

# RECOVERY OF MECHANICAL ENERGY INTO MACHINE CYCLIC ACTION

V.M. Krivorotko, K.V. Vasilkivskij, A.I. Sokolenko

National University of Food Technologies

---

## Key words:

Nergy costs  
The kinetic energy  
The dynamic load  
The laws of motion

---

## ABSTRACT

A mathematical model of the dynamics of the machine batch-moving in the gravitational field with the evaluation of a full cycle. In this dynamic influence of inertial loads and estimated value of the driving force, and the energy performance of the system — the kinetic energy. Found that the ratio of the energy parameters of the kinetic energy and the driving forces of acceleration equal to the ratio given law of motion with an amplitude  $A_0$  to the acceleration of free fall. Research carried out for sine and cosine laws, laws presented by the definition of the driving forces and kinetic energy of the moved mass and their graphic interpretation. Shown that the energy costs associated with the acceleration driven mass at the first stage, the second stage compensated, which corresponds to the energy conservation law. The possibility of implementing various laws of motion of the driven masses. In the case of significant movement of the slave masses recommended for combined traffic laws.

---

## Article history:

Received 11.02.2014  
Received in revised form 12.03.2014  
Accepted 20.03.2014

---

## Corresponding author:

vasilkivski@voliacable.com

---

# РЕКУПЕРАЦІЯ МЕХАНІЧНОЇ ЕНЕРГІЇ В МАШИНАХ ЦИКЛІЧНОЇ ДІЇ

В.М. Криворотько, К.В. Васильківський, А.І. Соколенко

Національний університет харчових технологій

У даній статті представлені результати математичного моделювання процесів переміщення вантажів в гравітаційному полі з врахуванням енергетичних трансформацій і рекуперації кінетичної енергії.

**Ключові слова:** енергетичні витрати, кінетична енергія, динаміка, навантаження, закони руху.

**Вступ.** До складу значної кількості технологічних операцій у машинах-автоматах відносять переміщення вантажів на вертикальних і горизонтальних ділянках з різними законами руху. Вибір останніх супроводжується врахуванням пропускнуої здатності, величин кінематичних параметрів, співвідношень статичних і динамічних навантажень тощо. При цьому інколи вимоги щодо вибору законів руху не співпадають, оскільки з точки зору загальних інтересів мають місце запрограмовані протиріччя. Наприклад, пропонується досягти в таких переміщеннях заданої швидкодії з обмеженням динамічних і енергетичних навантажень і разом з тим задаються певні кінцеві параметри [1].

Звичайно в процесах переміщення вантажів розрізняють перехідні режими прискореного руху, розгону, гальмування, вибігу та режими усталеного руху. При цьому швидкості переміщення можуть змінюватись в усіх названих режимах, що означає зміни рівнів кінетичної енергії тіла або сукупності тіл. Проте зміна швидкості не єдина причина зміни рівня кінетичної енергії, оскільки зміна маси також означає вплив на енергетичний потенціал [2].

**Мета досліджень.** Метою дослідження є пошук можливостей одночасного обмеження динамічних навантажень і енергетичних витрат в машинах циклічної дії. До числа важливих задач в проектуванні машинних систем відносяться задачі з обмеженням динамічних навантажень і енергетичних витрат. Їх розгляд зручно здійснювати на оцінці відповідних параметрів переміщення вантажів у гравітаційному полі за використання математичної формалізації моделей.

Відомо, що всякі переміщення вантажів супроводжуються необхідністю подолання опору середовища, сил тертя або проявів гравітаційного поля. У публікації [1] було встановлено співвідношення енергетичних параметрів у формі:

$$\frac{T_{кін}}{A_p} = \frac{A_0 \omega^2 \sin \omega t}{g}, \quad (1)$$

з якого витікає, що у випадках прискореного руху співвідношення між кінетичною енергією  $T_{кін}$  рухомої маси  $m$  і роботою  $A_p$  рушійної сили проти сил тяжіння визначається співвідношенням прискорення заданого закону з амплітудою  $A_0$  і прискорення вільного падіння.

**Матеріали та методи.** Розглянемо поетапно вертикальне переміщення маси  $m$  на висоту  $h$  у повному циклі, тобто від початку руху і до зупинки з метою обмеження енергетичних витрат і динамічних навантажень. Для прикладу зупинимось на випадку з синусоїдальним законом руху, у відповідності до якого на переміщення відводиться певний час (рис. 1).

При цьому маємо прискорення, швидкість та переміщення відповідно:

$$\ddot{y} = A_0 \sin \frac{2\pi}{T} t, \quad (2)$$

де  $t$  — плинний час, с.

$$\dot{y} = \frac{h}{T} \left( 1 - \cos \frac{2\pi}{T} t \right), \quad (3)$$

$$y = h \left( \frac{t}{T} - \frac{1}{2\pi} \sin \frac{2\pi}{T} t \right). \quad (4)$$

Записані залежності дають можливість визначити силові впливи і енергетичні параметри системи. Очевидно, що рівняння руху приводиться до силової форми

$$m \left( A_0 \sin \frac{2\pi}{T} t \right) = P_p(t) - mg, \quad (5)$$

$$P_p(t) = m \left( A_0 \sin \frac{2\pi}{T} t + g \right). \quad (6)$$

Максимальному силовому навантаженню системи відповідає найбільша величина прискорення з амплітудою

$$A_0 = \frac{2\pi h}{T^2} \quad (7)$$

і тоді

$$P_{p \max} = \frac{2m\pi h}{T^2} + mg. \quad (8)$$

Оскільки

$$\dot{y} = \frac{h}{T} \left( 1 - \cos \frac{2\pi}{T} t \right), \quad (9)$$

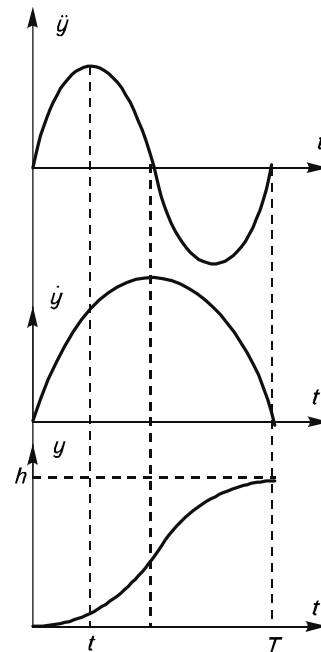


Рис. 1. Кінематичні закони переміщення вантажу

то величина плинної кінетичної енергії

$$T_{кин} = m \frac{\dot{y}^2}{2} = m \frac{h^2}{2T^2} \left(1 - \cos \frac{2\pi}{T} t\right)^2. \quad (10)$$

З графіка і формули (10) видно, що максимуму кінетичної енергії відповідає значення  $t = 0,5T$ , і при цьому

$$\dot{y}_{max} = \frac{2h}{T}. \quad (11)$$

Реалізація законів, що відповідає рис. 1, приводить до мінімізації енергетичних витрат в системі, оскільки накопичена за першу половину циклу кінетична енергія в другій його частині обмежує величину рушійної сили, оскільки

$$P_p = m \left( \frac{2\pi h}{T^2} \sin \frac{2\pi}{T} t + g \right). \quad (12)$$

За нульових значень динамічних складових прискорень рушійна сила стає найменшою і рівною статичному навантаженню  $mg$ .

За вибору на користь косинусоїдального закону у зміні прискорення одержимо залежності прискорення, швидкості та переміщення відповідно

$$\ddot{y} = \frac{h}{2} \cdot \frac{\pi^2}{T^2} \cos \frac{\pi}{T} t; \quad (13)$$

$$\dot{y} = \frac{h}{2} \cdot \frac{\pi}{T} \sin \frac{\pi}{T} t; \quad (14)$$

$$y = \frac{h}{2} \left( 1 - \cos \frac{\pi}{T} t \right); \quad (15)$$

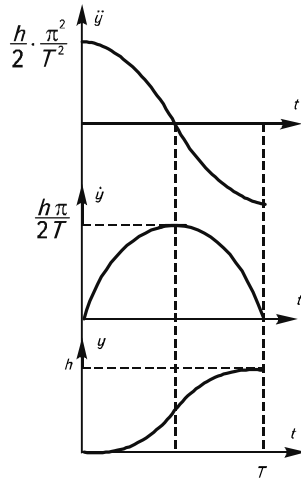


Рис. 2. Кінематичні закони переміщення вантажу з косинусоїдальним прискоренням

Графіки зміни даних кінематичних параметрів наведені на рис. 2, а рівняння руху приводиться до силової форми

$$m \left( \frac{h}{2} \cdot \frac{\pi^2}{T^2} \cos \frac{\pi}{T} t \right) = P_p(t) - mg; \quad (16)$$

Звідки рушійна сила дорівнює:

$$P_p(t) = m \left( \left( \frac{h}{2} \cdot \frac{\pi^2}{T^2} \cos \frac{\pi}{T} t \right) + g \right); \quad (17)$$

Плинна кінетична енергія системи визначається залежністю

$$T_{кин} = m \frac{h^2 \pi^2}{8T^2} \sin^2 \left( \frac{\pi}{T} t \right); \quad (18)$$

Реалізація обраних законів (синусоїдального, косинусоїдального тощо) є можливою за рахунок їх кінематичного забезпечення або за рахунок відтворення законів  $P_p = P_p(t)$ .

Звернемося до додаткового аналізу рівнянь (6) та (17), у тому числі і у їх графічному представленні. Як видно з них в обох випадках  $P_p$  представлено статичними і динамічними складовими (рис. 3 і 4).

**Результати досліджень.** Графічним виключенням параметра  $t$  (рис. 3) одержано залежність  $P_p = P_p(y)$ . На графіку виділено елементарну площу з ординатою  $P_{pi}$  та шириною  $dy$ , якою представлено роботу рушійної сили на переміщенні  $dy$ . Звідси витікає,

що за весь цикл робота рушійної сили представлена площею, яка замкнена між осями системи координат, синусоїдою та ординатою в позиції 6'. Оскільки крива залежності  $P_p = P_p(y)$  є симетричною відносно вертикальної осі в точці 3', то це означає, що робота рушійної сили за цикл становить

$$A_p = \int_0^T m \left( \frac{2\pi h}{T^2} \sin \frac{2\pi}{T} t + g \right) h \left( \frac{t}{T} - \frac{1}{2\pi} \sin \frac{2\pi}{T} t \right) dt = mgh. \quad (19)$$

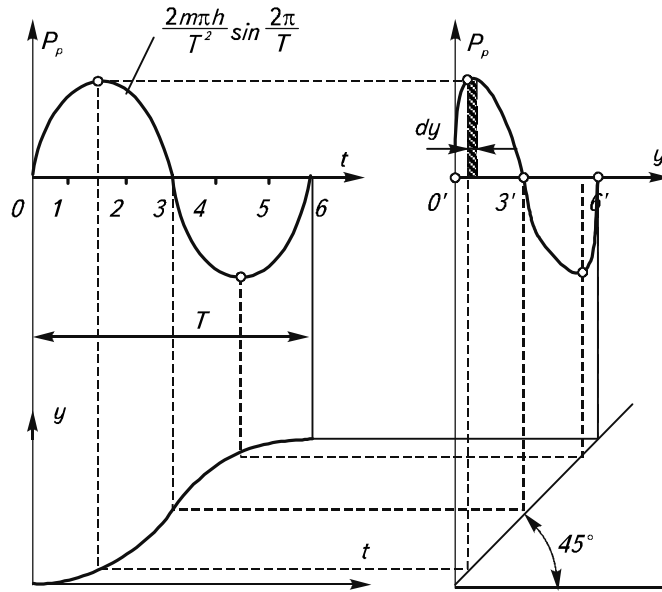


Рис. 3. Графіки по представленню залежності  $P_p = P_p(y)$

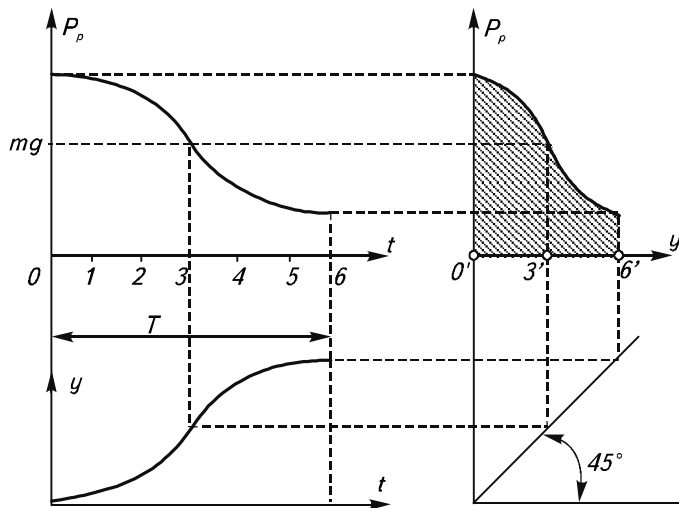


Рис. 4. Графіки по одержанню залежності  $P_p = P_p(y)$

Таким чином, енергетичні витрати, пов'язані з розгоном веденої маси до максимальної швидкості на першому етапі руху компенсуються на другому етапі, що цілком відповідає закону збереження енергії. Очевидно, що й іншим законам, в яких реалізується переміщення за цикл, має відповідати аналогічний результат (рис. 4). Звідси маємо

$$A_p = \int_0^T \frac{mh}{2} \left( \frac{h}{2} \cdot \frac{\pi^2}{T^2} \cos \frac{\pi}{T} t + g \right) \left( 1 - \cos \frac{\pi}{T} t \right) dt = mgh. \quad (20)$$

**Висновки.** Відтворення залежностей  $P_p = P_p(y)$ , за яких реалізуються обрані закони переміщення вантажів можливе, наприклад, за використання пневмоциліндрів з відповідним комп'ютерним керуванням.

Проте існує можливість розв'язання цієї частини проблеми за рахунок механічних приводів. Придатними для використання можуть бути кулачкові механізми, за допомогою яких реалізуються різні закони, комбінації з кулачкових, зубчастих або важільних механізмів тощо.

За значних величин вертикальних переміщень доцільним стає використання комбінованих законів.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Соколенко А.І. Енергетика піднімання вантажів у пакувальному обладнанні / А.І. Соколенко, М.М. Хваста, І.Ф. Максименко та ін. // Упаковка. — 2010. — № 5. — С. 37–39.
2. *Моделювання* процесів пакування: підручник / А.І. Соколенко, В.Л. Яровий, В.А. Піддубний та ін. — Вінниця: Нова книга, 2004. — 272 с.

## РЕКУПЕРАЦИИ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ В МАШИНАХ ЦИКЛИЧНОГО ДЕЙСТВИЯ

В.М. Криворотько, К.В. Васильковский, А.І. Соколенко

*Национальный университет пищевых технологий*

*В данной статье представлены результаты математического моделирования процессов перемещения грузов в гравитационном поле с учетом энергетических трансформаций и рекуперации кинетической энергии.*

**Ключевые слова:** энергетические затраты, кинетическая энергия, динамика, нагрузка, законы движения.