УДК 519.8

**Ю.М. ЄРМОЛЬЄВ, Т.Ю. ЄРМОЛЬЄВА, Т. КАХІЛ,
М. ОБЕРШТАЙНЕР, В.М. ГОРБАЧУК, П.С. КНОПОВ**

ПРО МОДЕЛІ СТОХАСТИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ДЛЯ МЕНЕДЖМЕНТУ ВОДОСХОВИЩ З УРАХУВАННЯМ РИЗИКІВ[1]

Анотація. У статті наведено огляд публікацій з менеджменту водойм і побудовано нову модель стохастичної динамічної оптимізації для управління балансами водних мас у даній області. Запропонований підхід стохастичної оптимізації допускає такі множинні ключові індикатори результативності, як виробництво у галузі сільського господарства та енергетики, захист від повеней і водоохорона болотистих місцевостей, підтримка біорізноманіття і збереження водойми. Двоетапна особливість запропонованої моделі індукує умови безпеки на водопостачання, відомі як імовірнісні обмеження у стохастичній оптимізації — обмеження безпеки в ядерній енергетиці, обмеження стійкості у страховому бізнесі чи обмеження на умовну міру ризику у фінансах. Початкову нелінійну, неопуклу і часто розривну модель можна звести до задач лінійного програмування.

Ключові слова: стохастична оптимізація, ризик, менеджмент водних ресурсів, двоетапна задача, екстремальні події.

ВСТУП

У роботі представлено огляд досліджень з питань менеджменту водосховищ в умовах ризику і невизначеності. Проаналізовано відповідні публікації та запропоновано нову модель стохастичної динамічної оптимізації для управління балансами водних мас у зоні менеджменту водосховища. Підхід стохастичної оптимізації дає змогу включати такі критерії та показники функціонування, як водні потреби болотистих місцевостей, виробництва у галузі сільського господарства та енергетики, захисту від повеней, рибальства і режиму кожного водосховища. Ціль моделі полягає в досягненні бажаного режиму водного менеджменту для заданих рівнів безпеки. Показано, що двокроковість запропонованої моделі має наслідком безпекові умови щодо водопостачання, відомі у стохастичній оптимізації як імовірнісні обмеження. У типових випадках застосування ці умови називають безпековими обмеженнями для ядерних реакторів, обмеженнями стійкості для страхових компаній, обмеженнями показника «міра ризику» (Value-at-Risk, VaR) для фінансових операцій. Урахування таких нелінійних неопуклих і часто розривних безпекових обмежень пов'язується з мінімізацією функцій так званої умовної міри ризику (Conditional Value-at-risk, CVaR), що дає змогу ефективно застосовувати методи лінійного програмування.

Визнано, що оптимізаційні моделі широко застосовувалися на практиці у галузі менеджменту водосховищ [1–7] та створення відповідних систем підтримки прийняття рішень (СППР). Ці моделі характеризують системи водосховищ за допомогою змінних рішень, цільової функції і обмежень та передбачають чисельні алгоритми для визначення операційних рішень. Оптимізаційні моделі, які зазвичай використовуються для визначення операційних рішень на водосховищах — це моделі лінійного, нелінійного і динамічного програмування [3, 8]. Лінійне програмування (ЛП) використовується для розв'язання задач з лінійними цільовими функціями та обмеженнями. У динамічному програмуванні багатоперіодна експлуатація водосховища зводиться до пошуку оптимальних рішень рекурсив-

[1] Роботу підтримано проектами Міжнародного інституту прикладного системного аналізу (Лаксенбург, Австрія) COACCH (776479) і SUSFANS (633692) для Європейського Союзу.

© Ю.М. Єрмольєв, Т.Ю. Єрмольєва, Т. Кахіл, М. Оберштайнер, В.М. Горбачук, П.С. Кнопов, 2019

ної двоетапної задачі. У нелінійному програмуванні дається загальна постановка задачі експлуатації водосховища, але передбачаються складні чисельні алгоритми. Варто зазначити, що на відміну від емпіричних правил експлуатації оптимізаційні моделі ефективно використовують прогнози течій і поліпшують ефективність системи водосховищ [4, 9, 10].

СППР складається з двох інтегрованих компонентів — імітаційної моделі, що надає прогнози, та оптимізаційної моделі, що виділяє операції, виходячи з цих прогнозів і змінних стану відповідної системи. В оцінюванні інформації, отриманої від імітаційної моделі, слід брати до уваги такі глобальні зміни, як зміни клімату, технологій, ринків тощо. Більшість операційних стратегій для водосховищ розробляється на основі минулих метеорологічних і гідрологічних спостережень.

Зміни клімату і пов'язані з ними флуктуації екстремальних погодних умов можуть створювати значний економічний тиск на менеджмент водних ресурсів. Потреба у прогнозах є гострою у таких чутливих до погодно-кліматичних змін секторах, як муніципальне водопостачання і робота гідроелектростанцій. У цих секторах інформація щодо прогнозів є потужним економічним засобом поліпшення процесу прийняття рішень.

Менеджмент водосховищ є послідовно впорядкованим процесом [3, 11–13]. Рішення щодо менеджменту у попередні періоди впливає на наявність води в наступні періоди, а майбутні умови водопереносу впливають на прийняття поточних рішень. Прогноз водопереносу дає корисну інформацію щодо обсягів водопотоків, а його належне використання суттєво покращує менеджмент водосховищ [14–16]. В оптимізаційних моделях входами є подібні прогнози, а виходами — оптимальні операційні рішення: оптимізація продукує не лише результати, але й міркування і висновки.

Ця робота складається з кількох розділів. Розділ 1 містить обговорення аспектів прогнозування стоку і застосування стохастичних підходів. У розділі 2 розглянуто традиційну детерміністичну модель менеджменту водосховищ. Стохастичний варіант цієї моделі запропоновано в розділі 3 і наведено простий приклад, у якому стохастична модель передбачає квантильне неприйняття ризику з мірами ризику VaR або CvaR, яке видається прийнятним для пошуку робастних рішень за умов мінливості чи екстремальності погодних, економічних або інших умов. У розділі 4 наведено більш докладний аналіз стохастичних витрат і виграшів різних водокористувачів у разі екстремальних подій. Статтю завершують відповідні висновки.

1. ПРОБЛЕМИ ПРОГНОЗУВАННЯ СТОКІВ

Для розв'язання проблем прогнозування стоків застосовуються динамічні моделі, розроблені авторами цієї роботи для Міжнародного інституту прикладного системного аналізу (Ласкенбург, Австрія) [17]. Для досягнення цілей менеджменту водосховищ потрібно користуватися СППР, що включають моніторинг, передбачення і моделювання. Серед компонентів СППР можна виділити дві групи методів — методи прогнозування та методи оптимізації. Обидві групи містять декілька способів моделювання, які дають змогу визначати відгук системи як обсяги водовідведення та/або рівні води у певних точках відповідної зони. Хоча проблема прогнозування стоків виходить за рамки цієї роботи, але стислий розгляд цього питання є корисним для розуміння проблеми управління водосховищами у разі невизначених умов стоків. Модель передбачення стоків складається з двох основних частин — моделі прогнозу опадів і моделі кругообігу води. Ці складові забезпечують формування метеорологічних та гідрологічних прогнозів. Прогноз опадів здійснюється на основі моделей так званої глобальної циркуляції (global circulation models, GCMs) та методів зменшення масштабу (downscaling). GCMs — це відомі моделі еволюції таких глобальних погодних змінних, як температура, тиск, вологість, сила вітру і напрям вітру. Ключові рівняння цих моделей визначаються фізичними законами балансів маси, імпульсу та енергії. Оскільки GCMs не розра-

ховані на високу роздільну здатність (малий масштаб), вони не використовуються для опису локальних погодних змін.

Адаптація GCMs для опису локальних погодних змін здійснюється за допомогою методів зменшення масштабу. При цьому виділяють три основні підходи зменшення масштабу — динамічне зменшення масштабу [18–20], стохастичне зменшення масштабу, стохастичне генерування погоди [21, 22]. У динамічному зменшенні масштабу застосовують ключові рівняння GCMs, але із значно вищою роздільною здатністю. У стохастичному зменшенні масштабу використовують співвідношення між великомасштабними кліматичними особливостями і регіональними характеристиками для оцінювання локальних погодних змін [23–27]. У разі застосування стохастичних генераторів рядів щоденних погодних умов використовують статистичні результати GCMs [28–30].

Серед важливих моделей кругообігу води виділяють два головні підходи — кінематичний хвильовий і концептуальний камерний. В основу кінематичного хвильового підходу покладено балансові принципи маси та імпульсу [31–36], а концептуального камерного — їхні наближення [37–41].

Неточності сучасного прогнозування стоків пояснюють неточностями вхідної інформації у формі потенційних сценаріїв [17], що оцінюються особою, яка приймає рішення. У цій роботі запропоновано розділити шукане рішення на стратегічне робастне відносно наявної інформації рішення першого кроку та адаптивне операційне рішення другого кроку, залежне від сценаріїв.

Істотне просування у менеджменті водосховищ в екстремальних умовах (у разі виникнення повені) відбулося завдяки реалізації низки наукових проектів, підтриманих Європейською п'ятою рамковою програмою (European Fifth Framework Programme). Один з цих проектів був спрямований на розроблення Європейської системи прогнозування повеней (European Flood Forecasting System, EFFS). Серед важливих результатів EFFS — публікації даних з управління водосховищами під час повеней [42, 43]. Головною метою EFFS було розроблення загальноєвропейської системи раннього попередження повеней. Основна системна складова частина EFFS — модуль прогнозів, що надаються за 4–10 днів до прогнозованих подій. EFFS використовувала кілька чисельних моделей — глобальні та локальні моделі чисельного передбачення погоди (Numerical Weather Prediction) для прогнозування опадів, моделі водного балансу для гідрологічного оцінювання дренажу, модель LISFLOOD для передбачення повеней, моделі повеней з високою роздільною здатністю для ідентифікації зон затоплення. Цей підхід до моделювання застосовувався для басейнів п'яти річок — р. Мез або р. Маас (Франція, Бельгія, Нідерланди), р. Одра чи р. Одер (Чехія, Польща, Німеччина), р. По (Італія), притоки Тиси р. Муреш або р. Марош (Румунія, Угорщина), притоки Дунаю р. Сава (Словенія, Хорватія, Боснія і Герцеговина, Сербія). Для кожного річкового басейну в зазначених державах Європи прогнози формувалися, виходячи з імітаційного моделювання на основі спостережень руйнівних повеней.

Моделювання дає змогу згенерувати багато сценаріїв стоків перед настанням повені, а також здійснювати моніторинг і передбачення майбутніх змін ситуації. У запропонованій оптимізаційній моделі слід використовувати сценарії стоків. Різні варіанти скиду води з водосховищ є наслідками прийнятих рішень. При цьому можна оцінити поведінку системи залежно від умов стоків і прийнятих рішень. Така оцінка має підказувати рішення, що є робастним відносно всіх можливих сценаріїв.

Проте рішення можуть видозмінюватися внаслідок змін очікувань менеджера стосовно майбутніх умов стоків. Тому слід обирати такі параметри роботи системи, які дають змогу зберегти гнучкість системних рішень. Це досягається за рахунок двокроковості запропонованої моделі з гнучкими рішеннями y, здатними налаштовуватися до спостережуваних сценаріїв. Іншими словами, реалізація моделі має здійснюватися у спосіб так званого «рухомого в часі горизонту», коли нові рішення обчислюються після отримання нової інформації про фактичні стоки та уточнення прогнозів.

2. ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Розглянемо традиційну детерміністичну проблему водосховища [3] з горизонтом планування H періодів часу. Експлуатація водосховища задається змінною S_t об'єму водосховища на початку періоду t (наприкінці періоду $(t-1)$) та змінною R_t об'єму скиду протягом періоду t. Нехай змінна S_t має нижню межу $\underline{S}_t$ та верхню межу $\overline{S}_t$, а змінна R_t має нижню межу (мінімальний попит на воду) $\underline{R}_t$ та верхню межу (максимальний попит на воду) $\overline{R}_t$. Позначимо q_t об'єм водопереносу період протягом періоду t. Граничними умовами задано $S_{\text{ini}} = S_1$ (початковий об'єм) і $S_{\text{end}} = S_{H+1}$ (кінцевий об'єм водосховища).

Користуючись введеними змінними та параметрами, слід обрати таку змінну рішення R_t для кожного періоду, яка є розв'язком оптимізаційної задачі

$$\max_{[R_1, R_2, \ldots, R_H]} B = \sum_{t=1}^{H} b_t(R_t) \tag{1}$$

за умов

$$S_t + q_t - R_t = S_{t+1}, \tag{2}$$

$$\underline{R}_r \le R_t \le \overline{R}_t,$$

$$\underline{S}_t \le S_t \le \overline{S}_t, \ t = 1, 2, \ldots, H,$$

$$S_{H+1} = S_{\text{end}},$$

де $[q_1, q_2, \ldots, q_H]$ — заданий ряд об'ємів водопереносу, B — цільова функція загальної корисності (сума одноперіодних корисностей $b_t(R_t)$ за всі періоди від 1 до H). Важливою властивістю одноперіодної функції корисності $b_t(R_t)$ є її увігнутість, яка означає зменшення приросту цієї функції з ростом R_t або спадання граничної корисності [44–46]. Умови (2) охоплюють типові обмеження на баланс водної маси, об'єми водосховища і скиду [47]. Ці умови для об'ємів у будь-які послідовні періоду часу означають, що об'єм водосховища неперервно збільшується за рахунок водопереносу і неперервно зменшується за рахунок скиду. Щоб не ускладнювати цільову функцію (1), знехтуємо можливими надлишками, випаровуваннями та заборами води.

3. ПОТРЕБА У СТОХАСТИЧНОМУ ПРОГРАМУВАННІ

Оскільки основою всіх рішень щодо менеджменту водосховища мають бути прогнози стоків [17], то для постановки задачі менеджменту потрібно оцінити невизначеності цих прогнозів [47]. Своєю чергою, зазначені прогнози можуть ґрунтуватися на моделюванні кругообігу води із застосуванням GCMs і методів зменшення масштабу. Оскільки кожний крок моделювання характеризується стохастичним рішенням, то в процесі управління водосховищем слід врахувати відповідні невизначеності. У цій роботі зосередимося на питаннях управління і припустимо наявність генератора прогнозів (потенційних сценаріїв для невизначених подій), не звертаючись до результатів GCMs із зменшенням масштабу та моделюванням кругообігу води.

У разі застосування результатів GCMs прогнози опадів на період до 15 днів можна отримати з Європейського центру середньострокових прогнозів погоди (European Centre for Medium–Range Weather Forecasts, ECMWF). Для поліпшення якості прогнозів погоди до ECMWF включають Ансамблеву систему передбачення (Prediction System, EPS) [17], а роздільну здатність обчислювальної сітки моделі доводять до рівня 2:5×2:5. Тоді прогноз складається з ряду рівноймовірних ансамблевих передбачень. Було проаналізовано точність ECMWF та EPS з використанням відносної операційної характеристики (Relative Operation Characteristic, ROC), яка відображає рівень достовірності — співвідношення між кількістю правильно передбачених подій і кількістю всіх спостережуваних подій [48]. Загалом з ростом

періоду прогнозування значення ROC спадає. Для опадів прогнозування подій різної величини в різні сезони має свої особливості. Наприклад, прогнози для опадів менше 2 мм за 12 год мають характеристику ROC вище порогового рівня 0:7, що означає корисність прогнозованої інформації протягом приблизно 10 днів взимку, але протягом лише 6 днів влітку. Прогнози інтенсивних дощів більше 10 мм за 12 год мають гіршу характеристику ROC, яка означає корисність прогнозованої інформації протягом приблизно 7 днів взимку, але протягом лише 3 днів влітку [48]. Загалом прогнози опадів на період до 15 днів характеризуються досить високою невизначеністю і достовірністю не вище 70%.

Іншим джерелом великої невизначеності є зменшення масштабу інформації про опади та їхні перетворення у басейні водосховища, яке залежить від особливостей моделі та водного об'єкту. Для зменшення масштабу та моделювання перетворень опадів можна використовувати часові ряди [49].

Екосистеми болотистих місцевостей залежать здебільшого від умов річних течій та коливань рівня води [50, 51]. Тому дії, спрямовані на збереження якості навколишнього середовища, загалом передбачають стабілізацію річкових рівнів води і поліпшення таких характеристик зон затоплення, як середня глибина і частота повеней [52, 53]. При цьому пошук безпосередніх критеріїв оцінки рівнів води в екосистемі болотистої місцевості є непростим завданням, бо часто про них відома лише якісна інформація. Вважається, що максимальний рівень води під час весняної повені є найважливішим екологічним критерієм.

В інші пори року слід підтримувати мінімальні допустимі водні течії. Виходячи з наявної інформації [54], часто можна оцінювати мінімальні бажані скиди протягом гідрологічного року, включаючи період повені. Для захисту сільськогосподарських угідь і забудов від затоплення слід також оцінювати максимальні допустимі потоки, беручи до уваги соціально-економічні критерії. Попит на воду для сільськогосподарських культур змінюється в часі залежно від стадії вегетації. З огляду на просторову неоднорідність попиту на воду вздовж ріки, критерії оцінки рівнів води мають включати географічні координати. Загалом водні течії керуються основними річковими б'єфами.

У цій роботі змінними керування течіями вважаються скиди водосховищ. Хоча водосховище може бути розташоване набагато вище за течією відносно зони водного менеджменту, воно може суттєво впливати на баланс водних мас у цій зоні. Тому для менеджменту водосховищ потрібні додаткові показники про такі їхні фізичні характеристики, як максимальні та мінімальні об'єми та скиди. Задача менеджменту полягає у певній оптимізації кількох різних критеріїв для болотистих місцевостей, виробництва у галузі сільського господарства та енергетики, рибальства, експлуатації водосховища і захисту від повеней [17]. Кожний критерій має свої риси та пріоритети. Для сільського господарства, енергетики і рибальства можна вводити вимірювані економічні критерії. Водночас значення екологічних критеріїв для болотистих місцевостей, експлуатації водосховища і захисту від повеней вимірювати значно важче. Отже, критерії повинні відображати конкретні умови, які мають бути задоволені з точки зору економічних та екологічних критеріїв. Через невизначеності, що виникають внаслідок прогнозування стоків і моделювання течій задача управління водосховища є задачею стохастичної оптимізації. Ціль розв'язання такої задачі полягає у побудові робастних рішень із заданим рівнем безпеки для діяльності всіх користувачів водосховища, включаючи місцевих мешканців, водогосподарників, рибалок, фермерів, енергетиків, рятувальників та інших.

4. МОДЕЛІ СТОХАСТИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ

Невизначеність стоків зумовлює невизначеність водопостачання. Якщо постачається плановий обсяг води, то на кожну одиницю об'єму води генеруватиметься чистий виграш (benefit) B місцевої економіки. Якщо постачання планового обсягу води не здійснюється, то користувач змушений звертатися до аль-

тернативних (і дорожчих) джерел води чи скорочувати обсяги свого споживання. При цьому користувач зазнає додаткових витрат (cost) C [3, 55]. Невизначеність існує не лише для водопостачання, але й для інших видів економічної діяльності. Оскільки якість інформації, що може бути отримана про такі невизначеності, здебільшого є недостатньою для побудови відповідних розподілів імовірності, то зазвичай у стохастичній оптимізації використовують генератор випадкових сценаріїв [56]. Отже, задачу менеджменту водосховища можна звести до динамічної двоетапної моделі стохастичного програмування, де максимізується сподіваний чистий виграш

$$F(R) = \sum_{t=1}^{T} B_t R_t - \sum_{t=1}^{T} \sum_{j=1}^{N} p_{jt} C_{jt} y_{jt} \tag{3}$$

при балансових рівняннях

$$S_{jt+1} = S_{jt} - R_t + q_{jt} \tag{4}$$

для різних сценаріїв для водопотоків j та при додаткових обмеженнях для рішень y_{jt} другого кроку

$$R_t \le S_{jt} + q_{jt} + y_{jt}, \tag{5}$$

$$R_t \le R_{\max}, \;\; y_{jt} \ge 0, \;\; \forall j, t, \tag{6}$$

де F — функція (function) чистого системного виграшу, B_t — виграш у період t на одиницю водопостачання, R_t — плановий (цільовий) обсяг водопостачання, C_{jt} — втрати на одиницю водопостачання у сценарії j, y_{jt} — додатковий обсяг води, що гарантує плановий обсяг R_t водопостачання при об'ємі S_{jt} водосховища та об'ємі q_{jt} водопереносу у період t та у сценарії j, $R_{\max}$ — максимальний плановий обсяг водопостачання за один період, p_{jt} — ймовірність настання сценарію (рівня води) j, N — число всіх сценаріїв.

Зауваження 1 (модель з багатьма користувачами). У більш загальному випадку вартості B, C та змінні R управління залежать не лише від періоду t, але й від водокористувача $i = 1, \ldots, m$, де m — загальна кількість об'єктів водокористування. Наприклад, для $m = 5$ значення $i = 1$, 2, 3, 4, 5 можуть відповідати муніципальній службі, тваринницькій фермі, лісовому господарству, рослинницькій бригаді, заповідній зоні відповідно. Для $N = 5$ значення $j = 1$, 2, 3, 4, 5 можуть відповідати низькому, низькому середньому, середньому, високому середньому, високому рівню води відповідно. Щоб не використовувати додатковий індекс i у позначеннях, замість B_{it}, C_{ijt}, $\sum_i R_{it}$ введемо B_t, C_{jt}, R_t відповідно. Надалі вважатимемо, що репрезентативний водокористувач виражає інтереси всіх об'єктів водокористування.

Подамо модель (3)–(6) у формі, що включає стратегічні рішення R_t першого кроку та адаптивні рішення y_{jt} другого кроку, залежні від сценаріїв. Ці рішення зумовлюють неприйняття ризику, що характеризується мірами ризику VaR і CVaR.

Під час повеней водосховище може відігравати роль регулятора пікових значень рівня та обсягу води нижче за течією. Покажемо, що рішення R_t, $t = 1, \ldots, T$, першого кроку моделі (3)–(6) характеризуються певними квантильними індикаторами, позаяк традиційні рішення характеризуються усередненими (агрегованими) величинами і стандартними відхиленнями, застосовними тільки для нормальних розподілів. Для інших розподілів, особливо розподілів з великими хвостами, типових для екстремальних подій (скажімо, повеней, посух, ураганів тощо), традиційні оптимізаційні рішення можуть виявитися хибними з небажаними практичними наслідками.

Оскільки оптимальний розв'язок другого кроку визначається співвідношенням

$$y_{jt}^{*} = \max\{0, R_t - S_{jt} - q_{jt}\} \;\; \forall j,$$

то модель (3)–(6) є рівносильною максимізації функції очікуваного значення

$$f(R)=\sum_{t=1}^{T}[B_tR_t-EC_{jt}\max\{0,R_t-S_{jt}-q_{jt}\}],\ R_{\min}\le R_t\le R_{\max},$$

яка є увігнутою неявною функцією $R=(R_1,\ldots,R_T)$.

Покажемо на простому прикладі, що рішення R_t першого кроку, які максимізують функцію $f(R)$ — це квантилі для базового розподілу ймовірності, що гарантують робастні безпечні рівні водопостачання. Розв'язок оптимізаційної задачі (3)–(6) можна отримати відомими методами ЛП [57].

Приклад (індуковані системні безпекові обмеження). Для $T=1$ модель (3)–(6) зводиться до задачі максимізації функції очікуваного виграшу

$$f(R)=B_1R_1-C_1Ey_{j1}$$

за умов

$$R_1\le S_{j1}+q_{j1}+y_{j1},$$

$$y_{j1}\ge 0\ \ \forall j.$$

Тоді оптимальний розв'язок другого кроку визначається співвідношенням

$$y^*_{j1}=\max\{0,R_1-S_{j1}-q_{j1}\}$$

і залежить від сценарію j, а задача (3)–(6) є рівносильною максимізації неявної функції очікуваного виграшу

$$f(R)=B_1R-E\,C_{j1}\max\{0,R-S_{j1}-q_{j1}\}=B_1R+C_1\,E\min\{0,S_{j1}+q_{j1}-R\},$$

де припускається, що $C_{j1}\equiv C_1\ \forall j$, $R\equiv R_1$. Увігнута функція $f(R)$ враховує ризики постачання планового обсягу води R. Внаслідок можливого недопостачання води ця функція є негладкою функцією, що має розривні похідні (граничні залежності від R). Продемонструємо зв'язок максимізації функції $f(R)$ та мір ризику CVaR. Не вдаючись до методів негладкої оптимізації, вважаємо, що існує нескінченна кількість сценаріїв j, які характеризуються неперервною функцією $\rho(j)$ густини ймовірності. Тоді $f(R)$ є неперервно диференційованою функцією, а її максимум досягається у деякій точці $R^*>0$, де $f'(R)=0$. Можна показати, що

$$0=f'(R)=B_1-C_1\mathrm{Prob}[S_{j1}+q_{j1}\le R]\ \text{ при }\ R=R^*.$$

Іншими словами, оптимальний робастний розв'язок $R^*>0$ визначає квантиль, що задовольняє співвідношення

$$1\ge\mathrm{Prob}[S_{j1}+q_{j1}\le R^*]=\frac{B_1}{C_1}. \tag{7}$$

Отже, для $B_1<C_1$ існує додатний робастний обсяг $R_1=R^*>0$ водопостачання у період 1, який характеризується квантилем, що задовольняє співвідношення (7) з урахуванням невизначеностей об'єму S_{j1} водосховища, прогнозів q_{j1} стоків, структури агрегованих виграшу B_1 та витрат C_1. Те, що розв'язок задачі (3)–(6) визначається квантилем, є дуже важливим для управління безпекою водосховища під час екстремальних подій, бо визначення розв'язку середніми значеннями може бути оманливим. Таким чином, наведений приклад показує, що запропонована модель (3)–(6) даватиме робастні рішення менеджменту водосховища.

Розв'язки запропонованої двокрокової стохастичної оптимізаційної моделі обчислюють за допомогою швидких методів ЛП, неявно індукуючи квантильні безпекові обмеження типу (7), подібні до безпекових обмежень типу VaR для ре-

гулювання платоспроможності страхових компаній чи функціонування ядерних реакторів. Оптимальне значення функції $f(R^*)$ характеризує міру ризику CVaR [58, 59].

Зауваження 2 (загальна стохастична модель водного менеджменту). Базова структура моделі (3)–(6) зберігається у разі управління систем більш загальними системами водопостачання [2], коли замість балансових рівнянь водосховища використовують рівняння цільового водопостачання. Стохастична модель водного менеджменту полягає в максимізації цільової функції

$$f(R) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{t=1}^{T} B_{it} R_{it} - \sum_{j=1}^{N} p_{ijt} C_{ijt} y_{ijt}$$

для обмежень

$$\sum_{i=1}^{m} (R_{it} - y_{ijt}) \le S_{jt} + q_{jt},$$

$$R_{i\min} \le R_{it} \le R_{i\max}$$

$$y_{ijt} \ge 0, \ \forall i, j, t,$$

де R_{it} — цільові обсяги водопостачання для користувача $i = 1, \ldots, m$.

Зауваження 3 (мінливість витрат і виграшів). Хоча у моделі (3)–(6) використовуються середні величини для обчислення цільової функції $F(R)$ чистого виграшу, обмеження моделі індукують квантилі, важливі для врахування екстремальних подій, позаяк середні величини, дисперсії та середньоквадратичні оцінки, не враховуючи належним чином таких подій, не є робастними рішеннями. Для випадкової змінної υ її β-квантиль визначається мінімальним $h = q_\beta$, що задовольняє рівняння $H(h) \ge \beta$, де $H(h) = \text{Prob}[\upsilon \le h]$ — функція кумулятивного розподілу цієї змінної. Наприклад, для нормального розподілу медіана — це квантиль з $\beta = \frac{1}{2}$, що дорівнює сподіваному значенню випадкової величини. Проте для інших розподілів квантилі з $\beta = \frac{1}{2}$ є зовсім іншими. CvaR — це середня величина $\overline{\upsilon}_\beta$ змінної υ за умов $\upsilon \ge q_\beta$, що відповідають хвосту розподілу. У загальному випадку дискретних розподілів $p_1, \ldots, p_S$ середня величина $\overline{\upsilon}_\beta$ визначається оптимальним значенням $\max_\delta \left[\delta - \frac{1}{\beta} E \max\{0, \delta - \upsilon_s\} \right]$. Тоді в моделі (3)–(6) із змінними витратами і виграшами функцію (3) можна переписати як

$$\sum_{t=1}^{T} \left[\delta_t - \frac{1}{\beta} E \max \left\{ 0, \delta_t - \sum_{j=1}^{N} [B_{jt} u_{jt} - C_{jt} y_{jt}] \right\} \right],$$

де нові змінні δ_t рішення відповідають належним квантилям для екстремальних подій. Розв'язки подібних моделей можна отримувати за допомогою швидких методів ЛП [59].

ВИСНОВКИ

Роботу присвячено аналізу наявних моделей прогнозування, моделювання та оптимізації менеджменту водосховищ, звернено особливу увагу на переваги стохастичних оптимізаційних моделей менеджменту водосховищ багатьма користувачами за можливості екстремальних подій. Розв'язки таких стохастичних моделей можна отримувати за допомогою швидких методів лінійного програмування, використовуючи особливості сценарних прогнозів і допустимих стратегій. Наведено простий приклад, що ілюструє квантильний підхід, який передбачає поєднання стратегічних рішень, залежних від початкових умов задачі, та адаптивних рішень, залежних від нових спостережень. Запропонований підхід

дає змогу розв'язувати проблеми менеджменту водосховищ з рухомими часовими горизонтами, залежними від нових прогнозів водопотоків.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Горбачук В.М. Оптимизационные модели качества воды (по материалам IIASA). Киев: Ин-т кибернетики им. В.М. Глушкова АН УССР, 1989. 22 с. (Препринт. Ин-т кибернетики им. В.М. Глушкова АН УССР; 89–60).
2. Zhao T., Zhao J. Optimizing operation of water supply reservoir: the role of constraints. *Mathematical problems in Engineering*. Vol. 2014. ID 853186. 15 p. DOI: http://dx.doi.org/10.1155/2014/853186.
3. Huang Y., Chen X., Li Y.P., Bao A.M., Ma Y.G. A simulation-based two-stage interval-stochastic programming model for water resources management in Kaidu–Konqi watershed, China. *Journal of Arid Land*. 2012. Vol. 4, N 4. P. 390–398.
4. Alemu E.T., Palmer R.N., Polebitski A., Meaker B. Decision support system for optimizing reservoir operations using ensemble streamflow predictions. *Journal of Water Resources Planning and Management*. 2010. Vol. 137, N 1. P. 72–82.
5. Yeh W.W.G. Reservoir management and operations models: A State-of-the-art review. *Water Resources Research*. 1985. Vol. 21, N 12. P. 1797–1818.
6. Wurbs R.A. Reservoir system simulation and optimization models. *Journal of Water Resources Planning & Management.* 1993. Vol. 119, N 4. P. 455–472.
7. Labadie J. W. Optimal operation of multireservoir systems: state-of-the-art review. *Journal of Water Resources Planning and Management*. 2004. Vol. 130, N 2. P. 93–111.
8. Dias B.H., Marcato A.L.M., Souza R.C., et al. Stochastic dynamic programming applied to hydrothermal power systems operation planning based on the convex hull algorithm. *Mathematical Problems in Engineering*. 2010. Vol. 2010, Article ID 390940. 20 p. DOI: http://dx.doi.org/10.1155/2010/390940.
9. Boucher M.A., Tremblay D., Delorme L., Perreault L., Anctil F. Hydro-economic assessment of hydrological forecasting systems. *J. Hydrol*. 2012. Vol. 416–417. P. 133–144.
10. Zhao T., Yang D., Cai X., Zhao J., Wang H. Identifying effective forecast horizon for real-time reservoir operation under a limited inflow forecast. *Water Resources Research*. 2012. Vol. 48, N 1. DOI: https://doi.org/10.1029/2011WR010623.
11. Laufer F., Morel-Seytoux H.J. Optimal weekly release from a seasonal reservoir. 1. Deterministic future. *Water Resources Research.* 1979. Vol. 15, N 2. P. 383–398.
12. Stedinger J.R., Sule B.F., Loucks D.P. Stochastic dynamic programming models for reservoir operation optimization. *Water Resources Research*. 1984. Vol. 20, N 11. P. 1499–1505.
13. Loaiciga H. A., Marino M.A. Risk analysis for reservoir operation. *Water Resources Research*. 1986. Vol. 22, N 4. P. 483–488.
14. Carpenter T.M., Georgakakos K.P. Assessment of Folsom lake response to historical and potential future climate scenarios: 1. Forecasting. *J. Hydrol*. 2001. Vol. 249, N 1–4. P. 148–175.
15. Yao H., Georgakakos A. Assessment of Folsom lake response to historical and potential future climate scenarios 2. Reservoir management. *J. Hydrol*. 2001. Vol. 249, N 1–4. P. 176–196.
16. Wang F.X., Wang L., Zhou H.C., Valeriano O.C.S., Koike T., Li W.L. Ensemble hydrological prediction-based realtime optimization of a multiobjective reservoir during flood season in a semiarid basin with global numerical weather predictions. *Water Resources Research*. 2012. Vol. 48, N 7. DOI: https://doi.org/10.1002/2017WR021480.
17. Dysarz T. Control of the reservoirs system during flood: Concept of learning in multi-stage decision process. Technical Report IR-05-031, International Institute for Applied Systems Analysis, Schlossplatz 1 A-2361 Laxenburg, Austria. 2005. 43 p. URL: http://pure.iiasa.ac.at/7804.
18. Jones P.D., Murphy J.M., Noguer M. Simulation of climate change over Europe using a nested regional – climate model, I: Assessment of control climate, including sensitivity to location of lateral boundaries. *Q. J. R. Meteorol. Soc*. 1995. N 121. P. 1413–1449.

19. Murphy J. An evaluation of statistical and dynamical techniques for downscaling of local climate. *J. Clim*. 1999. Vol. 12, N 8. P. 2256–2284.

20. Bates B.C., Charles S.P., Hughes J.P. Stochastic downscaling of numerical climate model simulations. *Environ. Model. Software.* 1998. Vol. 13, Iss. 3–4. P. 325–331.

21. Prudhomme C., Reynard N.S., Crooks S. Downscaling of GCMs for flood frequency analysis: where are we now? *Hydrol. Process*. 2002. 16, P. 1137–1150. DOI: https://doi.org/10.1002/hyp.1054.

22. Prudhomme C., Jakob D., Svensson C. Uncertainty and climate change impact on the flood regime of small UK catchments. *J. Hydrol*. 2003. Vol. 277, N 1. P. 1–23.

23. Burger G. Expanded downscaling for generating local weather scenarios. *Clim. Res*. 1996. Vol. 7. P. 111–128.

24. Conway D., Jones P.D. The use of weather types and air flow indices for GCM Downscaling. *J. Hydrol*. 1998. Vol. 212–213, N 1–4. P. 348–361.

25. Sailor D.J., Hu T., Li X., Rosen J.N. A neural network approach to local downscaling of GCM output for assessing wind power implications of climate change. *Renewable Energy*. 2000. Vol. 19, Iss. 3. P. 359–378.

26. Stehlik J., Bardossy A. A multivariate stochastic downscaling model for generating daily precipitation series based on atmospheric circulation. *J. Hydrol*. 2002. Vol. 256, Iss. 1–2. P. 120–141.

27. Wilby R.L., Dawson C.W., Barrow E.M. SDSM — A decision support tool for the assessment of regional climate change impacts. *Environ. Model. Software*. 2002. Vol. 17, Iss. 2. P. 145–157.

28. Semenov M.A., Barrow E.M. Use of a stochastic weather generator in the development of climate change scenarios. *Clim. Change*. 1997. Vol. 35, N 4. P. 397–414.

29. Wilks D.S. Simultaneous stochastic simulation of daily precipitation, temperature and solar radiation at multiple sites in complex terrain. *Agric. For. Meteorol*. 1999. Vol. 96, Iss. 1–3. P. 85–101.

30. Goodsell G., Lamb R. Estimating long return period floods by continuous simulation using a stochastic rainfall generator. Report to MAFF, project FD 404. 31 p.

31. Eagelson P. Dynamics of flood frequency. *Water Resources Research*. 1972. Vol. 8, Iss. 4. P. 878–898.

32. Abbott M.B., Bathurst J.C., Cung J.A., O'Connell P.E., Rasmussen J. An introduction to the European Hydrological System-Systeme Hydrologique Europeen SHE 2: Structure of a physically-based, distributed modelling system. *J. Hydrol*. 1986. Vol. 87, Iss. 1. P. 61–77. DOI: https://doi.org/10.1029/WR008i004p00878.

33. Morris E.M. Forecasting flood flows in grassy and forecasted catchments using a deterministic distributed mathematics model. *Hydrological forecasting — Prévisions hydrologiques (Proc. of the Oxford Symposium, April 1980; Actes du Colloque d'Oxford, avril 1980):* IAHS-AISH Publ. 1980. N 129. P. 247–255. URL: http://hydrologie.org/redbooks/a129/iahs_129_0247.pdf.

34. Edward W.R., Woolhiser D.A., Smith R.E. A distributed kinematic model of upland watershed. Hydrology Paper. Colorado State University. 1977. N 93. 61 p. URL: https://mountainscholar.org/bitstream/handle/10217/61820/HydrologyPapers_n93.pdf?sequence=1.

35. Ross B.B., Contractor D.N., Shanholtz V.O. A finite element model of overland and channel flow for accessing the hydrologic impact of land use change. *J. Hydrol.* 1979. Vol. 41, Iss. 1–2. P. 11–30.

36. Jayawardena A.W., White J.K. A finite element distributed catchment model, I. Analytical basis. *J. Hydrol*. Vol. 34, Iss. 3–4. P. 269–286.

37. Laurenson E.M. A catchment storage model for runoff routing. *J. Hydrol*. 1964. Vol. 2. P. 141–163.

38. Ibbitt R.P., O'Donnell T. Fitting methods for conceptual catchment models. *J. Hydraul. Div*. 1971. Vol. 97, Iss. 9. P. 1331–1342.

39. Diskin M.H., Simpson E.S. A quasi-linear spatial distribution cell model for the surface runoff system. *Water Resource Bull*. 1978. N 14. P. 903–918.

40. Diskin M.H., Wyseure G., Feyen J. Application of a cell model to the Bellebeek watershed. *Nordic Hydrol.* 1984. Vol. 15, Iss. 1. P. 25–38.

41. Knudsen J., Thomsen A., Refsgaard J.C. WATBAL: A semi-distributed physically based hydrologic modeling system. *Nordic Hydrol*. 1986. Vol. 17, N 4. P. 347–362.

42. An European Flood Forecasting System EFFS (2003). EFFS Final Report, Project coordinator: WL | Delft Hydraulics. URL: http://effs.wldelft.nl.

43. De Roo A.P.J., Gouweleeuw B., Thielen J., Bartholmes J., Bongioannicerlini P., Todini E., Bares P.D., Horritt M., Hunter N., Beven K., Pappenberger F., Heise E., Rivin G., Hils M., Hollingsworth A., Holst B., Kwadijk J., Reggiani P., Van Dijk M., Sattler K., Sprokkereef E. Development of a European flood forecasting system. *Intl. J. River Basin Management*. 2003. Vol. 1, N 1. P. 49–59.

44. Draper A. J., Lund J. R. Optimal hedging and carryover storage value. *Journal of Water Resources Planning and Management*. 2004. Vol. 130, N 1. P. 83–87.

45. You J.Y., Cai X. Hedging rule for reservoir operations: 1. A theoretical analysis. *Water Resources Research*. 2008. Vol. 44, N 1. DOI: https://doi.org/10.1029/2006WR005481.

46. Booker J.F., O'Neill J.C. Can reservoir storage be uneconomically large? *Journal of Water Resources Planning and Management*. 2006. Vol. 132, N 6. P. 520–523.

47. Kiczko A. Multi-criteria decision support system for Siemianowka. Interim Report IR-08-026, International Institute for Applied Systems Analysis, Laxenburg, Austria. 2008.

48. Buizza R., Hollingsworth A., Lalaurette F., Ghelli A. Probabilistic predictions of precipitation using the ECMWF ensemble prediction system. *Weather and Forecasting*. 1999. Vol. 14, Iss. 2. P. 168–189.

49. Romanowicz R., Osuch M. An integrated data based mechanistic lowland catchment model for the Upper Narew. *Publs. Inst. Geophys. Pol. Acad. Sc*. 2008. E-9 (405). URL: http://adsabs.harvard.edu/abs/2009EGUGA..11.9177R.

50. Junk W.J., Bayley P.B., Sparks R.E. The flood pulse concept in river-floodplain system. *Proc. of the International Large River Symposium (LARS). Canadian Journal of Fisheries and Aquatic Sciences***.** 1989. Vol. 106. P. 110–127. URL: https://www.nrem.iastate.edu/class/assets/aecl518/Discussion%20Readings/ Junk_et_al._1989.pdf.

51. Tockner K., Malard F., Ward J.V. An extension of the flood pulse concept. *Hydrological Processes*. 2000. Vol. 14, N 16-17. P. 2861–2883.

52. Kubrak J., Okruszko T., Miroslaw-Swiatek D., Kardel I. Recognition of hydraulic conditions in the Upper Narew river system and their influence on the wetland habitats in the river valley. *Publs. Inst. Geophys. Pol. Acad. Sc*. 2005. (387). P. 209–237.

53. Okruszko T., Tyszewski S., Puslowska D. Water management in the Upper Narew valley. *Zeszyty Problemo*́*w Podstawowych Nauk Rolniczych (Pol)*. 1996. N 428.

54. IWOR Protection plan of the Narew national park. Technical report, IWOR and IMUZ, Falenty. 2000.

55. Li Y.P., Huang G.H., Nie S.L., et al. Inexact multistage stochastic integer programming for water resources management under uncertainty. *Journal of Environmental Management*. 2008. Vol. 88, Iss. 1.P. 93–107.

56. Numerical techniques for stochastic optimization. Ermoliev Y., Wets R.J-B. (Eds.) Berlin: Springer-Verlag, IIASA. 1988.

57. Горбачук В.М., Єрмольєв Ю.М., Єрмольєва Т.Ю. Двоетапна модель еколого-економічних рішень. *Вісник Одеського національного університету. Економіка*. 2016. Т. 21, Вип. 9. С. 142–147.

58. Rockafellar R.T., Uryasev S. Optimization of Conditional Value-at-Risk. *Journal of Risk*. 2000. Vol. 2, N 3. P. 21–41.

59. Ermoliev Y., von Winterfeldt D. Systemic risk and security management. *Managing Safety of Heterogeneous Systems. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems.* Ermoliev Y., Makowski M., Marti K. (Eds.). Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 2012. P. 19–49.

Надійшла до редакції 28.05.2018

Ю.М. Ермольев, Т.Ю. Ермольева, Т. Кахил, М. Оберштайнер, В.М. Горбачук, П.С. Кнопов

О МОДЕЛЯХ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ДЛЯ МЕНЕДЖМЕНТА ВОДОХРАНИЛИЩ С УЧЕТОМ РИСКОВ

Аннотация. В статье приведен обзор публикаций по менеджменту водоемов и сформулирована новая модель стохастической динамической оптимизации для управления балансами водных масс в данной области. Предлагаемый подход стохастической оптимизации допускает использование таких множественных ключевых индикаторов результативности, как производство в отрасли сельского хозяйства и энергетики, защита от наводнений и водоохрана болотистых местностей, поддержка биоразнообразия и сохранение водоема. Двухэтапная особенность предлагаемой модели индуцирует условия безопасности на водоснабжение, известные как вероятностные ограничения в стохастической оптимизации — ограничения безопасности в ядерной энергетике, ограничения устойчивости в страховом бизнесе или ограничения на условную стоимость под риском в финансах. Исходную нелинейную, невыпуклую и часто разрывную модель можно свести к задачам линейного программирования.

Ключевые слова: стохастическая оптимизация, риск, менеджмент водных ресурсов, двухэтапная задача, экстремальные события.

Yu. Ermoliev, T. Ermolieva, T. Kahil, M. Obersteiner, V. Gorbachuk, P. Knopov

ON STOCHASTIC OPTIMIZATION MODEL FOR RISK-BASED RESERVOIR MANAGEMENT

Abstract. The paper provides an overview of publications on reservoir management and formulates a novel stochastic dynamic optimization model for controlling the water mass balances in the area affected. The proposed stochastic optimization approach allows multiple key performance indicators such as agriculture and energy production, wetland water and flood protection, biodiversity preservation, and reservoir storage. A two-stage feature of the proposed model induces the safety constraints on water supply known as chance conditions in stochastic optimization – safety constraints in nuclear energy, stability constraints in insurance business, or constraints on the Conditional Value-at-Risk (CVaR) in finance. The original nonlinear, nonconvex and often discontinuous model can be reduced to linear programming problems.

Keywords: stochastic optimization, risk, water resource management, two-stage problem, extreme events.

Єрмольєв Юрій Михайлович,
академік НАН України, професор, науковий співробітник Міжнародного інституту прикладного системного аналізу, Лаксенбург, Австрія, e-mail: ermoliev@iiasa.ac.at.

Єрмольєва Тетяна Юріївна,
кандидат фіз.-мат наук, науковий співробітник програми Міжнародного інституту прикладного системного аналізу, Лаксенбург, Австрія, e-mail: ermol@iiasa.ac.at.

Кахіл Тахер,
доктор філософії, науковий співробітник програми Міжнародного інституту прикладного системного аналізу, Лаксенбург, Австрія, e-mail: kahil@iiasa.ac.at.

Оберштайнер Міхаель,
доктор філософії, директор програми Міжнародного інституту прикладного системного аналізу, Лаксенбург, Австрія, e-mail: oberstei@iiasa.ac.at.

Горбачук Василь Михайлович,
доктор фіз.-мат наук, старший науковий співробітник Інституту кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ, e-mail: GorbachukVasyl@netscape.net.

Кнопов Павло Соломонович,
чл.-кор. НАН України, професор, завідувач відділу Інституту кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ, e-mail: Knopov1@gmail.com.