_1}{b_2-b_1}$

Перспективно развитие теоретико-вероятностного подхода [9, 11] к формализации отношений в классах четких и нечетких интервалов.

В результате реализации описанного подхода к определению нечетких многофакторных оценок альтернатив последние получены в виде совокупности α-уровней нечетких интервалов. Поэтому в данной ситуации можно перейти от сравнения непосредственно нечетких интервалов к сравнению их соответствующих α-уровней и затем на основе этого сравнения сделать вывод о степени равенства или неравенства нечетких интервалов.

Для решения задачи сравнения интервалов $A=[a_1, a_2]$ и $B=[b_1, b_2]$ в [2, 3] предлагается использовать следующий подход. Пусть A и B — независимые интервалы, а $a \in A$ и $b \in B$ — случайные величины, которые равномерно распределены на этих интервалах. Никакое другое распределение в данном случае не имеет смысла, так как рассматриваются четкие интервалы. В случае, когда интервалы не имеют общих областей пересечения, их сравнение не вызывает трудностей. Если интервалы пересекаются, то на основе образующихся подынтервалов определяются вероятности $P(A<B)$, $P(A=B)$ и $P(A>B)$. Под $P(A<B)$ будем понимать вероятность того, что случайная точка $a \in A$ меньше случайной точки $b \in B$. Интерпретация вероятностей $P(A=B)$ и $P(A>B)$ аналогична. Нетривиальные случаи сравнения интервалов и значения соответствующих вероятностей представлены в табл. 1.

Перейдем теперь к сравнению нечетких интервалов.

Пусть A и B — нечеткие интервалы, $A_\alpha = \{x|_{x\in X},\ \mu_A(x) \ge \alpha\}$ и $B_\alpha = \{y|_{y\in Y},\ \mu_B(y) \ge \alpha\}$, $\alpha \in [0,1]$, — множества α-уровней соответствующих нечетких интервалов A и B. Как отмечалось ранее, задачу сравнения нечетких интервалов можно свести к поуровневому сравнению четких интервалов, полученных для соответствующих α-уровней. Таким образом, вероятности $P_\alpha(A_\alpha < B_\alpha)$, $\alpha \in [0,1]$, для каждой пары четких интервалов A_α и B_α можно вычислить описанным способом. Множество P_α будем интерпретировать как нечеткое подмножество $P(A<B)=\{\alpha, P_\alpha(A_\alpha < B_\alpha)\}$, где значение α рассматривается как степень принадлежности к нечеткому интервалу $P(A<B)$. Аналогично можно определить нечеткие подмножества $P(A=B)$ и $P(A>B)$.

В практических приложениях удобнее пользоваться действительными числами, которые характеризовали бы в вероятностном смысле степень равенства или неравенства сравниваемых нечетких интервалов. В качестве такого числа, характеризующего данное нечеткое подмножество, в [3] предлагается использовать значение, которое можно получить в процессе дефаззификации:

$$\widetilde{P}(A<B)=\frac{\sum_{\alpha}\alpha\cdot P_{\alpha}(A_{\alpha}<B_{\alpha})}{\sum_{\alpha}\alpha}. \tag{6}$$

Аналогчно вычисляются значения $\widetilde{P}(A=B)$ и $\widetilde{P}(A>B)$.

Для отыскания максимального $z_{\max}$ в группе нечетких интервалов $z_1, z_2, \ldots$ ..., z_k используется следующий алгоритм:

1) $z_{\max}:=z_1$;
2) for $i:=2$ to k;
3) if $\widetilde{P}(z_{\max}<z_i)>0,5$ then $z_{\max}:=z_i$.

Ранжирование группы нечетких интервалов можно осуществить, применяя классические алгоритмы сортировки, заменяя в них операторы сравнения действительных чисел описанными операторами сравнения нечетких интервалов (6).

Таким образом, используя описанный подход, можно ранжировать альтернативы по их полезности для экспертов на основе полученных их интервальных коллективных экспертных оценок.

ПРИМЕР

Для иллюстрации эффективности предлагаемого метода рассмотрим следующий абстрактный пример.

Пусть имеется пять альтернативных вариантов решения проблемы, каждый из которых характеризуется тремя частными характеристиками. Значения нормализованных частных характеристик $K^H(x_i)=\langle k_j^H(x_i)\rangle$, $j=\overline{1,3}$, альтернатив $X=\{x_i\}$, $i=\overline{1,5}$, получены с помощью датчика случайных чисел. Все эти данные, а также заключения четырех экспертов: Э1, Э2, Э3, Э4, о полезности альтернатив представлены в табл. 2.

В качестве функции полезности альтернатив выбрана аддитивная функция (частный случай полинома (1)), которая с учетом принятых обозначений имеет вид

$$P(x_i)=a_1k_1^H(x_i)+a_2k_2^H(x_i)+a_3k_3^H(x_i),\ i=\overline{1,5}, \tag{7}$$

где a_j, $j=\overline{1,m}$, удовлетворяют условиям (2).

Т а б л и ц а 2

Альтернатива	Значения характеристик			Ранги альтернатив				Оценка по формуле
	$k_1^H(x_i)$	$k_2^H(x_i)$	$k_3^H(x_i)$	Э1	Э2	Э3	Э4	$C(x_i)=\langle s_i^H, s_i^B, m_i^H, m_i^B\rangle$
x_1	0,30	0,10	1,00	3	–	–	1	<0,09; 1,19; 0,43; 0,56>
x_2	0,00	1,00	0,49	4	3	–	–	<0,00; 0,85; 0,35; 0,51>
x_3	1,00	0,57	0,00	2	2	1	–	<0,00; 1,40; 0,47; 0,71>
x_4	0,37	0,00	0,44	5	–	–	–	<0,11; 0,63; 0,19; 0,38>
x_5	0,96	0,47	0,34	1	1	–	–	<0,15; 1,35; 0,48; 0,89>

Для примера рассмотрим информацию, полученную от второго эксперта Э2. Исходя из нее, можно сделать вывод, что

$$x_5 \succ x_3 \succ x_2 \succ \{x_1, x_4\}. \qquad (8)$$

В соответствии с (2), (3) и (8) получим следующую систему линейных ограничений:

$$\begin{cases} P(x_3) - P(x_5) \le 0; \\ P(x_2) - P(x_3) \le 0; \\ P(x_1) - P(x_2) \le 0; \\ P(x_4) - P(x_2) \le 0; \\ a_1 + a_2 + a_3 = 1; \\ a_1, a_2, a_3 \ge 0. \end{cases} \qquad (9)$$

Далее, например, для вычисления $[a_1^{\min}, a_1^{\max}]$ к (9) последовательно добавим целевые функции вида $a_1 \to \min$ и $a_1 \to \max$ и решим две задачи линейного программирования. Аналогично поступим для нахождения интервальных значений $[a_2^{\min}, a_2^{\max}]$ и $[a_3^{\min}, a_3^{\max}]$. На основе полученных значений $[a_w^{\min}, a_w^{\max}]$, $w = \overline{1, 3}$, и функции полезности (7), использовав стандартные операции интервальной математики, для второго эксперта находим интервальные значения полезности альтернатив $P_2(x_i) = [P_2^{\min}(x_i), P_2^{\max}(x_i)]$, $i = \overline{1, 5}$. Затем совершим те же действия для определения интервальных значений полезности альтернатив для остальных экспертов. Проведем агрегирование мнений экспертов, используя описанный подход, и получим коллективную обобщенную оценку каждой альтернативы в виде нечеткой интервальной величины с трапециевидной функцией принадлежности $C(x_i) = \langle s_i^H, s_i^B, m_i^H, m_i^B \rangle$, $i = \overline{1, 5}$ (результаты представлены в табл. 2). Для ранжирования альтернатив используем формулу (6) и алгоритм определения наилучшей альтернативы, рассмотренный ранее.

На первом этапе выделения наилучшей из пяти альтернатив получены такие результаты: $\widetilde{P}(x_2 < x_1) = 0{,}61$; $\widetilde{P}(x_1 < x_3) = 0{,}56$; $\widetilde{P}(x_4 < x_3) = 0{,}89$; $\widetilde{P}(x_3 < x_5) = 0{,}37$; $\widetilde{P}(x_3 = x_5) = 0{,}63$ (т.е. $x_3 \sim x_5$). На втором этапе: $\widetilde{P}(x_2 < x_1) = 0{,}61$; $\widetilde{P}(x_4 < x_1) = 0{,}91$ (третье место — альтернатива x_1). И, наконец, на третьем этапе: $\widetilde{P}(x_4 < x_2) = 0{,}79$. Таким образом, окончательно имеем $\{x_3 \sim x_5\} \succ x_1 \succ x_2 \succ x_4$.

Все вычисления проводились с использованием программного средства Mathcad v.14.0.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный в работе метод получения коллективных экспертных оценок альтернатив позволяет определять нечетко-интервальные обобщенные оценки альтернатив, а также проводить ранжирование альтернатив на основе этих оценок.

К достоинствам метода следует отнести отсутствие жесткого требования к экспертам по установлению ими отношения линейного порядка на множестве рассматриваемых альтернатив, что зачастую невозможно.

Используя предложенный подход, можно выделить альтернативу с максимальным значением ее нечеткой многофакторной оценки, однако информацию о вероятности, с которой эта оценка является максимальной, получить не удастся. Это в полной мере относится и к процессу ранжирования альтернатив. Таким образом, при реализации данного подхода можно получить лишь ординальный порядок альтернатив. Информация о значениях вероятностей имеет большое значение в ситуациях, когда лица, принимающие решения в условиях неопределенности, хотят количественно оценить степень адекватности (доверия) принимаемых решений. Поэтому в перспективе необходимо решать и эту проблему.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Колмогоров А.Н. О представлении непрерывных функций нескольких переменных в виде суперпозиций непрерывных функций одного переменного и сложения // Докл. АН СССР. — 1957. — Т. 5(114). — С. 953–956.
2. Петров Э., Петров К. Компараторная идентификация моделей многофакторного оценивания. — Saarbrucken, Germany: Palmarium Academic Publishing, 2013. — 224 с.
3. Дилигенский Н.В., Дымова Л.Г., Севастьянов П.В. Нечеткое моделирование и многокритериальная оптимизация производственных систем в условиях неопределенности: технология, экономика, экология. — М.: Машиностроение, 2004. — 397 с.
4. Жолен Л., Кифер М., Дидри О., Вальтер Э. Прикладной интервальный анализ. — М.: РХД, 2007. — 468 с.
5. Крючковский В.В., Петров Э.Г., Соколова Н.А., Ходоков В.Е. Интроспективный анализ. Методы и средства экспертного оценивания. — Херсон: Гринь Д.С., 2011. — 168 с.
6. Зайченко Ю.П., Заец И.О., Камоцкий А.В., Павлюк Е.В. Исследование разных видов функций принадлежности параметров нечетких прогнозирующих моделей в нечетком методе группового учета аргументов // УСиМ. — 2003. — № 2. — С. 56–67.
7. Piegat A. Modelowanie i sterowanie rozmyte. — Warszawa: Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, 2000. — 678 p.
8. Wang X. Kerre E.E. Reasonable properties for the ordering of fuzzy quantities (I), (II) // Fuzzy Sets and Systems. — 2001. — **122**. — P. 375–385, 387–405.
9. Севастьянов П.В., Венберг А.В. Конструктивная методика сравнения нечетких чисел и ее применение в задачах оптимизации // Информационные сети, системы и технологии: Тр. VII Междунар. конф. (БГЭУ, 2–4 окт. 2001 г.) — Минск, 2001. — Т. 3. — С. 52–57.
10. Banas J., Machovska-Szewczyk M. Method of putting trapezoidal fuzzy number in order // Advanced Computer Systems: Proceedings of the Sixth International Conference. — Szczecin: Technical University of Szczecin, 1999. — P. 175–179.
11. Sevastjanov P.V., Rog P. A probabilistic approach to fuzzy and crisp interval ordering // Task Quarterly. — 2003. — **7**, N 1. — P. 147–156.

Поступила 21.09.2015