

УДК 681.513.5

# EXPERIMENTAL STUDIES MINIMAX CONTROL AND SURVEILLANCE, TO THE BAKING CHAMBER TEMPERATURE REGIME

O.P. Lobok, B.M. Goncharenko, A.M. Slyezenko  
National University of Food Technologies

**Key words:**

baking chamber,  
temperature,  
minimax control (evaluation),  
the quality of the transition process

**Article history:**

Received 27.06.14  
Received in revised form  
1.09.2014  
Accepted 15.10.2014

**Corresponding author:**  
goncharenkobn@i.ua

**ABSTRACT**

The solutions of optimization problems of minimax control and surveillance for multidimensional control objects in a complete and accurate, and in incomplete inaccurate measurement of the state of the object. An experimental investigation on expressions making optimal management, monitoring, state of origin and the values of the optimality criteria of the object under these conditions. Investigated for the case of admissible perturbations incomplete inaccurate measurements, calculated values of the criteria except as well the values of their upper limits. The analysis of transients matrix elements of the feedback  $R(t)$  that in both cases the object state. Proved that the appearance of these transients does not change in both coordinate measuring any change in the status of the available options. Proved that synthesizing optimal control has an additional safety factor, more of the payment.

## ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ МІНІМАКСНОГО КЕРУВАННЯ ТА СПОСТЕРЕЖЕННЯ ДЛЯ ТЕМПЕРАТУРНОГО РЕЖИМУ ПЕКАРНОЇ КАМЕРИ

О.П. Лобок, канд. фіз-мат. наук, Б.М. Гончаренко, д-р. техн. наук  
А.М. Слезенко, студент<sup>✉</sup>

Національний університет харчових технологій

Наводяться розв'язки оптимізаційних задач мінімаксного керування та спостереження для багатовимірних об'єктів керування (ОК) за умов повних і точних, а також неповних і неточних вимірювань параметрів стану об'єкта. Експериментально досліджені оптимальні керування, спостереження, стан координат та значення критеріїв оптимальності об'єкта за цих умов. Досліджені припустимі збурення для випадку неповних і неточних вимірювань, обчислені крім значень критеріїв також і значення їхніх верхніх меж. Доведено, що синтезоване оптимальне керування має додатковий запас стійкості, більший від розрахованого.

**Ключові слова:** пекарна камера, температурний режим, мінімаксне керування (оцінювання), якість перехідного процесу.

**Вступ.** Розв'язок оптимізаційної задачі мінімаксного керування лінійним багатовимірним об'єктом (температурним режимом пекарної камери) з мат моделлю за критерієм оптимальності

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) + K(t)f(t), \\ x(t_0) = Mx^0, \end{cases} \quad (1)$$

$$I(u) = \int_{t_0}^T x^T(t)G(t)x(t)dt + \int_{t_0}^t u^T(t)D(t)u(t)dt + x^T(T)Hx(T), \quad (2)$$

де  $A(t)$ ,  $B(t)$ ,  $K(t)$ ,  $M(t)$ ,  $G(t)$ ,  $D(t)$ ,  $H$  — додатно визначені симетричні вагові матриці; відносно початкових умов  $x^0$  і збурювальних чинників  $f$ , що належать до області  $S_\lambda$  у вигляді гіпереліпсоїда виду:

$$S_\lambda = \left\{ (f, x^0) : (x^0, Px^0) + \int_{t_0}^t [f(\tau), Q(\tau)f(\tau)] d\tau \leq \lambda^2(t) = \right. \\ \left. = (f, x^0) : x^{0T}Px^0 + \int_{t_0}^t f^T(\tau)Q(\tau)f(\tau)d\tau \leq \lambda^2(t), \right. \quad (3)$$

де  $\begin{cases} P = P^T > 0, \\ Q = Q^T > 0, \end{cases}$  тобто,  $P$ ,  $Q$  — додатно визначені симетричні вагові матриці з відомими

коефіцієнтами;  $\lambda(t)$  — відома скалярна функція, що визначає об'єм і динаміку зміни розміру еліпсоїда [1]; за умови вимірювання або спостереження координат його стану дає [2] оптимальне (мінімаксне) керування у вигляді зворотного зв'язку від стану ОК

$$u(t) = R(t) \cdot x(t), \quad (4)$$

де  $R(t)$  — матриця зворотного зв'язку (керування),  $x(t)$  — вектор стану об'єкта.

Матриця керування (або матриця підсилення)  $R(t)$  в оптимальному керуванні (4) визначається за співвідношенням:

$$R(t) = -\lambda^{-2}(t)D^{-1}(t)B^T(t)\psi(t), \quad (5)$$

де  $\lambda(t)$  — відома скалярна функція;  $D(t)$  — відома додатно визначена симетрична вагова матриця;  $B(t)$  — матриця коефіцієнтів математичної моделі (1);  $\psi(t)$  — спряжена матриця, яка визначається з функції Гамільтона [3].

За умови неповних і неточних вимірювань вектора стану ОК спостереження описується співвідношенням:

$$y(t) = C(t)x(t) + M(t)f_2(t), \quad (6)$$

де  $C(t)$  — матриця, яка визначає елементи вектору стану об'єкту  $x(t)$ , які вимірюються з похибками (неповно, неточно);  $f_2(t)$  — вектор похибок спостережень;  $M(t)$  — матриця коефіцієнтів при складових вектору  $f_2(t)$  похибок спостережень [4].

Оптимальне керування за цих умов визначається як:

$$u(t) = R(t)\hat{x}(t) + Q(t)y(t) \quad (7)$$

де  $R(t)$  — матриця зворотного зв'язку (матриця підсилення);  $Q(t)$  — шукана матриця коефіцієнтів при спостереженнях  $y(t)$ ;  $y(t)$  — спостереження вимірюваних координат стану об'єкта  $x(t)$ ;  $\hat{x}(t)$  — оцінки координат стану об'єкта  $x(t)$ ; на виході фільтра (Калмана-Бюсі) [5].

Оптимальне керування повинно задовольняти умову мінімізації наступного критерію:

$$J_c(u) = \sup_{(x^0, f_1, f_2) \in S_\lambda} I_c(u), \quad (8)$$

де  $I_c(u)$  — критерій (функціонал) якості.

Тепер для матриці керування або зворотного зв'язку можна одержати вирази

$$R(t) = -\lambda^{-2}(t)D^{-1}(t)B^T(t)\psi(t), \tag{9}$$

$$G(t) = S(t)C^T(t)P_2(t), \tag{10}$$

де  $\lambda(t)$  — відома скалярна функція;  $B(t)$  — матриця коефіцієнтів математичної моделі (3.58);  $G(t)$  — одна з шуканих матриць фільтра, яка визначає його структуру;  $P_2(t)$  — додатно визначена симетрична вагова матриця з відомими коефіцієнтами області допустимих збурень;  $S(t)$  — матриця, яка задовільняє певне матричне рівняння;  $\psi(t)$  — спряжена матриця.

**Постановка проблеми та аналіз останніх досягнень.** Для експериментальних досліджень наведених вище розв'язків в середовищі пакету прикладних програм Matlab було розроблене алгоритмічно-програмне забезпечення для випадків *першого* — повного і точного та *другого* — неповного і неточного вимірювання координат стану об'єкта. Лістинги основних програм для цих випадків і всіх допоміжних підпрограм (перетворення матриці в вектор, перетворення вектора в матрицю, обчислення підінтегральної функції мінімаксного критерію, еліпсоїда допустимих збурень і т.д.) наведено в [1].

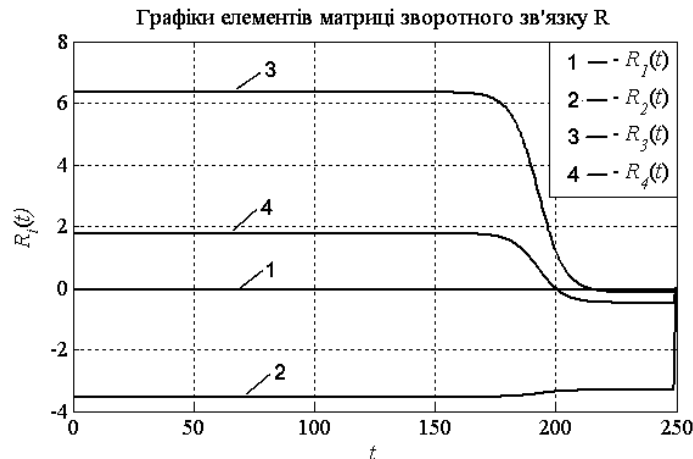
Це забезпечення дає змогу візуалізувати функціонування системи керування у вигляді графіків перехідних процесів оптимальних керувань і станів системи, елементів матриці зворотного зв'язку  $R_i(t)$ , матриці  $\psi_{ij}(t)$  (в другому випадку до перерахованих додаються ще графіки спостережень стану системи, оптимальних оцінок станів і елементів матриці  $S_{ij}(t)$ ) і досліджувати вплив цих показників на якість регулювання.

Крім того передбачено виведення мінімального значення критерію  $I(u)$  при відомих зовнішніх збуреннях, мінімального значення мінімаксного критерію  $J(u)$ , який є верхньою межею для  $I(u)$ , і значення лівої частини обмеження на допустимі збурення  $St$ . В другому випадку, крім перерахованих, додаються ще значення середньоквадратичної похибки оцінювання при відомих зовнішніх збуреннях  $\Sigma(z)$  і значення мінімаксної середньоквадратичної похибки оцінювання  $\Sigma_M(z)$ .

**Мета статті** — виклад та аналіз результатів експериментальних досліджень.

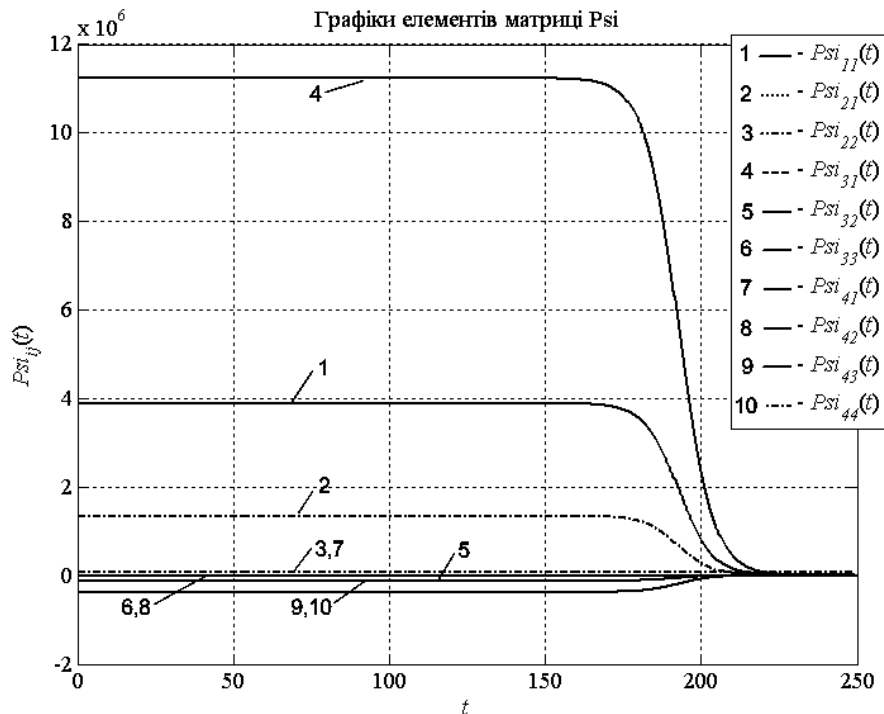
**Виклад основного матеріалу.** Аналіз перехідних процесів елементів матриці зворотного зв'язку  $R(t)$  і елементів матриці  $\psi(t)$

Графіки цих перехідних процесів наведені на рис. 1 і 2.



**Рис. 1. Графіки перехідних процесів елементів матриці зворотного зв'язку  $R(t)$**

Дані графіки слід розглядати справа ліворуч, а не навпаки, як завжди, оскільки інтегрування при розв'язанні диференціальних рівнянь відбувалось в зворотному напрямі.

Рис. 2. Графіки перехідних процесів елементів матриці  $\psi(t)$ 

Експерименти показали, що вигляд ПП не змінюється в обох випадках (повного і точного вимірювання координат стану та неповного і неточного) при зміні будь-яких з доступних для зміни параметрів: виду збурень, їх частоти або амплітуди, вагових коефіцієнтів матриць і т.д.

При цьому збільшення вагових коефіцієнтів критерію оптимальності призводить до зменшення масштабів вертикальної осі для ПП елементів матриці зворотного зв'язку  $R(t)$  і наближення ліній різних елементів, та збільшення масштабів («розширення») для ПП елементів матриці  $\psi(t)$  і віддалення ліній різних її елементів одна від одної. Має місце і зворотний процес. Відповідна зміна вагових коефіцієнтів області припустимих збурень мало змінює або взагалі не змінює вигляд і масштаб ПП.

*Аналіз перехідних процесів спостережень станів системи  $y(t)$  і оптимальних оцінок*

$\hat{x}(t)$  для випадку неповних та неточних вимірюваннях координат стану об'єкта. Графіки цих перехідних процесів фактично дають змогу наочно оцінити якість роботи мінімаксного фільтра Калмана-Бюсі.

На рисунках 3, 4 наведені графіки ПП відповідно оптимальних станів системи  $x(t)$ , спостережень  $y(t)$  і оптимальних оцінок (або відфільтрованих значень)  $\hat{x}(t)$ .

Порівняння вищенаведених графіків вказує на те, що вони є не просто подібними, а дуже близькими одне до одного як за значеннями, так і за характером перебігу. Зокрема, графіки оптимальних оцінок станів системи найближче відтворюють дійсні стани системи. Можна зробити висновок про задовільну роботу використаного фільтра і можливість його застосування для побудови оптимального мінімаксного регулятора в умовах неповноти і неточності вимірювання координат стану об'єкта.

*Аналіз перехідних процесів оптимальних керувань  $u(t)$  і відповідних їм оптимальних станів системи  $x(t)$ . Ці ПП є найважливішими показниками якості функціонування і роботи мінімаксної системи керування, і тому розглянуті.*

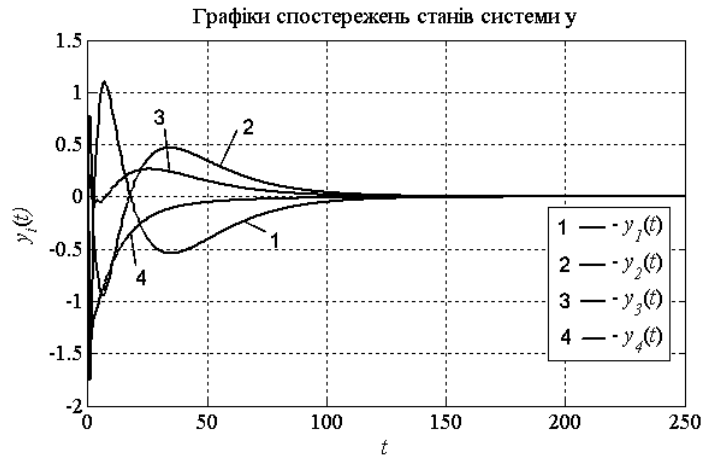


Рис. 3. Графіки перехідних процесів спостережень станів системи  $y(t)$

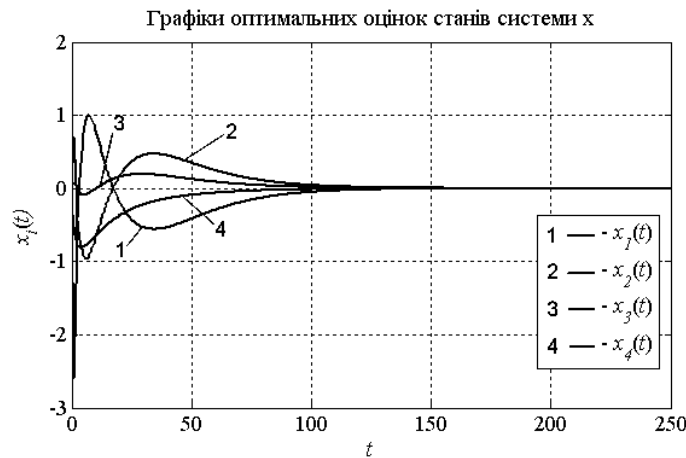
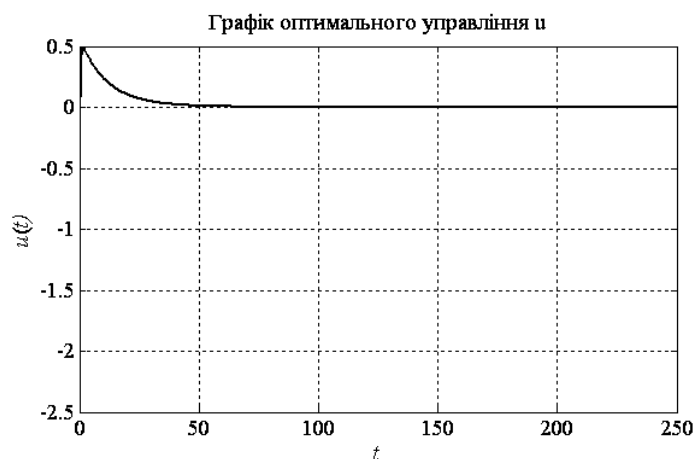


Рис. 4. Графіки перехідних процесів оптимальних оцінок станів системи  $\hat{x}(t)$

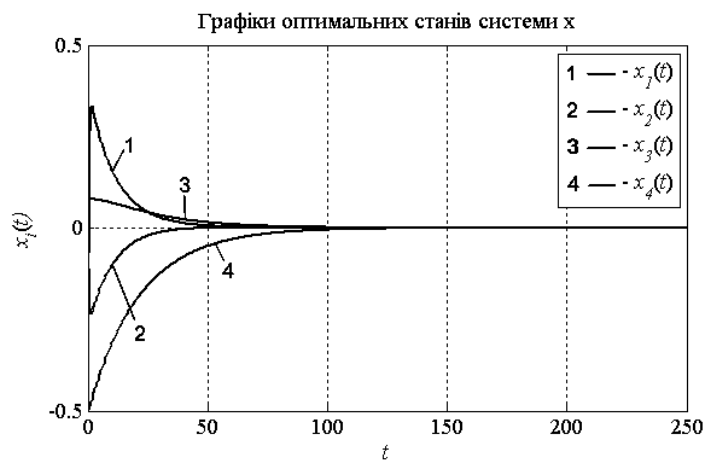
Спочатку треба вибрати певний стандарт, з яким порівнюватимуться ПП за умови змінювання різних показників. Для обох випадків такими «стандартами» є всі вагові діагональні одиничні матриці і значення збурень в початковий момент часу  $t_0 = [-0.2, 0.4, 0.1, -0.5]$ . Кінцевий момент керування  $T$  в програмі обирається залежно від вигляду ПП та їхнього затухання (найчастіше в межах 60—250). При цьому скалярна функція в рівнянні (9) є  $\lambda(t) = 2$  для випадку повних і точних вимірювань і  $\lambda(t) = 7$  для випадку неповних і неточних вимірювань.

Графіки ПП оптимальних керувань і станів системи для першого випадку наведені, відповідно, на рис. 5 і 6, а для другого випадку, відповідно, на рис. 7 і 8.

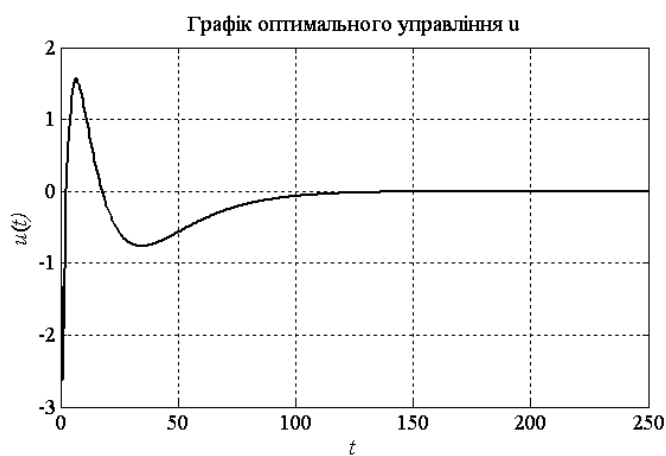
Збільшення вагових коефіцієнтів матриці  $P_0$  області припустимих збурень у випадку неповних і неточних вимірювань вже суттєво змінює вигляд і перебіг ПП оптимальних керувань і станів системи. Зокрема, при збільшенні вагових коефіцієнтів матриці  $P_0$  суттєво зростають витрати на керування і в той же час збільшується похибка функціонування системи, що особливо помітно за амплітудами ПП координат  $x_1(t)$  і  $x_2(t)$ . При цьому мінімальне значення критерію при відомих зовнішніх збуреннях  $J(u) = 56.3164$ , його верхня межа  $J(u) = 1853849.5148$ , а значення лівої частини обмеження на припустимі збурення  $St = 9.7989$ , тобто, збурення виходять за припустимі межі, але система не втрачає стійкості і має, як і в попередньому випадку, більший від розрахованого запас.



**Рис. 5. Графік перехідного процесу оптимального керування  $u(t)$  для випадку повних і точних вимірювань**



**Рис. 6. Графіки ПП оптимальних станів  $x(t)$  для випадку повних і точних вимірювань**



**Рис. 7. Графік ПП оптимального керування  $u(t)$  для випадку неповних і неточних вимірювань**



**Рис. 8. Графіки перехідних процесів оптимальних станів системи  $x(t)$  для випадку неповних і неточних вимірювань**

Види збурень, що розглядалися в усіх випадках вище, були аперіодичними експоненційно згасаючими. Проте на об'єкт можуть діяти й інші види збурень, зокрема, незгасаючі, змішані і т.д.

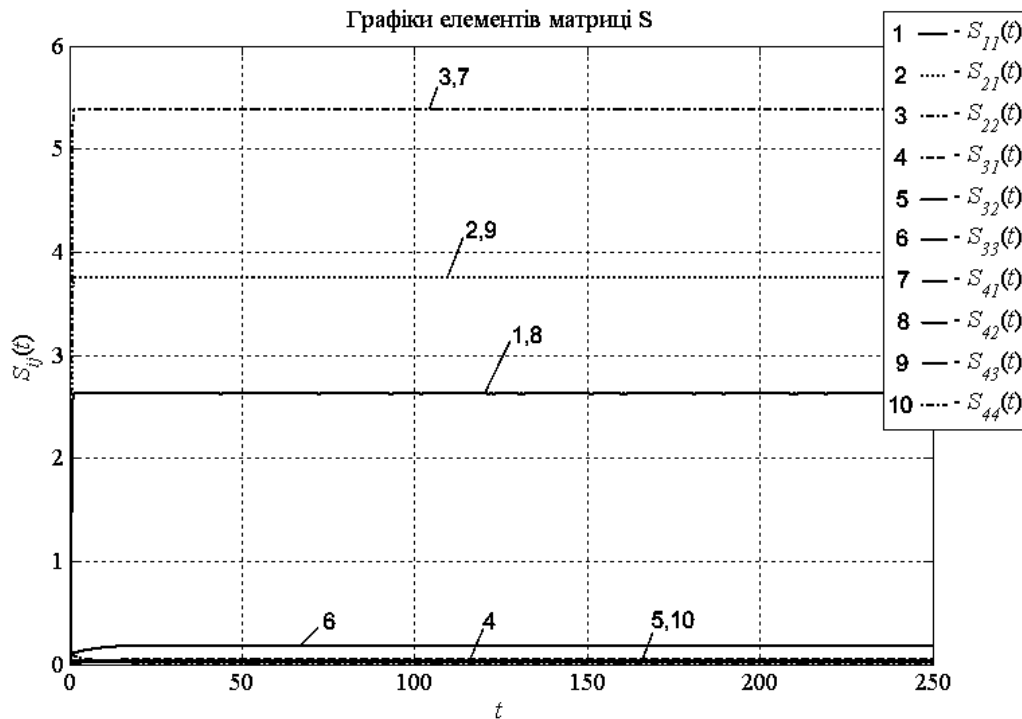
Для аналізу впливу на оптимальні керування і стани системи в обох випадках (повного і точно та неповного і неточного вимірювань) періодичних з різними амплітудою і частотою збурень розглядаються два їх види: періодичне згасаюче і незгасаюче. Передбачено збільшення в 10 разів амплітуди, відтак збільшення і зменшення в 10 разів частоти при незмінній амплітуді. Встановлено, що збільшення частоти зменшує значення критерію  $J(u)$ , а амплітуди — навпаки збільшує. При цьому збільшення частоти несуттєво зменшує в першому випадку і збільшує в другому випадку обмеження  $St$ , в той час, як збільшення амплітуди в обох випадках суттєво збільшує це значення. Навіть при виході збурень за припустимі межі якість керування (регулювання) погіршується незначно, і через деякий час відбувається вихід на стабілізоване значення (тобто, система має великий запас стійкості, більший від номінально розрахованого).

Видно, що значення верхньої межі критерію оптимальності  $J(u)$  залишається незмінним для кожного випадку (повного і точно та неповного і неточного вимірювань) при будь-яких змінах амплітуд і частот збурень та їх видів.

При *періодичних незгасаючих збуреннях* перехідні процеси, що розглядаються, при точних і повних та неточних і неповних вимірюваннях координат стану об'єкту є практично ідентичними (з різницею лише у масштабі).

*Аналіз перехідних процесів елементів матриці  $S(t)$ .* Графічне представлення перехідних процесів цієї матриці наведено на рис. 9.

Вигляд даних ПП є практично незмінним при зміні будь-яких інших з розглянутих вище показників, крім матриць  $P_0$ ,  $P_1$ ,  $P_2$  області припустимих збурень, що свідчить про стабільність структури мінімаксного фільтра і його залежність лише від зазначених матриць  $P_0$ ,  $P_1$ ,  $P_2$  (при постійних значеннях інших матриць, зокрема, матриці  $A(t)$  коефіцієнтів математичної моделі і матриці  $C(t)$  коефіцієнтів моделі спостережень)

Рис. 9. Графіки переходних процесів елементів матриці  $S(t)$ 

**Висновки.** Здійснений аналіз переходних процесів (ПП) елементів матриць зворотного зв'язку  $R(t)$  та  $\psi_i(t)$  для обох випадків вимірювання стану об'єкта, а також ПП оптимальних станів системи  $x(t)$ , спостережень  $y(t)$  і оптимальних оцінок  $\hat{x}(t)$ , щоб оцінити якість роботи мінімаксного фільтра Калмана-Бюсі. Досліджені ПП оптимальних керувань  $u(t)$  і відповідних їм оптимальних станів системи  $x(t)$ , а також область припустимих збурень у випадку неповних і неточних вимірювань, які суттєво змінюють вигляд і перебіг ПП оптимальних керувань і станів системи. Доведено, що синтезоване оптимальне керування має додатковий запас стійкості, більший від розрахованого.

### ЛІТЕРАТУРА

1. Слезенко, А.М. Дослідження оптимального мінімаксного управління лінійними динамічними системами, що функціонують в умовах невизначеності / А.М. Слезенко, О.П. Лобок // Програма і матеріали 78 міжнародної наукової конференції молодих вчених, аспірантів і студентів «Наукові здобутки молоді — вирішенню проблем харчування людства у XXI столітті», 2—3 квітня 2012р. — К.: НУХТ, 2012. — Ч. 2. — С. 316—317.
2. Лобок О.П. Синтез оптимального мінімаксного керування лінійними багатовимірними об'єктами за умови неточного і неповного їх вимірювання / О.П. Лобок, Б.М. Гончаренко, Л.Г. Віхрова // Збірник наукових праць КНТУ. Вип.26. — Кіровоград: КНТУ. 2013. — С.247—253
3. Кириченко Н.Ф. Минимаксный подход к рекуррентному оцениванию состояний линейных динамических систем / Н.Ф. Кириченко, А.Г. Наконечный // Кибернетика. — 1977. — №4. — С. 52—55.
4. Бублик Б.Н. Минимаксные оценки и регуляторы в динамических системах / Б.Н. Бублик, Н.Ф. Кириченко, А.Г. Наконечный; Академия Наук Украинской ССР, Ордена Ленина институт кибернетики. — К.: АН УССР Ин-т кибернетики, 1978. — 47с.
5. Кириченко, М.Ф. Аналітичне конструювання мінімаксних регуляторів у лінійних системах / М.Ф. Кириченко // ДАН УРСР. — 1978. — № 1.



# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ МИНИМАКСНОГО УПРАВЛЕНИЯ И НАБЛЮДЕНИЯ ДЛЯ ТЕМПЕРАТУРНОГО РЕЖИМА ПЕКАРНОЙ КАМЕРЫ

**А.П. Лобок, Б.Н. Гончаренко, А.М. Слезенко**  
*Национальный университет пищевых технологий*

*Приводятся решения оптимизационных задач минимаксного управления и наблюдения для многомерных объектов управления (ОУ) в условиях полных и точных, а также неполных и неточных измерений параметров состояния объекта. Экспериментально исследованы по выражениям решений оптимальные управления, наблюдения, состояние координат и значений критериев оптимальности объекта при этих условиях. Исследованы допустимые возмущения для случая неполных и неточных измерений, рассчитаны кроме значений критериев также и значения их верхних границ. Доказано, что синтезированное оптимальное управление имеет дополнительный запас устойчивости, больший от расчётного.*

**Ключевые слова:** пекарная камера, температурный режим, минимаксное управление (оценивание), качество переходного процесса.