КІБЕРНЕТИКА

В.В. СКОБЕЛЕВ, В.Г. СКОБЕЛЕВ

УДК 519.68+681.3

О НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧАХ АНАЛИЗА ГИБРИДНЫХ АВТОМАТОВ

Аннотация. Определен класс 1-мерных гибридных автоматов, в которых в каждом дискретном состоянии для различных множеств начальных значений непрерывного состояния динамика может быть представлена различными дифференциальными уравнениями, и задана конечная продолжительность этой динамики, которая может быть различной для разных множеств начальных значений непрерывного состояния. Предложены алгоритмы решения задач устранения противоречия в объектах, определяющих гибридный автомат, согласования этих объектов один с другим, нахождения минимального числа переключений и оценки минимального времени, за которое дискретные состояния достижимы из множества начальных дискретных состояний.

Ключевые слова: гибридные автоматы, верификация.

ВВЕДЕНИЕ

Современные информационные технологии инициировали внедрение кибер-физических систем (КФС) практически во все сферы жизнедеятельности человека [1–3]. Говоря неформально, КФС — это системы, в которых компьютеры и встроенные контроллеры управляют физическими процессами посредством обратных связей, т.е. физические процессы влияют на вычисления, а вычисления — на выбор и ход физических процессов [4, 5]. Как правило, такие системы имеют критическую область применения. Поэтому при проектировании предъявляются повышенные требования к их надежности и безопасности. Ретроспективный анализ и современное состояние теории КФС представлены в [6]. В настоящее время основной математической моделью, используемой при исследовании КФС, является гибридный автомат (ГА). Интенсивное развитие теории ГА началось с работы [7].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Согласно [7, 8] гибридный автомат — это система $\mathsf{H} = (V, E, \Sigma, X, \mathrm{Init}, \mathrm{Inv}, \mathrm{Flow}, \mathrm{Jump})$, где V — конечное множество вершин, соответствующих непрерывным режимам работы; Σ — конечное множество имен дискретных событий; $E \subseteq V \times \Sigma \times V$ — множество дискретных переходов ($v_1 \xrightarrow{\sigma} v_2$ — переход из вершины v_1 в вершину v_2 под действием событий σ); $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ — множество действительных переменных, где n — размерность ГА ($\dot{X} = \{\dot{x}_1, \dots, \dot{x}_n\}$ — множество производных по времени переменных из X, а $X' = \{x'_1, \dots, x'_n\}$ — множество передаваемых при дискретных переходах значений переменных из X); Init, Inv, Flow — отображения множества вершин V во множества таких предикатов, что для каждой вершины $v \in V$ свободные переменные предикатов $\mathrm{Init}(v)$ и $\mathrm{Inv}(v)$ принадлежат множеству X, а свободные переменные предиката $\mathrm{Flow}(v)$ — множеству $X \cup \dot{X}$ ($\mathrm{Init}(v)$ определяет значения переменных, из которых ГА может стартовать в v, $\mathrm{Inv}(v)$ определяет ограничения на значения переменных, при которых реализуется непрерывная динамика ГА в v, а $\mathrm{Flow}(v)$ определяет уравнения динамики ГА в v); Jump — отображение множества E во множество предикатов, свободные переменные которых принадлежат $X \cup X'$ ($\mathrm{Jump}(e)$ ($e = v_1 \xrightarrow{\sigma} v_2$) определяет, когда возможен дискретный переход, соответствующий событию σ, а также какие значения переменных и каким образом изменяются при этом переходе).

Такое определение ГА является удобной концептуальной моделью, но совершенно не предназначено для разработки алгоритмов верификации и тестирования проектруемой КФС. При таком подходе при решении конкретных задач с помощью тех или иных инструментальных средств исследователю приходится самостоятельно доопределять, детализировать и переформулировать рассматриваемые объекты и понятия. В результате полученную модель весьма проблематично втиснуть в изложенное выше определение ГА. Приведенный в [9] анализ существующих языков и средств, предназначенных для проектирования ГА, показывает, что для разработки алгоритмов их верификации и тестирования более удобным является следующее определение.

Следуя [10], ГА — это система $\mathsf{H} = (Q, X, I, D, f, E, G, R)$, где Q — множество дискретных состояний; $X \subseteq \mathbb{R}^n$ — множество непрерывных состояний; $Q \times X$ — множество состояний; $I \subseteq Q \times X$ — множество начальных состояний; $D: Q \to \mathfrak{B}(X)$ — область допустимых значений непрерывного состояния в данном дискретном состоянии; $f: \bigcup_{q \in Q} (\{q\} \times D(q)) \to \mathbb{R}^n$ — векторное поле; $E \subseteq Q \times Q$ — множество дуг; $G: E \to \mathfrak{B}(X)$ — охранное выражение, определяющее условие переключения; $R: E \times X \to \mathfrak{B}(X)$ — отображение сброса, определяющее передаваемые значения непрерывного состояния при дискретном переходе.

Безусловное преимущество определения ГА в [10] перед определением в [7, 8] состоит в том, что в эту модель естественно встраиваются конструкции временных множеств (в которых допускаются мгновенные переключения) и гибридные траектории (следует отметить, что более тонкий анализ этих конструкций может быть реализован в терминах полугруппового ГА, введенного в [11]). В настоящей статье за основу принято определение ГА, приведенное в [10].

При построении ГА $\mathsf{H} = (Q, X, I, D, f, E, G, R)$ во входящие в него объекты может быть внесена как противоречивая информация, так и информация, которая никогда не будет реализована при корректном функционировании. Очевидно, что все противоречия в объектах ГА необходимо устранить, так как они могут привести к непредсказуемым последствиям. Информация, которая никогда не будет реализована при корректном функционировании ГА, может существенно усложнить его анализ. Поэтому возникает следующая задача.

Задача 1. Устранить противоречия в объектах, определяющих ГА, и согласовать эти объекты один с другим.

Замечание 1. Сложность решения задачи 1 существенно возрастает при наличии в ГА управляемых параметров, т.е. их значения можно изменять в процессе функционирования КФС. Выбор оптимальных значений таких параметров представляет, по сути, задачу многофакторной оптимизации и требует разработки специальных методов ее решения. Поэтому вопросы, связанные с управлением параметрами, не рассматриваются в настоящей работе.

Результатом решения задачи 1 является ГА, представляющий математическую модель, которая предназначена для процесса верификации системы управления разрабатываемой КФС. Этот процесс основан на использовании результатов решения той или иной детализации следующей задачи.

Задача 2. Охарактеризовать множество дискретных состояний, достижимых из множества начальных дискретных состояний слабоинициального ГА при заданном комплексе ограничений.

Исследуем задачи 1 и 2.

АНАЛИЗ СТРУКТУРЫ ОРГРАФА $\mathsf{G}=(Q,E)$ ГИБРИДНОГО АВТОМАТА

Определенные фрагменты решения задачи 1 могут быть получены на основе анализа орграфа $\mathsf{G}=(Q,E)$ гибридного автомата $\mathsf{H}=(Q,X,I,D,f,E,G,R)$ обычными методами теории графов. Рассмотрим кратко эти методы.

Одно из требований заказчика, не всегда изложенное в явном виде, может состоять в необходимости построения именно слабоинициального ГА (H,Q_{in}), где Q_{in} $(\varnothing\neq Q_{in}\subseteq Q)$ — множество допустимых начальных дискретных состояний. Положим $\widetilde{Q}=\{q\in Q\,|\,(\forall q'\in Q\setminus\{q\})((q',q)\notin E)\}$. Очевидно, что ни одно дискретное состояние $q\in\widetilde{Q}\setminus Q_{in}$ никогда не возникает при корректном функционировании слабоинициального ГА (H,Q_{in}). Проверка условия $\widetilde{Q}\setminus Q_{in}=\varnothing$ достаточно просто выполняется при любом способе задания орграфа G. Поэтому если $\widetilde{Q}\setminus Q_{in}\neq\varnothing$, то требования заказчика необходимо уточнить так, чтобы имело место равенство $\widetilde{Q}\setminus Q_{in}=\varnothing$. В дальнейшем будем считать, что это равенство истинно.

Рассмотрим семейство $\mathsf{V}_{Q_{in}}=\{V_q\}_{q\in Q_{in}}$, где V_q — множество дискретных состояний, достижимых из дискретного состояния $q\in Q_{in}$ (по определению $q\in V_q$). Построение множества V_q $(q\in Q_{in})$ достаточно просто выполняется при любом способе задания орграфа G. Очевидно, что ни одно дискретное состояние $q'\in Q\setminus(\bigcup\limits_{q\in Q_{in}}V_q)$ никогда не появится при корректном функционировании слабоинициального ГА (H,Q_{in}). Следовательно, если $Q\setminus(\bigcup\limits_{q\in Q_{in}}V_q)\neq\varnothing$, то требования заказчика необходимо уточнить так, чтобы имело место равенство $Q=\bigcup\limits_{q\in Q_{in}}V_q$. В дальнейшем будем считать, что это равенство истинно, т.е. $\mathsf{V}_{Q_{in}}$ — покрытие множества Q.

Обозначим $\pi_{Q_{in}}$ такое наименьшее разбиение множества Q, что для каждого $V_q\in\mathsf{V}_{Q_{in}}$ существует такой блок $B\in\pi_{Q_{in}}$, при котором истинно включение $V_q\subseteq B$. Если $\pi_{Q_{in}}\neq\mathbf{1}_Q$, то (H,Q_{in}) — множество попарно никак не связанных один с другим слабоинициальных ГА $(\mathsf{H}_B,\{q\,|\,q\in Q_{in}\cap B\})$ $(B\in\pi_{Q_{in}})$, где H_B — ГА с множеством B дискретных состояний. Поскольку исследование этих ГА может быть осуществлено независимо один от другого, то возможно распараллеливание вычислений. В дальнейшем считаем, что равенство $\pi_{Q_{in}}=\mathbf{1}_Q$ истинно.

Анализ орграфа $\mathsf{G}=(Q,E)$ обычными методами теории графов дает также возможность выделить точки сочленения и мосты, а также построить базисы циклов.

АНАЛИЗ ОБЪЕКТОВ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ ГА

Рассмотрим задачу 1. Обозначим H_0 множество таких одномерных (т.е. $X\subseteq\mathbb{R}$) гибридных автоматов H, что для каждого дискретного состояния $q\in Q$ выполнены следующие условия.

Условие 1. Множеством допустимых значений непрерывного состояния является конечный промежуток $X_q \subseteq X$.

Условие 2. Множество начальных значений непрерывного состояния является попарно непересекающимися отрезками $[\alpha_{q,h}, \mathrm{A}_{q,h}] \subset X_q$ $(h = 1, \ldots, r_q)$, где $\alpha_{q,h} \leq \mathrm{A}_{q,h}$.

Условие 3. Охранным выражением, соответствующим множеству начальных значений $[\alpha_{q,h}, \mathrm{A}_{q,h}]$ непрерывного состояния, является отрезок $[\beta_{q,h}, \mathrm{B}_{q,h}] \subset X_q$ $(\beta_{q,h} \leq \mathrm{B}_{q,h})$, причем отрезки $[\beta_{q,h}, \mathrm{B}_{q,h}]$ $(h = 1, \ldots, r_q)$ попарно не пересекаются.

Условие 4. Для множества начальных значений $[\alpha_{q,h}, \mathrm{A}_{q,h}]$ $(h = 1, \ldots, r_q)$ непрерывного состояния динамика представлена дифференциальным уравнением

$$\dot{x} = f_{q,h}(x), \tag{1}$$

где $f_{q,h}$ — такая гладкая функция, что $\mathrm{Dom}\,(f_{q,h}) \subseteq X_q$.

Условие 5. Для множества начальных значений $[\alpha_{q,h}, \mathrm{A}_{q,h}]$ $(h = 1, \ldots, r_q)$ непрерывного состояния длительностью динамики может быть только число, принадлежащее заданному отрезку $[\theta_{q,h}, \Theta_{q,h}]$, где либо $\theta_{q,h} = \Theta_{q,h} = 0$, либо $0 < \theta_{q,h} \leq \Theta_{q,h}$, а переключение может произойти только в любой такой момент времени $t \in [\theta_{q,h}, \Theta_{q,h}]$, что $x(t) \in [\beta_{q,h}, \mathrm{B}_{q,h}]$, где $x(t)$ — решение дифференциального уравнения (1) с начальным условием $x(0) \in [\alpha_{q,h}, \mathrm{A}_{q,h}]$.

Условие 6. Каждому охранному выражению $[\beta_{q,h}, \mathrm{B}_{q,h}]$ $(h = 1, \ldots, r_q)$ соответствуют единственная дуга $(q, q') \in E$ и единственное множество начальных значений непрерывного состояния $[\alpha_{q',m}, \mathrm{A}_{q',m}]$ $(m \in \{1, \ldots, r_{q'}\})$, для которых истинно включение

$$R_{(q,q')}([\beta_{q,h}, \mathrm{B}_{q,h}]) \subseteq [\alpha_{q',m}, \mathrm{A}_{q',m}], \tag{2}$$

где $R_{(q,q')}(\cdot) = R((q, q'), \cdot)$.

Замечание 2. В отличие от ГА, определенного в [10], для ГА $\mathsf{H} \in H_0$ допускается, что в каждом дискретном состоянии $q \in Q$ для различных множеств начальных значений непрерывного состояния динамика процесса может быть представлена различными дифференциальными уравнениями (условие 4). При этом задана конечная продолжительность этой динамики, которая может быть разной для разных множеств начальных значений непрерывного состояния. Если $\theta_{q,h} > 0$ $(h = 1, \ldots, r_q)$ (условие 5) для всех $q \in Q$, то при функционировании ГА $\mathsf{H} \in H_0$ не возникает эффекта Зенона.

Исследуем задачу 1 для ГА $\mathsf{H} \in H_0$.

Определение 1. Назовем множества $S^{in}_{q,h} \subseteq [\alpha_{q,h}, \mathrm{A}_{q,h}]$ и $S^{fin}_{q,h} \subseteq [\beta_{q,h}, \mathrm{B}_{q,h}]$ согласованными, если либо $\theta_{q,h} = \Theta_{q,h} = 0$ и $S^{in}_{q,h} = S^{fin}_{q,h}$, либо $0 < \theta_{q,h} \leq \Theta_{q,h}$ и выполнены следующие два условия.

Условие 7. Для каждого решения $x(t)$ дифференциального уравнения $\dot{x} = f_{q,h}(x)$ с начальным условием $x(0) \in S^{in}_{q,h}$ истинна формула

$$(\exists\, t \in [\theta_{q,h}, \Theta_{q,h}])(x(t) \in S^{fin}_{q,h}) \,\&\, (\forall\, t \in [0, \Theta_{q,h}])\,(x(t) \in X_q). \tag{3}$$

Условие 8. Для каждого числа $b_{q,h} \in S^{fin}_{q,h}$ существует такое решение $x(t)$ дифференциального уравнения $\dot{x} = f_{q,h}(x)$ с начальным условием $x(0) \in S^{in}_{q,h}$, что истинна формула $(\exists\, t \in [\theta_{q,h}, \Theta_{q,h}])$ $(x(t) = b_{q,h})$.

Поскольку множества $[\alpha_{q,h}, \mathrm{A}_{q,h}]$ и $[\beta_{q,h}, \mathrm{B}_{q,h}]$ могут не быть согласованными, то возникает следующая задача.

Задача 1.1. Для заданных $q \in Q$, $h \in \{1, \ldots, r_q\}$ и отрезка $[\theta_{q,h}, \Theta_{q,h}]$ построить максимальные согласованные множества $S_{q,h}^{in} \subseteq [\alpha_{q,h}, \mathrm{A}_{q,h}]$ и $S_{q,h}^{fin} \subseteq [\beta_{q,h}, \mathrm{B}_{q,h}]$.

Рассмотрим решение этой задачи. Возможны следующие два случая.

Случай 1. Пусть $\theta_{q,h} = \Theta_{q,h} = 0$. Тогда для любого начального значения непрерывного состояния, принадлежащего множеству $[\alpha_{q,h}, \mathrm{A}_{q,h}]$, осуществляется мгновенное переключение и при этом непрерывная динамика фактически не задействована.

Предположим, что множества $[\alpha_{q,h}, \mathrm{A}_{q,h}]$ и $[\beta_{q,h}, \mathrm{B}_{q,h}]$ не согласованы, т.е. $[\alpha_{q,h}, \mathrm{A}_{q,h}] \neq [\beta_{q,h}, \mathrm{B}_{q,h}]$. Если $[\alpha_{q,h}, \mathrm{A}_{q,h}] \setminus [\beta_{q,h}, \mathrm{B}_{q,h}] \neq \varnothing$, то возможно некорректное функционирование ГА. Если $[\alpha_{q,h}, \mathrm{A}_{q,h}] \subset [\beta_{q,h}, \mathrm{B}_{q,h}]$, то присутствует информация, которая никогда не будет использована при корректном функционировании ГА. Таким образом, если $[\alpha_{q,h}, \mathrm{A}_{q,h}] \cap [\beta_{q,h}, \mathrm{B}_{q,h}] = \varnothing$, то необходимо поставить в известность заказчика об ошибке при выборе множеств $[\alpha_{q,h}, \mathrm{A}_{q,h}]$ и $[\beta_{q,h}, \mathrm{B}_{q,h}]$, а если $[\alpha_{q,h}, \mathrm{A}_{q,h}] \cap [\beta_{q,h}, \mathrm{B}_{q,h}] \neq \varnothing$, то достаточно положить $S_{q,h}^{in} = S_{q,h}^{fin} = [\alpha_{q,h}, \mathrm{A}_{q,h}] \cap [\beta_{q,h}, \mathrm{B}_{q,h}]$ и обсудить это изменение с заказчиком.

Случай 2. Пусть $0 < \theta_{q,h} \leq \Theta_{q,h}$. Тогда для любого начального значения непрерывного состояния, принадлежащего множеству $[\alpha_{q,h}, \mathrm{A}_{q,h}]$, активируется непрерывная динамика, представленная дифференциальным уравнением (1). Отметим, что условие 7 необходимо для обеспечения функциональной безопасности КФС, и при его нарушении выбор множеств $[\alpha_{q,h}, \mathrm{A}_{q,h}]$, $[\beta_{q,h}, \mathrm{B}_{q,h}]$ и уравнения динамики $\dot{x} = f_{q,h}(x)$ следует обсудить с заказчиком, а условие 8 гарантирует отсутствие информации, которая никогда не будет использована при корректном функционировании ГА.

Рассмотрим решение задачи 1.1 методом компьютерного моделирования.

Зафиксируем достаточно большое натуральное число $L_{q,h}$. Перейдем от дифференциального уравнения (1) к конечно-разностному уравнению

$$x_{i+1} = x_i + f_{q,h}(x_i)\Delta t \ \ (i = 0, 1, \ldots, L_{q,h} - 1), \tag{4}$$

где $\Delta t = L_{q,h}^{-1}\Theta_{q,h}$. Предположим, что существует такое натуральное число $l_{q,h} \leq L_{q,h}$, что $\theta_{q,h} = l_{q,h}\Delta t$ (это не ограничивает общности рассуждений, но упрощает изложение).

Каждому решению $x(t)$ $(t \in [0, \Theta_{q,h}])$ дифференциального уравнения (1) соответствует последовательность $x_0, x_1, \ldots, x_{L_{q,h}}$, вычисленная согласно формуле (4), где $x_0 = x(0)$. Так как $f_{q,h}$ — гладкая функция, то любые решения $x^{(1)}(t)$ и $x^{(2)}(t)$ дифференциального уравнения (1) с начальными условиями $x^{(1)}(0)$, $x^{(2)}(0) \in [\alpha_{q,h}, A_{q,h}]$ удовлетворяют условию

$$x^{(1)}(0) < x^{(2)}(0) \Leftrightarrow (\forall\, t \in [0, \Theta_{q,h}]) \ (x^{(1)}(t) < x^{(2)}(t)).$$

Значит, для последовательностей $x_0^{(i)}, x_1^{(i)}, \ldots, x_{L_{q,h}}^{(i)}$ $(i = 1, 2)$, соответствующих этим решениям $x^{(i)}(t)$ $(i = 1, 2)$, истинна формула

$$x_0^{(1)} < x_0^{(2)} \Leftrightarrow (\forall\, j = 0, 1, \ldots, L_{q,h}) \ (x_j^{(1)} < x_j^{(2)}). \tag{5}$$

Если $\alpha_{q,h} = A_{q,h}$, то положим $k_{q,h} = 0$ и обозначим $x_0^{(0)}, x_1^{(0)}, \ldots, x_{L_q,h}^{(0)}$ последовательность, соответствующую решению дифференциального уравнения (1) с начальным условием $x^{(0)}(0) = \alpha_{q,h}$. Если $\alpha_{q,h} < A_{q,h}$, то зафиксируем достаточно большое натуральное число $k_{q,h}$ и обозначим $x^{(i)}(t)$ $(i = 0, 1, \ldots, k_{q,h})$ решение дифференциального уравнения (1) с начальным условием $x^{(i)}(0) = = \alpha_{q,h} + k_{q,h}^{-1}(\mathrm{A}_{q,h} - \alpha_{q,h})\, i$, а $x_0^{(i)}, x_1^{(i)}, \ldots, x_{L_q,h}^{(i)}$ — соответствующую этому решению последовательность. Из (3) и (5) вытекает, что множества $S_{q,h}^{in}$ и $S_{q,h}^{fin}$ являются такими отрезками, что

$$(\forall\, i = 0, 1, \ldots, k_{q,h})(x_0^{(i)} \in S_{q,h}^{in} \Leftrightarrow (\forall\, j = 1, \ldots, L_{q,h})(x_j^{(i)} \in X_q)\,\&$$

$$\&\,(\exists\, j \in \mathbb{N})(l_{q,h} \le j \le L_{q,h}\,\&\, x_j^{(i)} \in S_{q,h}^{fin})).$$

Таким образом, в случае, когда $0 < \theta_{q,h} \le \Theta_{q,h}$, построение множеств $S_{q,h}^{in}$ и $S_{q,h}^{fin}$ можно осуществить в соответствии со следующим алгоритмом (U — массив размера $(k_{q,h} + 1) \times L_{q,h}$, строки которого занумерованы числами $0, 1, \ldots, k_{q,h}$, а столбцы — числами $0, 1, \ldots, L_{q,h} - 1$; $\mathbf{a}_i = (a_0^{(i)}, a_1^{(i)}, \ldots, a_{k_{q,h}}^{(i)})$ $(i = 1, 2, 3)$ — двоичные векторы).

Алгоритм 1

Шаг 1. $\mathbf{a}_1 := \mathbf{1}_{k_{q,h}}$, $\mathbf{a}_2 := \mathbf{0}_{k_{q,h}}$, $\mathbf{a}_3 := \mathbf{0}_{k_{q,h}}$, $i := 0$, $j := 0$, $U[i, j] := \alpha_{q,h}$.

/* $\mathbf{1}_{k_{q,h}}$ — двоичный вектор длины $k_{q,h} + 1$, все компоненты которого равны 1 */
/* $\mathbf{0}_{k_{q,h}}$ — двоичный вектор длины $k_{q,h} + 1$, все компоненты которого равны 0 */

Шаг 2. $i := i + 1$.

Шаг 3. Если $i \le k_{q,h}$, то $U[i, j] := U[i-1, j] + k_{q,h}^{-1}(\mathrm{A}_{q,h} - \alpha_{q,h})$ и переход к шагу 2, иначе — к шагу 4.

Шаг 4. $i := 0$, $j := j + 1$.

Шаг 5. Если $j < l_{q,h}$, то переход к шагу 6, иначе — к шагу 10.

Шаг 6. Если $a_i^{(1)} = 1$, то $U[i, j] := U[i, j-1] + f_{q,h}(U[i, j-1])\Delta t$ и переход к шагу 7, иначе — к шагу 8.

Шаг 7. Если $U[i, j] \notin X_q$, то $a_i^{(1)} := 0$.

Шаг 8. $i := i + 1$.

Шаг 9. Если $i \le k_{q,h}$, то переход к шагу 6, иначе к шагу 4.

Шаг 10. Если $a_i^{(1)} = 1$, то $U[i, j] := U[i, j-1] + f_{q,h}(U[i, j-1])\Delta t$ и переход к шагу 11, иначе — к шагу 13.

Шаг 11. Если $U[i, j] \notin X_q$, то $a_i^{(1)} := 0$, $a_i^{(2)} := 0$ и переход к шагу 13.

Шаг 12. Если $U[i, j] \in [\beta_{q,h}, \mathrm{B}_{q,h}]$, то $a_i^{(2)} := 1$.

Шаг 13. $i := i + 1$.

Шаг 14. Если $i \le k_{q,h}$, то переход к шагу 10, иначе $i := 0$, $j := j + 1$ и переход к шагу 15.

Шаг 15. Если $j \le L_{q,h}$, то переход к шагу 10, иначе — к шагу 16.

Шаг 16. $\mathbf{a}_3 := \mathbf{a}_1 \wedge \mathbf{a}_2$.

Шаг 17. Если $\mathbf{a}_3 = \mathbf{0}$, то $S_{q,h}^{in} := \varnothing$, $S_{q,h}^{fin} := \varnothing$ и КОНЕЦ.

Шаг 18. $r_{\min} := \min\{i \mid a_i^{(3)} = 1\}$, $r_{\max} := \max\{i \mid a_i^{(3)} = 1\}$;
$\gamma_{\min}^{(1)} := \alpha_{q,h} + k_{q,h}^{-1}(\mathrm{A}_{q,h} - \alpha_{q,h}) r_{\min}$, $\gamma_{\max}^{(1)} := \alpha_{q,h} + k_{q,h}^{-1}(\mathrm{A}_{q,h} - \alpha_{q,h}) r_{\max}$,
$\gamma_{\min}^{(2)} := \min\{U[r_{\min}, j] \mid l_{q,h} \le j \le L_{q,h} \,\&\, U[r_{\min}, j] \in [\beta_{q,h}, \mathrm{B}_{q,h}]\}$,
$\gamma_{\max}^{(2)} := \max\{U[r_{\max}, j] \mid l_{q,h} \le j \le L_{q,h} \,\&\, U[r_{\max}, j] \in [\beta_{q,h}, \mathrm{B}_{q,h}]\}$.

Шаг 19. $S_{q,h}^{in} := [\gamma_{\min}^{(1)}, \gamma_{\max}^{(1)}]$, $S_{q,h}^{fin} := [\gamma_{\min}^{(2)}, \gamma_{\max}^{(2)}]$ и КОНЕЦ.

Пусть алгоритм 1 завершил работу на шаге 17. Тогда в дискретном состоянии q при множестве $[\alpha_{q,h}, \mathrm{A}_{q,h}]$ допустимых начальных значений непрерывного состояния достигаются либо недопустимые значения непрерывного состояния (если $\mathbf{a}_1 = \mathbf{0}$), либо охранное выражение, уравнение динамики и ее продолжительность блокируют возможность переключения (если $\mathbf{a}_1 \ne \mathbf{0}$ и $\mathbf{a}_2 = \mathbf{0}$). Поэтому необходимо поставить в известность заказчика об ошибке при выборе множеств $[\alpha_{q,h}, \mathrm{A}_{q,h}]$, $[\beta_{q,h}, \mathrm{B}_{q,h}]$, $[\theta_{q,h}, \Theta_{q,h}]$ и уравнения динамики $\dot{x} = f_{q,h}(x)$. Пусть алгоритм 1 завершил работу на шаге 19. Если $S_{q,h}^{in} \ne [\alpha_{q,h}, \mathrm{A}_{q,h}]$ (соответственно $S_{q,h}^{fin} \ne [\beta_{q,h}, \mathrm{B}_{q,h}]$), то достаточно положить $[\alpha_{q,h}, \mathrm{A}_{q,h}] := S_{q,h}^{in}$ (соответственно $[\beta_{q,h}, \mathrm{B}_{q,h}] := S_{q,h}^{fin}$) и обсудить это изменение с заказчиком.

Из результатов, полученных при исследовании случаев 1 и 2, вытекает, что для фиксированного дискретного состояния $q \in Q$ согласование множеств начальных значений непрерывного состояния и соответствующих им охранных выражений можно осуществить согласно следующему алгоритму.

Алгоритм 2

Шаг 1. $h := 1$.

Шаг 2. Если истинны равенства $\theta_{q,h} = \Theta_{q,h} = 0$, то переход к шагу 3, иначе — к шагу 4.

Шаг 3. Если $[\alpha_{q,h}, \mathrm{A}_{q,h}] \ne [\beta_{q,h}, \mathrm{B}_{q,h}]$, то уточняем требования заказчика так, чтобы имело место равенство $[\alpha_{q,h}, \mathrm{A}_{q,h}] = [\beta_{q,h}, \mathrm{B}_{q,h}]$, и переход к шагу 10.

Шаг 4. Применяем алгоритм 1 к множествам $[\alpha_{q,h}, \mathrm{A}_{q,h}]$ и $[\beta_{q,h}, \mathrm{B}_{q,h}]$.

Шаг 5. Если $S_{q,h}^{in} = S_{q,h}^{fin} = \varnothing$, то уточняем с заказчиком выбор множеств $[\alpha_{q,h}, \mathrm{A}_{q,h}]$, $[\beta_{q,h}, \mathrm{B}_{q,h}]$, $[\theta_{q,h}, \Theta_{q,h}]$ и уравнения динамики $\dot{x} = f_{q,h}(x)$, и переход к шагу 4.

Шаг 6. Если $S_{q,h}^{in} = [\alpha_{q,h}, \mathrm{A}_{q,h}]$ и $S_{q,h}^{fin} = [\beta_{q,h}, \mathrm{B}_{q,h}]$, то переход к шагу 10.

Шаг 7. Если $S_{q,h}^{in} \ne [\alpha_{q,h}, \mathrm{A}_{q,h}]$, то $[\alpha_{q,h}, \mathrm{A}_{q,h}] := S_{q,h}^{in}$.

Шаг 8. Если $S_{q,h}^{fin} \ne [\beta_{q,h}, \mathrm{B}_{q,h}]$, то $[\beta_{q,h}, \mathrm{B}_{q,h}] := S_{q,h}^{fin}$.

Шаг 9. Обсуждаем с заказчиком изменения множеств $[\alpha_{q,h}, \mathrm{A}_{q,h}]$ и $[\beta_{q,h}, \mathrm{B}_{q,h}]$.

Шаг 10. $h := h + 1$.

Шаг 11. Если $h \le r_q$, то переход к шагу 2, иначе КОНЕЦ.

Применив алгоритм 2 к каждому дискретному состоянию $q \in Q$, согласуем все соответствующие множества допустимых начальных значений непрерывного состояния и охранные выражения для всех дискретных состояний исследуемого ГА.

В результате применения алгоритма 2 может нарушиться условие 6. Тогда для некоторого дискретного состояния $q \in Q$ существуют такие охранное выражение $[\beta_{q,h}, \mathrm{B}_{q,h}]$ $(h \in \{1, \ldots, r_q\})$, соответствующие ему дуга $(q, q') \in E$ и множество $[\alpha_{q',m}, \mathrm{A}_{q',m}]$ $(m \in \{1, \ldots, r_{q'}\})$ допустимых начальных значений непрерывного состояния, что включение (2) ложное (т.е. истинна формула $R_{(q,q')}([\beta_{q,h}, \mathrm{B}_{q,h}]) \not\subseteq [\alpha_{q',m}, \mathrm{A}_{q',m}]$). Это может привести к некорректному функционированию ГА. Поэтому возникает следующая задача.

Задача 1.2. Для каждого дискретного состояния $q \in Q$ выполнить уточнения отображения переключения $R_{(q,q')}$ так, чтобы каждое охранное выражение $[\beta_{q,h}, \mathrm{B}_{q,h}]$ $(h \in \{1, \ldots, r_q\})$, соответствующие ему дуга $(q, q') \in E$ и множество $[\alpha_{q',m}, \mathrm{A}_{q',m}]$ $(m \in \{1, \ldots, r_{q'}\})$ допустимых начальных значений непрерывного состояния удовлетворяли включению (2).

В предположении недопустимости изменения ни охранных выражений, ни множеств допустимых начальных значений непрерывного состояния решение задачи 1.2 методом компьютерного моделирования можно осуществить следующим образом.

Алгоритм 3

Шаг 1. $V := Q$.

Шаг 2. Если $V \neq \varnothing$, то переход к шагу 3, иначе КОНЕЦ.

Шаг 3. Выбрать элемент $q \in V$, $V := V \setminus \{q\}$, $h := 1$.

Шаг 4. Если для охранного выражения $[\beta_{q,h}, \mathrm{B}_{q,h}]$, соответствующей ему дуги $(q, q') \in E$ и множества $[\alpha_{q',m}, \mathrm{A}_{q',m}]$ $(m \in \{1, \ldots, r_{q'}\})$ допустимых начальных значений непрерывного состояния включение (2) истинно, то $h := h+1$ и переход к шагу 5, иначе — к шагу 6.

Шаг 5. Если $h \leq r_q$, то переход к шагу 4, иначе — к шагу 2.

Шаг 6. Уточнить требования заказчика к отображению переключения $R_{(q,q')}$, чтобы включение (2) стало истинным, $h := h+1$ и переход к шагу 5.

Если допускается изменение отображения переключения, охранных выражений и множеств допустимых начальных значений непрерывного состояния, то ситуация существенно усложняется в результате необходимости многократного анализа множества Q дискретных состояний с применением алгоритма 2. В этом случае решение задачи 1.2 методом компьютерного моделирования можно осуществить следующим образом.

Алгоритм 4

Шаг 1. $V := Q$, $\zeta_{q,h} := 0$ для всех $q \in Q$ и $h \in \{1, \ldots, r_q\}$.

Шаг 2. Если $V \neq \varnothing$, то переход к шагу 3, иначе КОНЕЦ.

Шаг 3. Выбрать элемент $q \in V$, $V := V \setminus \{q\}$, $h := 1$.

Шаг 4. Если для охранного выражения $[\beta_{q,h}, \mathrm{B}_{q,h}]$, соответствующей ему дуги $(q, q') \in E$ и множества $[\alpha_{q',m}, \mathrm{A}_{q',m}]$ $(m \in \{1, \ldots, r_{q'}\})$ допустимых начальных значений непрерывного состояния включение (2) истинно, то $h := h+1$ и переход к шагу 5, иначе — к шагу 6.

Шаг 5. Если $h \leq r_q$, то переход к шагу 4, иначе — к шагу 12.

Шаг 6. Если возможно уточнить требования заказчика к отображению переключения $R_{(q,q')}$ так, чтобы включение (2) стало истинным, то выполнить это уточнение и переход к шагу 7, иначе — к шагу 8.

Шаг 7. $h := h+1$ и переход к шагу 5.

Шаг 8. Если $R_{(q,q')}([\beta_{q,h}, \mathrm{B}_{q,h}]) \cap [\alpha_{q',m}, \mathrm{A}_{q',m}] = \varnothing$, то уточнить требования заказчика к отображению переключения $R_{(q,q')}$ так, чтобы неравенство $R_{(q,q')}([\beta_{q,h}, \mathrm{B}_{q,h}]) \cap [\alpha_{q',m}, \mathrm{A}_{q',m}] \neq \varnothing$ стало истинным.

Шаг 9. $[\beta_{q,h}, \mathrm{B}_{q,h}] := R^{-1}_{(q,q')}([\alpha_{q',m}, \mathrm{A}_{q',m}]) \cap [\beta_{q,h}, \mathrm{B}_{q,h}]$.

Шаг 10. Если произошло изменение множества $[\beta_{q,h}, \mathrm{B}_{q,h}]$, то $\zeta_{q,h} := 1$.

Шаг 11. Переход к шагу 7.

Шаг 12. Если существует такое $h \in \{1, \ldots, r_q\}$, что $\zeta_{q,h} = 1$, то переход к шагу 13, иначе — к шагу 2.

Шаг 13. Применить алгоритм 2 к дискретному состоянию q и переход к шагу 1.

Замечание 3. Очевидно, что в результате применения алгоритма 4 для некоторых дискретных состояний множества допустимых начальных значений непрерывного состояния и охранные выражения могут стягиваться к точке.

ДОСТИЖИМОСТЬ ДИСКРЕТНЫХ СОСТОЯНИЙ СЛАБОИНИЦИАЛЬНОГО ГА

Исследуем следующие две детализации задачи 2.

Задача 2.1. Для каждого дискретного состояния $q \in Q$ слабоинициального ГА (H, Q_{in}) $(\mathsf{H} \in H_0, \varnothing \neq Q_{in} \subseteq Q)$ найти минимальное число переключений, за которое это состояние достижимо из множества Q_{in}.

Задача 2.2. Для каждого дискретного состояния $q \in Q$ слабоинициального ГА (H, Q_{in}) $(\mathsf{H} \in H_0, \varnothing \neq Q_{in} \subseteq Q)$ найти оценку минимального времени, за которое это состояние достижимо из множества Q_{in}.

Пусть $\mathbf{s}_{(q_1, [\alpha_{q_1,h_1}, \mathrm{A}_{q_1,h_1}])}$ $(q_1 \in Q,\ h_1 \in \{1, \ldots, r_{q_1}\})$ — такая бесконечная история

$$(q_1, [\alpha_{q_1,h_1}, \mathrm{A}_{q_1,h_1}]) \xrightarrow{[\theta_{q_1,h_1}, \Theta_{q_1,h_1}]} (q_1, [\beta_{q_1,h_1}, \mathrm{B}_{q_1,h_1}]) \xrightarrow{[0,0]} (q_2, [\alpha_{q_2,h_2},$$

$$\mathrm{A}_{q_2,h_2}]) \xrightarrow{[\theta_{q_2,h_2}, \Theta_{q_2,h_2}]} \ldots,$$

что $(q_i, [\beta_{q_i,h_i}, \mathrm{B}_{q_i,h_i}]) \xrightarrow{[0,0]} (q_{i+1}, [\alpha_{q_{i+1},h_{i+1}}, \mathrm{A}_{q_{i+1},h_{i+1}}])$ $(i \in \mathbb{N})$ тогда и только тогда, когда охранному выражению $[\beta_{q_i,h_i}, \mathrm{B}_{q_i,h_i}]$ соответствуют дуга $(q_i, q_{i+1}) \in E$ и множество $[\alpha_{q_{i+1},h_{i+1}}, \mathrm{A}_{q_{i+1},h_{i+1}}]$ допустимых начальных значений непрерывного состояния. Очевидно, что эта история полностью описывает поведение ГА H, стартующего из дискретного состояния q_1 при начальном значении непрерывного состояния, принадлежащем множеству $[\alpha_{q_1,h_1}, \mathrm{A}_{q_1,h_1}]$. Истинно следующее утверждение.

Утверждение 1. Для каждой истории $\mathbf{s}_{(q_1, [\alpha_{q_1,h_1}, \mathrm{A}_{q_1,h_1}])}$ $(q_1 \in Q,\ h_1 \in \{1, \ldots, r_{q_1}\})$ существует такое наименьшее число $\kappa(q_1, [\alpha_{q_1,h_1}, \mathrm{A}_{q_1,h_1}]) \in \{2, \ldots, \sum_{q \in Q} r_q + 1\}$, что для некоторого натурального числа $j \in \{1, \ldots, \kappa(q_1, [\alpha_{q_1,h_1}, \mathrm{A}_{q_1,h_1}]) - 1\}$ истинны оба равенства:

$$q_{\kappa(q_1, [\alpha_{q_1,h_1}, \mathrm{A}_{q_1,h_1}])} = q_j$$

и

$$[\alpha_{q_{\kappa(q_1,[\alpha_{q_1,h_1},\mathrm{A}_{q_1,h_1}])}, h_{\kappa(q_1,[\alpha_{q_1,h_1},\mathrm{A}_{q_1,h_1}])}}, \mathrm{A}_{q_{\kappa(q_1,[\alpha_{q_1,h_1},\mathrm{A}_{q_1,h_1}])}, h_{\kappa(q_1,[\alpha_{q_1,h_1},\mathrm{A}_{q_1,h_1}])}}] =$$

$$= [\alpha_{q_j,h_j}, \mathrm{A}_{q_j,h_j}].$$

В силу утверждения 1 множество $S_{q_1,[\alpha_{q_1,h_1},\mathrm{A}_{q_1,h_1}]}$ всех дискретных состояний ГА $\mathsf{H}\in H_0$, достижимых из дискретного состояния $q_1\in Q$ при начальном значении непрерывного состояния, принадлежащем множеству $[\alpha_{q_1,h_1},\mathrm{A}_{q_1,h_1}]$, определяется равенством

$$S_{q_1,[\alpha_{q_1,h_1},\mathrm{A}_{q_1,h_1}]}=\{q\in Q\,|\,(\exists\, j\in\{1,\ldots,\kappa(q_1,[\alpha_{q_1,h_1},\mathrm{A}_{q_1,h_1}])-1\})\,(q=q_j)\},\quad (6)$$

а $S_{q_1}=\bigcup\limits_{h_1=1}^{r_{q_1}} S_{q_1,[\alpha_{q_1,h_1},\mathrm{A}_{q_1,h_1}]}$ — множество всех дискретных состояний ГА $\mathsf{H}\in H_0$, достижимых из $q_1\in Q$. При этом из предположения о том, что $V_{Q_{in}}$ является покрытием множества Q, вытекает истинность равенства

$$\bigcup_{q_1\in Q_{in}} S_{q_1}=Q. \quad (7)$$

Для дискретного состояния $q_1\in Q$ положим

$$\mathsf{n}^{\min}_{q_1,[\alpha_{q_1,h_1},\mathrm{A}_{q_1,h_1}]}(q)=$$
$$=\begin{cases}\min\{j\in\{1,\ldots,\kappa(q_1,[\alpha_{q_1,h_1},\mathrm{A}_{q_1,h_1}])-1\}\,|\,q=q_j\}-1, & \text{если } q\in S_{q_1,[\alpha_{q_1,h_1},\mathrm{A}_{q_1,h_1}]},\\ +\infty, & \text{если } q\in Q\setminus S_{q_1,[\alpha_{q_1,h_1},\mathrm{A}_{q_1,h_1}]};\end{cases} \quad (8)$$

$$t^{\min}_{q_1,[\alpha_{q_1,h_1},\mathrm{A}_{q_1,h_1}]}(q)=\begin{cases}\sum\limits_{j=1}^{\mathsf{n}_{q_1,[\alpha_{q_1,h_1},\mathrm{A}_{q_1,h_1}]}(q)}\theta_{q_j,h_j}, & \text{если } q\in S_{q_1,[\alpha_{q_1,h_1},\mathrm{A}_{q_1,h_1}]},\\ +\infty, & \text{если } q\in Q\setminus S_{q_1,[\alpha_{q_1,h_1},\mathrm{A}_{q_1,h_1}]};\end{cases} \quad (9)$$

$$t^{\max}_{q_1,[\alpha_{q_1,h_1},\mathrm{A}_{q_1,h_1}]}(q)=\begin{cases}\sum\limits_{j=1}^{\mathsf{n}_{q_1,[\alpha_{q_1,h_1},\mathrm{A}_{q_1,h_1}]}(q)}\Theta_{q_j,h_j}, & \text{если } q\in S_{q_1,[\alpha_{q_1,h_1},\mathrm{A}_{q_1,h_1}]},\\ +\infty, & \text{если } q\in Q\setminus S_{q_1,[\alpha_{q_1,h_1},\mathrm{A}_{q_1,h_1}]}.\end{cases} \quad (10)$$

Сравнивая равенства (8)–(10), получаем истинность формулы

$$\mathsf{n}^{\min}_{q_1,[\alpha_{q_1,h_1},\mathrm{A}_{q_1,h_1}]}(q)=+\infty \Leftrightarrow t^{\min}_{q_1,[\alpha_{q_1,h_1},\mathrm{A}_{q_1,h_1}]}(q)=+\infty \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow t^{\max}_{q_1,[\alpha_{q_1,h_1},\mathrm{A}_{q_1,h_1}]}(q)=+\infty \Leftrightarrow q\in Q\setminus S_{q_1,[\alpha_{q_1,h_1},\mathrm{A}_{q_1,h_1}]}.$$

Из (6) и (8) вытекает, что $\mathsf{n}^{\min}_{q_1,[\alpha_{q_1,h_1},\mathrm{A}_{q_1,h_1}]}(q)$ $(q_1,q\in Q)$ — это минимальное количество переключений, за которое дискретное состояние q достижимо из дискретного состояния q_1 при начальном значении непрерывного состояния, принадлежащем множеству $[\alpha_{q_1,h_1},\mathrm{A}_{q_1,h_1}]$. При этом $\mathsf{n}^{\min}_{q_1,[\alpha_{q_1,h_1},\mathrm{A}_{q_1,h_1}]}(q)=+\infty$ тогда и только тогда, когда дискретное состояние q не достижимо из дискретного состояния q_1 при начальном значении непрерывного состояния, принадлежащем множеству $[\alpha_{q_1,h_1},\mathrm{A}_{q_1,h_1}]$.

Следовательно, минимальное количество переключений, за которое дискретное состояние q достижимо из дискретного состояния q_1, определяется равенством

$$\mathsf{n}^{\min}_{q_1}(q)=\min_{h_1\in\{1,\ldots,r_{q_1}\}}\mathsf{n}^{\min}_{q_1,[\alpha_{q_1,h_1},\mathrm{A}_{q_1,h_1}]}(q)\quad (q_1,q\in Q). \quad (11)$$

Таким образом, минимальное число переключений, за которое дискретное состояние $q \in Q$ достижимо из множества Q_{in}, определяются как

$$\mathsf{n}_{Q_{in}}^{\min}(q) = \min_{q_1 \in Q_{in}} \mathsf{n}_{q_1}^{\min}(q) \ \ (q \in Q)\,. \tag{12}$$

Отметим, что в силу равенства (7) для каждого дискретного состояния $q \in Q$ истинно неравенство $\mathsf{n}_{Q_{in}}^{\min}(q) < +\infty$.

Из (6), (9) и (10) вытекает, что оценка минимального времени, за которое дискретное состояние q достижимо из дискретного состояния q_1 при начальном значении непрерывного состояния, принадлежащем множеству $[\alpha_{q_1,h_1}, \mathrm{A}_{q_1,h_1}]$, определяется формулой

$$\mathsf{t}_{q_1,[\alpha_{q_1,h_1},\mathrm{A}_{q_1,h_1}]}^{\min}(q) \in [t_{q_1,[\alpha_{q_1,h_1},\mathrm{A}_{q_1,h_1}]}^{\min}(q), t_{q_1,[\alpha_{q_1,h_1},\mathrm{A}_{q_1,h_1}]}^{\max}(q)] \ \ (q_1, q \in Q)\,. \tag{13}$$

При этом $\mathsf{t}_{q_1,[\alpha_{q_1,h_1},\mathrm{A}_{q_1,h_1}]}^{\min}(q) \in [+\infty, +\infty]$ тогда и только тогда, когда дискретное состояние q не достижимо из дискретного состояния q_1 при начальном значении непрерывного состояния, принадлежащем множеству $[\alpha_{q_1,h_1}, \mathrm{A}_{q_1,h_1}]$. Следовательно, оценка минимального времени, за которое дискретное состояние q достижимо из дискретного состояния q_1, имеет вид

$$\mathsf{t}_{q_1}^{\min}(q) \in [t_{q_1}^{\min}(q), t_{q_1}^{\max}(q)] \ \ (q_1, q \in Q), \tag{14}$$

где

$$t_{q_1}^{\min}(q) = \min_{h_1 \in \{1,\ldots,r_{q_1}\}} t_{q_1,[\alpha_{q_1,h_1},\mathrm{A}_{q_1,h_1}]}^{\min}(q) \ \ (q_1, q \in Q), \tag{15}$$

$$t_{q_1}^{\max}(q) =$$

$$= \begin{cases} \max\{t_{q_1,[\alpha_{q_1,h_1},\mathrm{A}_{q_1,h_1}]}^{\max}(q) \neq +\infty \mid h_1 \in \{1,\ldots,r_{q_1}\}\}, & \text{если} \ \ q \in S_{q_1}, \\ +\infty, & \text{если} \ \ q \in Q \setminus S_{q_1} \end{cases} \ \ (q_1, q \in Q). \tag{16}$$

Таким образом, оценка минимального времени, за которое дискретное состояние q достижимо из множества Q_{in}, вычисляется как

$$\mathsf{t}_{Q_{in}}^{\min}(q) \in [t_{Q_{in}}^{\min}(q), t_{Q_{in}}^{\max}(q)] \ \ (q \in Q), \tag{17}$$

где

$$t_{Q_{in}}^{\min}(q) = \min_{q_1 \in Q_{in}} t_{q_1}^{\min}(q) \ \ (q \in Q), \tag{18}$$

$$t_{Q_{in}}^{\max}(q) = \max\{t_{q_1}^{\min}(q) \neq +\infty \mid q_1 \in Q_{in}\} \ \ (q \in Q)\,. \tag{19}$$

Отметим, что в силу равенства (7) для каждого дискретного состояния $q \in Q$ истинны неравенства $t_{Q_{in}}^{\min}(q) < +\infty$ и $t_{Q_{in}}^{\max}(q) < +\infty$.

Из полученных выше результатов вытекает, что решение задачи 2.1 определяется формулами (8), (11) и (12), а решение задачи 2.2 — формулами (9), (10), (13)–(19).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе определен класс 1-мерных ГА, в каждом дискретном состоянии которых для различных множеств начальных значений непрерывного состояния динамика может быть представлена различными дифференциальными уравнениями, причем для каждой динамики задана своя конечная продолжительность. Нетривиальность этого класса ГА состоит в том, что многофункциональные объекты (такие как кондиционер, предназначенный как для охлаждения, так и для обогрева помещения) могут быть представлены одним дискретным состоянием.

Задачи устранения противоречия в объектах, определяющих ГА, а также согласования этих объектов один с другим возникает на этапе построения формальной модели проектируемой системы. Они предназначены для нивелирования непредсказуемых последствий и удаления лишней информации. Задачи нахождения минимального числа переключений, а также оценки минимального времени, за которое дискретные состояния достижимы из множества начальных дискретных состояний, являются модельными для процесса верификации проектируемой системы. Предложенные в работе алгоритмы решения перечисленных задач достаточно легко могут быть реализованы в таких системах моделирования, как IMS [12, 13].

Для множества $\mathcal{H}_{0,n}$ $(n \in \mathbb{N})$ n-мерных ГА, являющихся прямой суммой n гибридных автоматов, которые принадлежат множеству $\mathcal{H}_0$, имеем $\mathcal{H}_0 = \mathcal{H}_{0,1}$ и $\mathcal{H}_{0,n} \subset \mathcal{H}_{0,n+1}$ для всех $n \in \mathbb{N}$. Предложенные в настоящей работе алгоритмы применимы к ГА $\mathsf{H} \in \mathcal{H}_{0,n}$ $(n \in \mathbb{N})$, так как достаточно в отдельности использовать их для каждого ГА, входящего в прямую сумму. Это означает, что при решении задач 1 и 2 для ГА $\mathsf{H} \in \mathcal{H}_{0,n}$ $(n \in \mathbb{N})$ возможно распараллеливание вычислений.

Исследование решенных в настоящей статье задач для различных композиций ГА, принадлежащих множеству $\mathcal{H}_0$, является возможным направлением дальнейших исследований. Другое направление состоит в обобщении полученных результатов на определенные классы многомерных ГА.

Надійшла до редакції 09.01.2018

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Cyber-Physical European Roadmap&Strategy, 2015. URL: www.cyphers.eu.
2. Foundations for innovation. Strategic R&D opportunities for the 21st century cyber-physical systems. 2016. URL: http:// bookprem.com/gd-ebooks/B00U7SUBG.
3. Giraldo J., Sarkar E., Cardenas A.A., Maniatakos M., Murat Kantarcioglu M. Security and Privacy in Cyber-Physical Systems: A Survey of Surveys. *IEEE Design & Test*. 2017. Vol. 34, Iss. 4. P. 7–17.
4. Lee E.A. Cyber physical systems: Design challenges. *Proc. of the 11th IEEE Int. Symp. on Object Oriented Real-Time Distributed Computing* (*ISORC*) (May 6, 2008, Orlando, Fl., USA), 2008. P. 363–369.
5. Lee E.A., Seshia S.A. Introduction to embedded systems: A cyber-physical systems approach. Sec. Ed. Cambridge, Mass.: MIT Press, 2017. 568 p.
6. Летичевский А.А., Летичевский А.А. мл., Скобелев В.Г., Волков В.А. Кибер-физические системы. *Кибернетика и системный анализ*. 2017. Т. 53, № 6. С. 3–19.
7. Henzinger T.A. The theory of hybrid automata. *Proc. of the 11th Annual IEEE Symposium on Logic in Computer Science* (*LICS 96*), 1996. P. 278–292.
8. Raskin J.F. An introduction to hybrid automata. Handbook of Networked and Embedded Control Systems. NY: Springer-Verlag, 2005. P. 491–518.

9. Carloni L.P., Passerone R., Pinto A., Sangiovanni-Vincentelli A.L. Languages and tools for hybrid systems design. *Foundations and Trends in Electronic Design Automation*. 2006. Vol. 1, Iss. 1, 2. P. 1–193.

10. Lygeros J. Lecture notes on hybrid systems. Cambridge: University of Cambridge, 2003. URL: https://fenix.tecnico.ulisboa.pt/downloadFile/3779579688470/lygeros.pdf.

11. Летичевский А.А. Алгебраическая теория взаимодействия и кибер-физические системы. *Проблемы управления и информатики*. 2017. № 5. С. 3–15.

12. Letichevsky A.A., Letichevskyi O.A., Peschanenko V.S. Insertion modeling system. *LNCS*. 2015. Vol. 7162. P. 262–272.

13. Letichevsky A.A., Letichevskyi O.A., Peschanenko V.S., Weigert T. Insertion modeling and symbolic verification of large systems. *LNCS*. 2015. Vol. 9369. P. 3–18.

Надійшла до редакції 09.01.2018

В.В. Скобелєв, В.Г. Скобелєв

ПРО ДЕЯКІ ЗАДАЧІ АНАЛІЗУ ГІБРИДНИХ АВТОМАТІВ

Анотація. Визначено клас 1-вимірних гібридних автоматів, у яких у кожному дискретному стані для різних множин початкових значень неперервного стану динаміка може бути представлена різними диференціальними рівняннями, та задано скінченну тривалість цієї динаміки, яка може бути різною для різних множин початкових значень неперервного стану. Запропоновано алгоритми розв'язання задач вилучення суперечностей в об'єктах, які визначають гібридний автомат, узгодження цих об'єктів один з одним, знаходження мінімального числа перемикань та оцінки мінімального часу, за який дискретні стани досяжні з множини початкових дискретних станів.

Ключові слова: гібридні автомати, верифікація.

V.V. Skobelev, V.G. Skobelev

SOME PROBLEMS FROM THE ANALYSIS OF HYBRID AUTOMATA

Abstract. A class of 1-dimensional hybrid automata is defined, such that in each discrete state, the dynamics can be presented by different differential equations for different sets of initial values of continuous state, each dynamics duration is finite, and can be different for different sets of initial values of continuous state. Algorithms are proposed to solve problems of eliminating contradictions in objects that define the hybrid automata, of coordinating these objects with each other, calculating the minimum number of switchings, and estimating the minimum time for reachability of discrete states from the set of initial discrete states.

Keywords: hybrid automata, verification.

Скобелев Владимир Владимирович,
доктор физ.-мат. наук, старший научный сотрудник Института кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, Киев,
e-mail: skobelevvg@gmail.com.

Скобелев Владимир Геннадиевич,
доктор физ.-мат. наук, доктор техн. наук, профессор, ведущий научный сотрудник Института кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, Киев,
e-mail: skobelevvg@gmail.com.