

Рис. 4 Профілі концентрації речовини, які розраховані вздовж товщини полімеру за різний час контакту: 1 - 0; 2 - 0,01; 3 - 0,05; 4 - 0,1; 5 - 0,2. Час виражається в безрозмірних одиницях Dt/L^2 , при $h \rightarrow \infty$ та нескінченному об'ємі рідини

кількості дифундує речовини, яка переходить між полімерною упаковкою і рідиною.

Коли значення відношення, показаного в рівнянні (1.35) більше, ніж 0,5...0,6, то серії в рівнянні (1.33) сильно сходяться і можуть бути зведені до першого члена. Таким чином, стає:

$$\frac{M_t}{M_\infty} = 1 - \frac{8}{\pi^2} \exp\left[-\frac{\pi^2 Dt}{4L^2}\right] \quad 0,6 < \frac{M_t}{M_\infty} < 1 \quad -L < x < +L \quad (1.36)$$

Деякі профілі концентрації дифундує речовини, які утворюються вздовж товщини полімерної упаковки товщиною $2L$, з $-L < x < +L$, показані на рис. 4 із нескінченним об'ємом рідини і нескінченним значенням коефіцієнта конвекції. Показано також симетрію розподілу відносно площини $x = 0$.

Відоме також інше рішення для цієї задачі з використанням функції помилок [3-5]. Тоді кінетика переносу дифундує речовини між полімером товщиною $2L$ і рідиною нескінченного об'єму, яку настільки сильно перемішують, що коефіцієнт конвекції є нескінченним, відповідає такому виразу:

$$\frac{M_t}{M_\infty} = 2 \cdot \left[\frac{D \cdot t}{L^2} \right]^{0,5} \left[\frac{1}{\sqrt{\pi}} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \operatorname{ierfc} \frac{nL}{\sqrt{Dt}} \right] \quad (1.37)$$

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Сирохман, І. В. Товарознавство пакувальних товарів і тари: підручник [для студ. вищ. навч. закл.] / І. В. Сирохман, В. М. Завгородня. — К.: Центр учбової літератури, 2009. — 616 с.
2. Упаковка пищевых продуктов / под. ред. Р. Коулза. — С.-Перербург: Профессия, 2008. — 420 с.
3. Crank, J. The Mathematics of Diffusion, 2nd Edition. — Oxford: Clarendon Press, 1975. — 326 p.
4. Vergnaud J-M. Controlled Drug Release of Oral Dosage Forms. — New York: Ellis Horwood, 1993. — 263 p.
5. Vergnaud J-M. Liquid Transport Processes in Polymeric Materials: Modelling and Industrial Applications. - Englewood Cliffs, NJ, USA: Prentice Hall, 2005. — Chapters 1 and 13. — 652 p.

УДК: 637.1:053

СКАРБОВІЙЧУК О.М., канд. техн. наук, доцент,
 Національний університет харчових технологій, м. Київ
ФЕДОРОВ В. Г., д-р техн. наук, професор
 Уманський національний університет садівництва

ФОРМАЛІЗАЦІЯ ЗАЛЕЖНОСТІ ТЕПЛОФІЗИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЗНЕЖИРЕНОГО МОЛОКА ВІД ТЕМПЕРАТУРИ І КОНЦЕНТРАЦІЇ СЗМЗ

За результатами експериментальних досліджень методами і засобами теплотрії теплофізичних характеристик знежиреного молока на інтервалі температури від 0 до 90 °C і масової частки сухого знежиреного молочного залишку (СЗМЗ) від 0,092 до 0,5 визначені емпіричні залежності вимірюваних характеристик від температури і концентрації СЗМЗ в досліджуваній сировині.

Ключові слова: знежирене молоко, теплофізичні характеристики, теплотрія, емпіричні залежності.

$$\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x), \quad \operatorname{ierfc}(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-x^2) - x \cdot \operatorname{erfc}(x),$$

де $\operatorname{ierfc}(x)$ – це інтеграл від функції помилок.

Найцікавішим в рівнянні (1.37) є те, що воно справедливе для малих часів, для яких серією можна знехтувати. Таким чином, при малих тривалостях маємо

$$\frac{M_t}{M_\infty} < 0,5 \quad \frac{M_t}{M_\infty} = \frac{2}{L} \sqrt{\frac{Dt}{\pi}} \quad -L < x < +L \quad (1.38)$$

Рівняння (1.38) показує, що при побудові відношення M_t/M_∞ від квадратного кореню із часу виходить пряма лінія. Але необхідно приділяти велику увагу тому, що це співвідношення спостерігається тільки тоді, коли коефіцієнт конвекції є нескінченним. У разі, коли рідину сильно перемішують, цей факт зменшує цінність цього рівняння для розрахунку коефіцієнта дифузії.

Отримане рівняння (1.36) дуже корисне для визначення коефіцієнта дифузії D протягом довгого часу, якщо розглядається кількість дифундує речовини, яка переноситься.

Висновки

Результати досліджень показали, що у випадку виходу домішок з пластикової упаковки в рідину кінцевого об'єму для визначення концентрації дифундує речовини в рівновазі з рідиною в обох рівняннях (1.29) і (1.33) треба використовувати краще коефіцієнт C_{eq} , ніж C_∞ . Насправді, незалежно від значення коефіцієнту розподілу K , концентрація дифундує речовини на поверхні упаковки $C_{L,t}$ знаходиться в рівновазі в будь-який час з відповідним значенням в рідині. Із-за кінцевого об'єму рідини, концентрація в рідині збільшується з часом до її кінцевого значення, яке досягається при нескінченному часі (принаймні теоретично). Для вирішення цієї цікавої та важливої проблеми необхідно розглянути чисельну модель.

Поступила 06.2011

Довготривале і, здебільшого, багатовитратне експериментальне дослідження технологічних процесів та обладнання в харчовому виробництві є головним, а в багатьох випадках, єдиним засобом отримання необхідної інформації про досліджуваний об'єкт і його засаднича роль в галузевій науці залишиться назавжди.

Тому, виходячи із об'єктивності зазначеного, для прискорення наукових досліджень і технічного прогресу в галузі потрібно повсюдно використовувати найсучасніші засоби прискорення оброблення даних – комп'ютерні технології, за допомогою яких узагальнюються результати досліджень і розширюється коло користувачів отриманих дослідних даних. Узагальнені результати досліджень у вигляді математичних моделей придатні для подальшого комп'ютерного моделювання досліджуваних процесів і обладнання без проведення натурних експериментів. Створені програмні продукти слід використовувати не тільки для наукових досліджень, але й для навчання студентів – майбутніх фахівців. Такий підхід визначено пріоритетним напрямком «інформатизації в сфері науки, освіти і культури» в Концепції Національної програми інформатизації [1].

Важливим напрямком досліджень в харчовій галузі науки є вивчення процесів і обладнання термічного (теплого та холодильного) оброблення продуктів і сировини під час їх виробництва і зберігання. Зокрема, для виробництва концентрованого знежиреного молока, яке є сировиною для продуктів харчування, кормових засобів для телят великої рогатої худоби, медичних препаратів і технічних напівфабрикатів [2], використовуються термічні процеси для підвищення вмісту сухого знежиреного молочного залишку (СЗМЗ), де потрібно знати теплофізичні характеристики знежиреного молока різної концентрації при різних температурах для раціонального ведення процесів випаровування вологи із знежиреного молока.

Співробітниками кафедри теплотехніки НУХТ на основі малогабаритних і практично безінерційних приладів вимірювання локальної в часі і просторі густини теплового потоку створено комплексний теплотеметричний метод калориметра з направленим транзитом теплоти для вимірювання теплофізичних характеристик продуктів та матеріалів різної консистенції [3]. На дослідній установці, яка втілювала створений метод, проведено комплексне вимірювання теплофізичних характеристик: теплопровідності λ , Вт/(м·К) і об'ємної теплоємності c_v , Дж/(м³·К) знежиреного молока на інтервалах зміни температури від 0 до 90 °С і масової частки СЗМЗ від 0,092 до 0,5 [4].

Отримані результати вимірювання теплопровідності λ наведені в табл. 1.

Для визначення емпіричної функції, яка б опи-

сувала залежність цієї характеристики від обох аргументів – температури t і масової частки СЗМЗ ξ , були побудовані окремі графіки її залежності від температури і масової частки СЗМЗ, представлені на рис. 1. На верхньому графіку нанесені експериментально виміряні значення λ знежиреного молока, визначених концентрацій СЗМЗ, (кожній концентрації відповідає свій маркер) на досліджуваному інтервалі зміни температури, а на нижньому – значення цієї ж характеристики за сталих температур молока (кожній вибраній температурі відповідає свій маркер), на інтервалі зміни концентрації СЗМЗ.

Таблиця 1

Теплопровідність знежиреного молока λ , Вт/(м·К)

t, °C	Масова частка СЗМЗ					t, °C	Масова частка СЗМЗ				
	0,092	0,2	0,3	0,4	0,5		0,092	0,2	0,3	0,4	0,5
0	0,525	0,492	0,464	0,439	0,417	50	0,598	0,558	0,528	0,501	0,478
5	0,532	0,499	0,47	0,445	0,423	55	0,599	0,564	0,534	0,507	0,484
10	0,539	0,505	0,477	0,451	0,429	60	0,606	0,571	0,541	0,514	0,49
15	0,545	0,512	0,483	0,457	0,435	65	0,613	0,577	0,547	0,52	0,496
20	0,552	0,519	0,49	0,464	0,441	70	0,619	0,584	0,554	0,526	0,502
25	0,559	0,525	0,496	0,47	0,447	75	0,62	0,591	0,56	0,532	0,508
30	0,565	0,532	0,502	0,478	0,453	80	0,633	0,597	0,566	0,539	0,514
35	0,572	0,538	0,509	0,482	0,459	85	0,64	0,604	0,573	0,545	0,52
40	0,579	0,545	0,515	0,489	0,465	90	0,647	0,61	0,579	0,551	0,526
45	0,586	0,551	0,522	0,495	0,472						

Із наведених графіків видно, що теплопровідність молока з досліджуваними концентраціями СЗМЗ пропорційно збільшується з підвищенням температури, а зі збільшенням концентрації СЗМЗ – теплопровідність пропорційно зменшується.

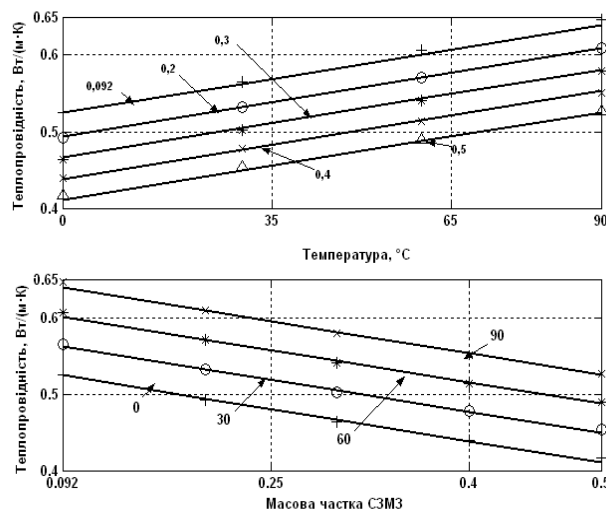


Рис. 1. Залежність теплопровідності знежиреного молока від температури і концентрації СЗМЗ

Тому для апроксимації залежності теплопровідності від температури і концентрації СЗМЗ обрано лінійну функцію двох змінних:

$$\lambda(t, \xi) = 0,201 + 1,278 \cdot 10^{-3} \cdot (t + 273) - 0,279 \cdot \xi, \quad (1)$$

де t – температура молока, °С; ξ – концентрація СЗМЗ, масова частка.

Відхилення обчислених значень теплопровідності $\lambda(t, \xi)$ за формулою (1) від отриманих експериментально не перевищує 1,5 %.

На обох графіках рис. 1 побудовано суцільні

Таблиця 2

Теплоємність знежиреного молока c , Дж/(кг·К)

t , °C	Масова частка СЗМЗ					t , °C	Масова частка СЗМЗ				
	0,092	0,2	0,3	0,4	0,5		0,092	0,2	0,3	0,4	0,5
0	3914	3566	3244	2922	2600	50	3987	3725	3483	3240	2997
5	3921	3582	3268	2954	2640	55	3994	3741	3506	3272	3037
10	3929	3598	3292	2986	2679	60	4002	3757	3530	3304	3077
15	3936	3614	3316	3017	2719	65	4009	3773	3554	3335	3117
20	3943	3630	3339	3047	2759	70	4016	3789	3578	3367	3157
25	3951	3646	3363	3081	2799	75	4023	3805	3602	3399	3196
30	3953	3661	3387	3113	2839	80	4031	3820	3626	3431	3236
35	3965	3677	3411	3145	2878	85	4036	3836	3649	3463	3276
40	3972	3693	3435	3176	2918	90	4045	3852	3673	3494	3315
45	3980	3709	3459	3208	2958						

лінії визначеної емпіричної функції $\lambda(t, \xi)$ (1) з відповідно ustalеними і змінними аргументами t і ξ , які практично збігаються з експериментально визначеними, що наочно свідчить про адекватність описання цією функцією теплопровідності знежиреного молока на зазначених інтервалах температури і концентрації СЗМЗ.

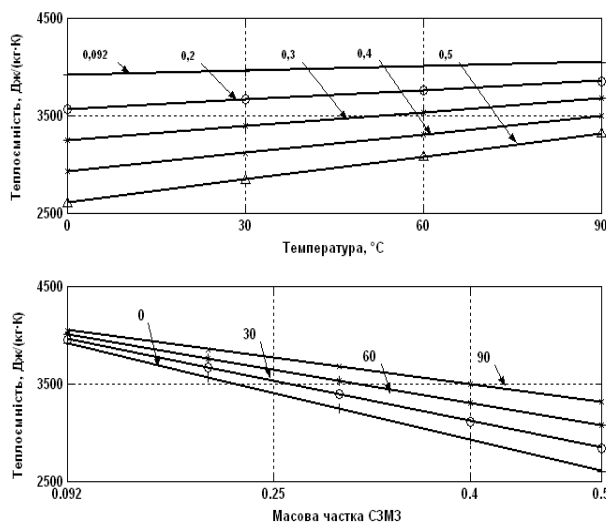


Рис. 2. Залежність теплоємності знежиреного молока від температури і концентрації СЗМЗ

Переважає більшість методик теплових розрахунків процесів і обладнання харчової промисловості використовує масову теплоємність c , Дж/(кг·К), тому, з метою спрощення використання отриманих результатів і розширення кола їх користувачів, експериментально виміряну об'ємну теплоємність c_v , Дж/(м³·К) перераховано в масову теплоємність c , Дж/(кг·К) з використанням залежності питомого об'єму молока від температури і концентрації СЗМЗ із [5], і результати наведені в табл. 2.

Для визначення характеру її залежності від температури t і концентрації СЗМЗ ξ побудовано відповідні графіки, представлені на рисунку 2. На верхньому графіку нанесені експериментальні точки теплоємності молока досліджуваних концентрацій СЗМЗ (кожній концентрації відповідає

свій маркер), коли змінюється температура молока, де очевидно, що теплоємність молока пропорційно збільшується зі збільшенням його температури і зменшується зі збільшенням концентрації СЗМЗ в молоці. Слід також зазначити, що збільшення концентрації СЗМЗ прискорює зростання теплоємності молока при збільшенні його температури. На нижньому графіку нанесені теплоємності молока фіксованих температур (для кожної температури вибрано свій маркер) при зміні концентрації СЗМЗ в ньому, де видно, що теплоємність зменшується зі збільшенням концентрації СЗМЗ і збільшується зі збільшенням температури, але збільшення температури уповільнює зменшення теплоємності зі збільшенням концентрації СЗМЗ в молоці. За наведеної поведінки теплоємності можна зробити висновок про парну взаємодію обох її аргументів. Тому для формалізації впливу температури і концентрації СЗМЗ на теплоємність молока була побудована емпірична функція, де крім лінійного впливу факторів (температури і концентрації СЗМЗ) враховується їх парна взаємодія:

$$c(t, \xi) = 4193 + 0,051 \cdot (t + 273) - 7468 \cdot \xi + 15,62 \cdot (t + 273) \cdot \xi, \quad (2)$$

Обчислені значення теплоємності $c(t, \xi)$ за формулою (2) відрізняються від отриманих в досліді більше ніж на 0,5%.

За визначеною емпіричною залежністю (2) на обох графіках рисунка 2 побудовано суцільні лінії $c(t, \xi)$, за відповідно фіксованих і змінних аргументах t і ξ , які добре збігаються з експериментальними точками, що свідчить про адекватність описання визначеною функцією (2) теплоємності знежиреного молока.

Оскільки в розрахунках теплообмінних та гідродинамічних процесів харчової промисловості значно ширше використовується теплофізична характеристика – густина ніж питомий об'єм, то використовуючи із [5] залежність питомого об'єму з нежиреного молока, було побудовано емпіричну функцію густини ρ досліджуваної сировини на визначених інтервалах зміни температури t і концентрації ξ СЗМЗ у вигляді лінійного полінома:

$$\rho(t, \xi) = 1149 - 0,531 \cdot (t + 273) + 440,67 \cdot \xi, \quad (3)$$

Відхилення обчислених значень густини $\rho(t, \xi)$ знежиреного молока за формулою (3) від обчислених за формулою із [5] не перевищує 0,35%.

Висновки. Виконані експериментальні дослідження теплофізичних характеристик знежиреного молока розширюють обсяг знань про харчові продукти, а їх формалізація розрахунковими залежностями значно спростить алгоритмізацію розрахунків при комп'ютерному моделюванні і оптимізації процесів і обладнання молочної промисловості.

Поступила 06.2011

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Концепція Національної програми інформатизації. /http://www.icyb.kiev.ua/index2.htm
2. Храмов, А.Г. Промышленная переработка вторичного молочного сырья. [Текст] / А.Г. Храмов, С.В. Василишин. – М.: ДеЛитПринт, 2003. – 100 с.
3. Федоров, В.Г. Теплометрия в пищевой промышленности [Текст] / В.Г. Федоров. – М.: Пищевая промышленность, 1974. – 176 с.
4. Пахомов, В.Н. Разработка приборов и комплексное исследование теплофизических характеристик лабильных материалов [Текст]: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Киев, 1980. – 21 с.
5. Ересько, Г.А. Исследование физических свойств молочного жира и сливок. [Текст] / Г.А. Ересько, Л.И. Работягова, В.А. Ересько, М.А. Чистякова. – «Труды ВНИИМС», 1973, Выпуск 13, С. 13–26.