

Г. А. Бондаренко, канд. техн. наук, профессор, Д. В. Будко аспирант (Сумский государственный университет, г. Сумы, Украина)

# О математическом моделировании системы воздухообеспечения промышленного предприятия

Целью работы является разработка научных подходов к математическому моделированию системы воздухообеспечения. Впервые сформулированы основные положения для построения математической модели, включающей иерархические подмодели составляющих подсистем. Предложены описания математической модели в виде систем уравнений и неравенств. Данный подход может быть использован для разработки математической модели систем снабжения воздухом промышленных предприятий.

**Ключевые слова:** система воздухообеспечения, компрессорная станция, сеть, потребители, математическая модель.

Метою роботи є розробка наукових підходів щодо математичного моделювання системи повітропостачання. Вперше сформульовані основні положення для побудови математичної моделі, що включає ієрархічні підмоделі складових підсистем. Запропоновані описи математичної моделі у вигляді систем рівнянь та нерівностей. Цей підхід може бути використаний для розробки математичної моделі систем постачання повітрям промислових підприємств.

**Ключові слова:** система повітропостачання, компресорна станція, мережа, споживачі, математична модель.

The aim of this manuscript is to create a mathematical modeling procedure of the air supply system. The authors defined basic regulations of mathematical model generation. The model includes hierarchical sub models of arranged subsystems. The mathematical model is described via equations and inequalities sets. This approach may be used in developing a mathematical model of real air supply systems.

**Keywords:** air supply system, compressor station, network, consumers, mathematical model.

## Введение

На любом промышленном предприятии используется сжатый воздух как энергоноситель для привода различных машин, механизмов, приспособлений. Доля сжатого воздуха в себестоимости продукции составляет от 10–15 % для машиностроительных предприятий до 50 % (производство пластмассовой тары). Существует мнение, что сжатый воздух стоит дешево, хотя только 10–15 % потребляемой электроэнергии тратится на совершение сжатым воздухом полезной механической работы у потребителей из-за больших потерь и непроизводительных затрат [1].

Главным фактором, который приводит к повышенным затратам энергии, является большая суточная неравномерность потребления сжатого воздуха, особенно при отсутствии или неэффективном регулировании компрессорной станции. Неравномерность потребления воздуха потребителями определяется следующим:

- неравномерностью сменной нагрузки цехов;
- неравномерностью плановой загрузки цехов;
- сезонной неравномерностью загрузки предприятия;
- неравномерностью обеспечения цехов сырьем и изделиями;
- возможностью отключения некоторых потребителей из-за отсутствия заказов на продукцию, реконструкции цехов или их участков, плановых ремонтов оборудования, аварий и т. п.

На сегодняшний день не существует расчетных методов анализа разветвленных пневмосистем. В основном проблема решается заложением значительного запаса мощности компрессорной станцией (КС), что крайне не эффективно.

Цель данной работы является минимизация затрат электроэнергии при централизованной системе воздухообеспечения промышленного предприятия на основе разработки математической модели изменения во времени нагрузки на компрессорную станцию.

## 1 Математическая модель системы воздухообеспечения промышленного предприятия

Системы воздухообеспечения промышленных предприятий, как правило, индивидуальны, что объясняется профилем деятельности, планировочными решениями предприятия, характером работы (сменность, сезонность), типом и характеристиками пневмооборудования, режимом его работы (постоянный, периодический, случайный), степенью регулирования и автоматизации и т. д. [1]. Принципы построения математических моделей в общем универсальны [2, 3], но исследование и оптимизация работы системы выполняется только для конкретной сети, которая считается заданной.

Построение математической модели системы, включает иерархические подмодели следующих подсистем:

- компрессорной станции;
- системы трубопроводов (распределения воздуха);
- потребителей сжатого воздуха.

При формулировании концептуальной модели вводится ряд допущений:

- нагрузка на КС изменяется по временным интервалам квазистационарно;
- компрессоры регулируются только методом включения-выключения;
- параметры течения по участкам сети осредненные по времени;
- потери воздуха из-за утечек принимаются нормативными;
- шероховатость труб принимаем  $Ra=50$  (после нескольких лет эксплуатации);
- базовые расчеты выполняются для средней температуры окружающей среды  $20\text{ }^\circ\text{C}$ .

В дальнейшем эти допущения могут уточняться или изменяться.

В работе приняты следующие ограничения:

- гидравлические потери давления на участке  $\Delta p_i \leq [\Delta p]$ ;
- для обеспечения работы потребителей воздуха на номинальных режимах необходимо обеспечить минимальное давление больше допустимого ( $p_{\min i} > [p_{\min}]_i$ ), и максимальное – меньше допустимого ( $p_{\max i} < [p_{\max}]_i$ );
- необходимый расход сжатого воздуха должен быть не ниже допустимой величины ( $V_{\min i} > [V]_i$ ).

Классификация параметров и переменных принята в соответствии с работой [2].

Основные параметры:  $V_n$  – нагрузка на КС – параметр, который формируется величинами:

$$V_n = V_{\text{нотр}} + V_{\text{ут}}, \quad (1)$$

где  $V_{\text{нотр}}$  – потребность предприятия в сжатом воздухе,  $\text{м}^3/\text{мин}$ ;  $V_{\text{ут}}$  – величина утечек сжатого воздуха,  $\text{м}^3/\text{мин}$ .

Параметр потребления  $V_{\text{нотр}}$  является экзогенным, то есть не связанным со свойствами системы, а таким, что задается внешними условиями колебаний нагрузки вследствие неравномерности потребления, изменений атмосферных условий и др. В общем случае нагрузка включает и суммарные потери воздуха на утечку.

Отдельные потребители называют пневмоприемниками. Это пневмооборудование и пневмоинструмент. По своим рабочим характеристикам пневмоприемники не однородны.

К пневмооборудованию относят пневмомашину, пневмоинструмент, пневмоустройства, режим работы которых постоянный или периодический (пневмоустройства конвейеров, пневматические молоты и прессы, песко-дробеструйные устройства и т. п.) Их расход определяется как сумма:

$$V_{n.об} = V_0 + V_\delta + V_c, \quad (2)$$

где  $V_0$  – постоянная, независимая от времени составляющая (например, пневмотранспорт);  $V_\delta$  – детерминированная составляющая, то есть такая, что может быть представлена последовательностью связанных величин на разных часовых интервалах;  $V_c$  – случайная составляющая от нерегулярного включения некоторых пневмоприемников с разной длительностью. К ним относятся пневмоинструменты, расход воздуха которыми определяется как вероятностная оценка, зависящая от их числа.

Обычно преимущественным является расход воздуха пневмооборудованием. При этом важно учитывать, что даже для пневмооборудования с его более-менее постоянным расходом, потребляемый расход воздуха также является экзогенной величиной, так как зависит от плановой загрузки, номенклатуры изделий и других внешних причин.

Относительно потерь воздуха в системе на утечку, которые состоят из потерь в сети и внутрицеховой разводки, то эта величина также случайна, но может быть достаточно точно определена специальным периодическим испытанием системы путем накачки этой системы и наблюдения во времени падения давления в этой системе.

Можно сформулировать следующие способы задания нагрузки:

- постоянная нагрузка (что возможно для автоматизированных технологических комплексов) – самый простой случай;
- детерминированный (периодический, не регулярный);
- случайный (с преимуществом пневмоинструментов: сборочные, механические, покрасочные цеха и др.);
- комбинированный способ.

Потребляемый расход воздуха состоит из суммы расхода цеховыми потребителями, которые в свою очередь состоят из отдельных по-

требителей (пневмоприемника). Наличие случайной составляющей в параметре нагрузки  $V_n$  вносит элемент «непрозрачности» в математическую модель. Поэтому критерий оптимизации очевидно должен содержать в себе вероятностную добавку.

К системным (изогенным) параметрам относят:

- типы, характеристики и количество компрессорных агрегатов на КС;
- типы, характеристики аппаратов подготовки сжатого воздуха (концевые охладители, влагоотделители, осушители, фильтры);
- геометрические параметры воздухораспределительной системы (по участкам: длины, диаметры, шероховатость труб, местные сопротивления);
- тепловые характеристики: способ прокладки труб, наличие теплоизоляции;
- типы, характеристики и количество пневмоприемников (по каждому потребителю).

К несистемным параметрам относятся величины потерь сжатого воздуха (утечки) по элементам, приведенные к потерям потребителей.

Переменные величины включают в себя типы и количество работающих компрессоров – регулируемая величина; атмосферные условия: барометрическое давление, температура атмосферного воздуха, влажность воздуха – нерегулируемые величины.

В соответствии с поставленной целью критерием эффективности является минимально возможная потребляемая мощность на каждом заданном временном диапазоне квазистационарной нагрузки:

$$\sum_j^m N_{\text{нотр}j} = \sum_j^m \sum_i^n N_i \Rightarrow \min, \quad (3)$$

где  $j=1 \dots m$  – номер режима;  $i=1 \dots n$  – количество работающих компрессоров;  $N_i$  – потребляемая мощность  $i$ -го компрессора;  $N_{\text{нотр}j}$  – общая потребляемая мощность работающими компрессорами на  $j$ -ом режиме.

В общем случае потребляемая мощность КС на данном режиме состоит из суммы мощностей компрессоров, работающих на номинальной нагрузке и суммы

мощностей компрессоров, работающих в режиме регулирования:

$$N_{\text{ном}pj} = \sum_i^r N_i + \sum_i^{n-r} N_i, \quad (4)$$

где  $r=1\dots n$  – количество компрессоров, работающих в режиме регулирования.

Учитывая реальные схемы систем воздухообеспечения, математическую модель в общем случае удобно представить как структуру трех соподчиненных подмоделей: «компрессорная станция», «сеть», «потребитель» (рис. 1).

Математическое описание математической модели системы воздухообеспечения промышленного предприятия состоит из описания трех подмоделей, которые взаимодействуют между собой параметрами входа-выхода.

Подмодель «компрессорная станция» предназначена для выбора наилучшей комбинации компрессоров из числа установленных (обозначим через  $K$ ) на КС для удовлетворения потребности потребителя. Если значения производительности компрессоров (в натуральном измерении), считать некоторым упорядоченным множеством  $V_i$  ( $K=1,2,3\dots$ ), при чем каждому значению присвоить порядковый номер, то математически модель можно сформулировать так: для любого значения нагрузки на КС  $V_n$ , которое задается извне, методом подбора отыскать такое подмножество  $V'_i \subset V_i$  (набор значений  $V_i$ ), которое обеспечивает максимально близкое значение их суммы к требуемой нагрузке  $V_n$ , удовлетворяя неравенству  $\sum V'_i \geq V_n$ . Поэтому, подмодель описывается системой уравнений, рекуррентных соотношений и неравенств:

$$\begin{cases} V'_{KC} = \sum_i V'_i, V'_i \subset V_i \\ N_{KC} = \sum_i N_i, N'_i \subset N_i \\ V_{KC} - V_n \geq 0 \\ 1 \leq n \leq K, (n - \text{целое число}) \\ p_{\min} \leq p \leq p_{\max} \end{cases}, (5)$$

Если компрессоры разных типоразмеров, то вместо первого уравнения необходимо построение оператора, который позволит методом перебора подобрать наилучшую комбинацию компрессоров:

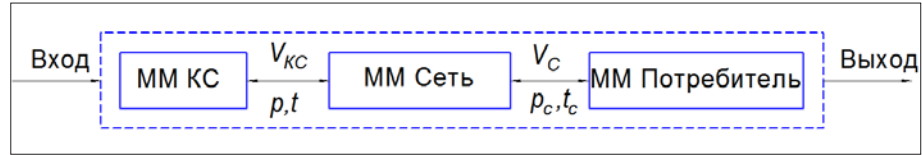


Рис. 1. Структура математической модели:

$V_{KC}$  – производительность КС,  $\text{м}^3/\text{мин}$ ;  $p, p_C$  – давление сжатого воздуха на выходе из КС и на входе в пневмоприемник потребителя соответственно, МПа;  $t, t_C$  – температура сжатого воздуха на выходе из КС и на входе в пневмоприемник потребителя соответственно,  $^{\circ}\text{C}$

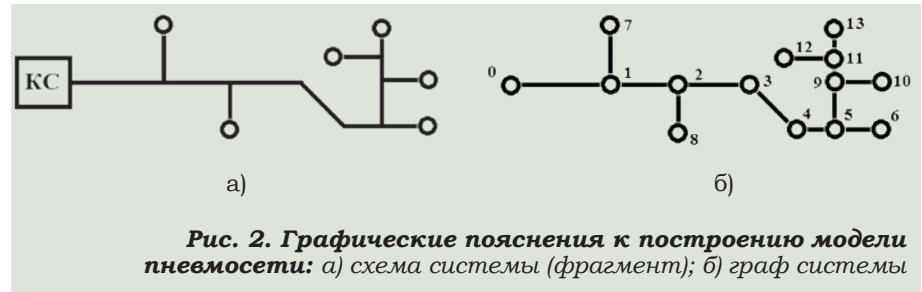


Рис. 2. Графические пояснения к построению модели пневмосети: а) схема системы (фрагмент); б) граф системы

$$V_{\Sigma}(V_1, V_2, \dots, V_i, \dots, V_K) \Rightarrow \min \Delta V, \quad (6)$$

где  $V_{\Sigma}$  – суммарная производительность работающих компрессоров,  $\text{м}^3/\text{мин}$ ;  $\Delta V = V_{KC} - V_n$  – разница между производительностью КС и потребляемым сжатым воздухом.

При этом необходимо выполнение следующих процедур:

- ранжировка значений  $V_i$  по величине;
- исключение из рассмотрения единичных значений  $V_i$ , которые заведомо превышают заданную величину  $V_n$ .

Исходными параметрами модели на каждом режиме являются номера работающих компрессоров и их характеристики  $p_i, V_i$  и  $N_i$ .

Подмодель «сеть» предназначена для определения параметров воздуха в характерных (узловых (см. рис. 2)) точках сети при каждом заданном значении параметра нагрузки  $V_n$ . Для этой цели удобно использовать положение теории графов. Разветвленная сеть представляется в виде топологического графа с многими вершинами и полюсами, соединенными между собой ребрами (линиями). Каждое ребро описывается свойствами, которые задаются. Участки сети (ребра) характеризуются длиной, постоянным диаметром трубы, шероховатостью и параметрами воздуха во входной вершине. Местные сопротивления учитываются дополнительным отрезком трубы равного гидравлического сопротивления. Вы-

числения проводятся для каждого ребра, начиная с полюса, который соответствует выходу из КС. Исходными параметрами  $i$ -того ребра являются входными параметрами ( $i+1$ ) ребра. В начале просчитывается критическая цепочка, где происходит наибольшее падение давления от гидравлических сопротивлений, а затем рассчитываются разветвления. При этом необходима проверка выполнения ограничения по максимальному гидравлическому сопротивлению.

Исходными параметрами подмодели являются давление, температура и влагосодержание сжатого воздуха на выходе из КС ( $p_{\text{вых}}, t_{\text{вых}}, d_{\text{вых}}$ ). Для каждого ребра используется решение системы уравнений с проверкой ограничений, записанных неравенствами:

$$\begin{cases} q_{12} = h_2 - h_1 \\ p_1 - p_2 = \Delta p_2 = \xi \cdot \frac{x_{12}}{D} \cdot \frac{\rho_1 w_1^2}{2} \\ \rho_1 w_1 = \rho_2 w_2 = \frac{G}{f} \\ \rho = \frac{p}{zRT} \\ q_{12} + \psi_{12} = \tilde{T}_{12} \cdot (s_2 - s_1) \\ \Delta d_i = d_a - d_i \\ p_C \geq p_{\text{ном}p} \\ \Delta p_{z\text{max}} < [\Delta p_2] \end{cases}, \quad (7)$$

где  $q_{12}$  – тепло процесса и энергия диссипации,  $\text{Дж}/\text{кг}$ ;  $h$  – энтальпия,  $\text{Дж}/\text{кг}$ ;  $s$  – энтропия,  $\text{Дж}/\text{кг}\cdot\text{K}$ ;  $p_1, p_2$  – давление воздуха в

начале и конце графа соответственно, МПа;  $\Delta p_z$  – гидравлические потери давления в трубопроводах пневмосети, МПа;  $\xi$  – коэффициент гидравлического сопротивления;  $x_{12}$  – длина графа от начала до конца, м;  $D$  – характерный линейный размер графа (диаметр), м;  $\rho_1, \rho_2$  – плотность воздуха в трубопроводе в начале и конце графа соответственно, кг/м<sup>3</sup>;  $w_1, w_2$  – скорость движения воздуха в трубопроводе в начале и конце графа соответственно, м/с;  $f$  – площадь проходного сечения трубопровода, м<sup>2</sup>;  $G$  – массовый расход воздуха, кг/с;  $\rho$  – плотность воздуха, кг/м<sup>3</sup>;  $z$  – коэффициент сжимаемости;  $p$  – давление воздуха, МПа;  $R$  – газовая постоянная для воздуха, Дж/(кг·К);  $T$  – температура воздуха, К;  $p_c$  – давление воздуха на входе в пневмоприемник потребителя, МПа;  $p_{отр}$  – давление, необходимое потребителю для нормального функционирования, МПа;  $\tilde{T}_{12}$  – средняя температура воздуха, К,  $d$  – влагосодержание, г/кг.

Потребителей сжатого воздуха можно разделить на три вида: 1) требующих постоянного давления; 2) требующих постоянного объемного расхода и 3) рабо-

тающих в ограниченном диапазоне давлений и расходов.

Наиболее распространены пневмоприемники третьего вида – к ним относятся большинство потребителей промышленных предприятий. Такие потребители могут нормально работать при пониженных давлениях, что дает определенную экономию в расходе воздуха. Если подавать воздух с большей температурой, то это повысит его работоспособность, и для выполнения той же работы можно подавать меньший расход воздуха. Эти факторы учитывает 3-е уравнение системы, которая описывает данную подмодель:

$$\begin{cases} V_n = \sum V_{np} \\ p_{\min} < p_{np} < p_{\max} \\ \Delta V = (0,002 \cdot t + 2,8 \frac{p}{p_H} - 2,83) \cdot V_n \end{cases} \quad (8)$$

## 2 Практическая апробация разработанной математической модели системы воздухообеспечения промышленного предприятия

В качестве примера приведем моделирование оптимизации ре-

жимов работы типичной компрессорной станции, схема которой приведена на рис. 3.

Компрессорная станция укомплектована винтовыми маслозаполненными компрессорами производства концерна «Укрросметалл» (табл. 1) [4]. Два агрегата ВВ50/8 являются базовыми, то есть могут запускаться не более одного раза в смену, два агрегата ВВ25/8 – резервные.

Рассмотрены три различных режима работы КС, соответствующих 1-й, 2-й и 3-й сменам.

На первой смене предприятие работает с наибольшей нагрузкой, а на второй и третьей сменах – с частичной нагрузкой, так как потребление цехами сжатого воздуха сокращается. Усредненный график нагрузки на КС по сменам приведен на рис. 4.

Анализ условий поставленной задачи показал, что из 13-ти компрессорных машин, установленных на КС, возможно составить 6227020800 вариантов комбинаций. Но согласно условиям, определяемым системой уравнений и неравенств (5), каждый из режимов работы может быть обеспечен только несколькими комбинациями работающих компрессоров (табл. 2).

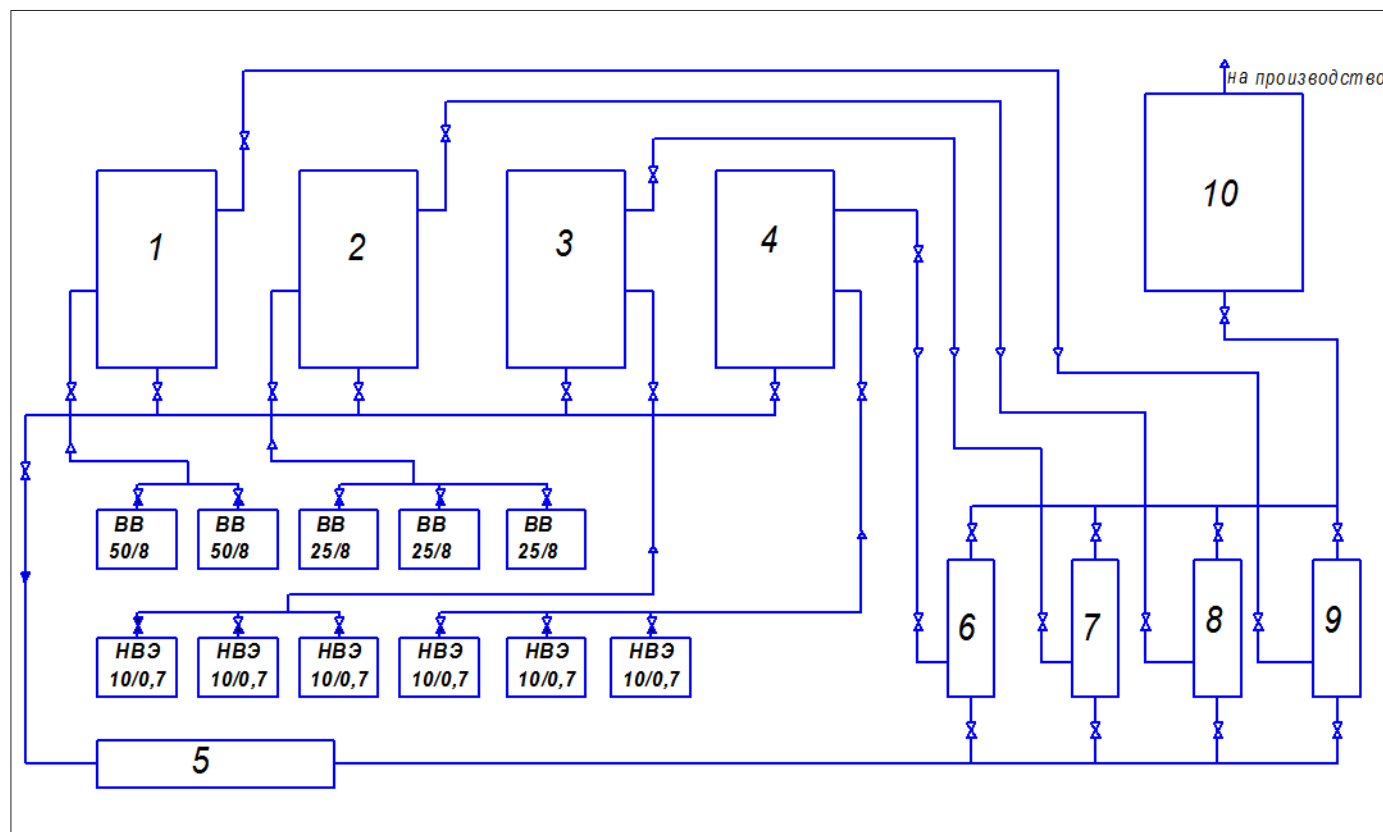


Рис. 3. Принципиальная схема компрессорной станции: 1–4 – воздухохранилища; 5 – конденсатосборник; 6–9 – влагомаслоотделители; 10 – блок подготовки сжатого воздуха; ВВ, НВЭ – винтовые компрессоры

Таблица 1. Основные характеристики оборудования компрессорной станции

	Марка компрессора	Количество, шт	Основные характеристики		
			$V$ , м <sup>3</sup> /мин	$p_p$ , МПа	$N$ , кВт
1	ВВ50/8	2	50	0,8	285
2	ВВ25/8	3	25	0,8	162
3	НВЭ10/0,7	6	10	0,8	62,2
4	ВВ25/8 (резервные)	2	25	0,8	162

Решение поставленной задачи с учётом условий выбора (3) и (6) с помощью надстройки программы Microsoft Excel 2010 для каждой смены дало результаты, представленные в табл. 3.

### Выводы

Предложена математическая модель системы воздухообеспечения промышленного предприятия, состоящая из подмоделей и элементов, каждый из которых описан системой уравнений и неравенств с соответствующими допущениями и ограничениями. Модель предназначена для расчета параметров сети и выбора рациональных режимов её работы.

На упрощенном примере системы воздухообеспечения промышленного предприятия с помощью разработанной модели проведен выбор рациональных режимов работы компрессорной станции.

Таблица 2. Возможные варианты включения компрессоров по сменам

I смена			II смена			III смена		
Варианты	$\Delta V$ , м <sup>3</sup> /мин	Потребляемая мощность $N_p$ , кВт	Варианты	$\Delta V$ , м <sup>3</sup> /мин	Потребляемая мощность $N_p$ , кВт	Варианты	$\Delta V$ , м <sup>3</sup> /мин	Потребляемая мощность $N_p$ , кВт
2x50 3x25 4x10	7	1304,8	2x50 2x25 2x10	3	1018,4	2x50	43	570
2x50 2x25 6x10	2	1267,2	2x50 1x25 5x10	8	1043	1x50 1x25	18	447
			1x50 3x25 5x10	8	1082	1x50 1x10	3	347,2
						3x25	18	486
						2x25 1x10	3	386,2
						1x25 4x10	8	410,8
						6x10	3	373,2

Примечание: в столбце «Варианты» принято обозначение количества и производительности включенных компрессоров, например 2x50 означает 2 компрессора производительность 50 м<sup>3</sup>/мин каждый.

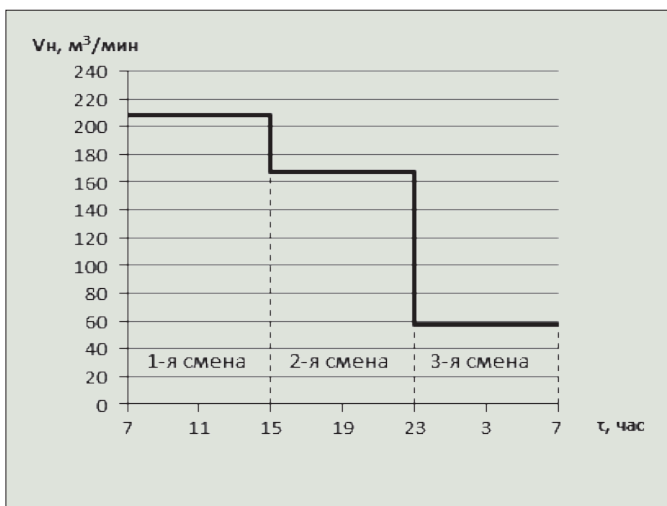


Рис. 4. График суточной нагрузки на КС

Таблица 3. Результаты поиска рациональных режимов работы КС по сменам

Номер смены	Вариант включения компрессоров	$\Delta V$ , м <sup>3</sup> /мин	Потребляемая мощность $N_p$ , кВт
1	2 × ВВ50/8, 2 × ВВ25/8, 6 × НВЭ10/0,7	2	1267,2
2	2 × ВВ50/8, 2 × ВВ25/8, 2 × НВЭ10/0,7	3	1018,4
3	ВВ50/8, НВЭ10/0,7	3	347,2

### Список литературы:

1. Бондаренко Г. А. Компрессорные станции: учебное пособие в 2-х частях. Ч. 1. Воздушные ком-

прессорные станции / Г. А. Бондаренко, Г. В. Кирик. – Сумы: Сумский государственный университет, 2012. – 344 с.

2. Пластинин П. И. Поршневые компрессоры / П. И. Пластинин. – М.: Колос, 2000. – Т. 1. – 456с.

3. Бондаренко Г. А. Основы научных исследований в энергетике: учебное пособие / Г. А. Бондаренко. – Сумы: Сумский государственный университет, 2013. – 202 с.

4. Жарков П. Е. Типоразмерный ряд винтовых воздушных компрессорных установок «НПАО ВНИИ-

компрессормаш» / П. Е. Жарков, Г. А. Бондаренко // Компрессорная техника и пневматика.м – 2002. – Вып. 9. – С. 5–9.