

УДК 519.856:658.5:004.94

О. М. Васьків

Львівська державна фінансова академія

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЗАДАЧІ ОПТИМАЛЬНОГО ПЛАНУ РОЗВИТКУ  
ВИРОБНИЦТВА ПІДПРИЄМСТВА ТА ІНФОРМАЦІЙНА ТЕХНОЛОГІЯ ЇЇ  
АВТОМАТИЗОВАНОЇ РЕАЛІЗАЦІЇ

*Розроблено математичну модель задачі оптимального плану розвитку підприємства у стохастичній постановці, запропоновано інформаційну технологію для автоматизованої реалізації цієї задачі.*

*Ключові слова: математичне моделювання, інформаційна технологія, автоматизація, модель оптимального плану розвитку виробництва, засоби стохастичного програмування.*

*Форм. 16. Рис.2. Літ.11.*

**Постановка проблеми.** Реалізація складних функцій виробничо-організаційного управління у виробничих структурах, забезпечення ефективних форм їхнього функціонування через удосконалення діяльності підприємства потребує розроблення та реалізації математичних моделей та впровадження інформаційних технологій. Застосування сучасних інформаційних технологій забезпечує швидке, якісне прийняття управлінських рішень по всіх ділянках господарювання виробничо-економічної системи. Для розв'язування задач планування господарської діяльності підприємств в умовах ринкової нестабільності та невизначеності найбільш перспективними є засоби стохастичного програмування, які дають змогу максимально враховувати мінливість української економіки.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Проблеми математичного моделювання задачі формування оптимального плану розвитку діяльності підприємств у стохастичній постановці та розробленні інформаційної технології її автоматизованої реалізації присвячені праці вітчизняних дослідників, серед яких А. Демецкі [7], М. Котляр [9], М. Лагун [10], Є. Майовець [7], Ю. Стадник [8], В. Юринець [1, 7].

**Формулювання мети дослідження.** Мета статті полягає у розробленні математичної задачі визначення обсягу виробництва продукції підприємства за умов ринкової невизначеності, методу та інформаційної технології комп'ютерної реалізації цієї задачі.

**Основні результати дослідження.** Процес становлення виробництва супроводжується освоєнням значних обсягів матеріально-технічних ресурсів, підвищення ефективності використання яких дає можливість суб'єкту господарювання, зменшуючи загальні витрати, збільшувати свій прибуток. У цьому випадку цільова функція для максимізації очікуваного прибутку від виробництва та реалізації продукції з обмеженнями матиме вигляд [1]:

$$Z_{\text{prod}}^{\text{vur}} = \sum_{j=1}^n z_{rj}^d - \left( \sum_{j=1}^n v_{zv} \cdot x_j + v_{pv} \right) \rightarrow \max, \quad (1)$$

де  $Z_{\text{prod}}^{\text{vur}}$  – прибуток, отриманий унаслідок реалізації виробленої продукції;

$z_{rj}^d$  – дохід від реалізації  $j$ -го виду продукції;

$x_j$  – кількість виробленої продукції  $j$ -го виду (шт.);

$v_{zv}$  – змінні витрати на одиницю продукції;

$v_{pv}$  – постійні витрати за досліджуваний період.

Обмеженнями у цій моделі будуть такі нерівності:

$$\sum_{j=1}^n S_{ij}^{\text{vut}} \cdot x_j \leq R_i^{\text{vur}}, \quad i = \overline{1, m}, \quad (2)$$

де  $S_{ij}^{\text{vut}}$  – норма витрат  $i$ -го виробничого ресурсу, що використовується для виробництва одиниці  $j$ -го виду продукції і залежить від кількості деталей у модельній продукції;

$R_i^{\text{vur}}$  – кількість одиниць  $i$ -го виду виробничого ресурсу на заданий період часу.

Враховуючи те, що на дохід і витрати підприємства зазвичай впливають різні випадкові фактори та те, що у практиці господарювання часто буває так, що обґрунтовані норми витрати  $S_{ij}^{\text{vut}}$  сировини відсутні, можна стверджувати, що задані величини  $z_{rj}^d$ ,  $S_{ij}^{\text{vut}}$  та  $R_i^{\text{vur}}$  є випадковими величинами і мають стохастичну природу, і лише параметри  $l_j$  і  $q_j$

$l_j \leq x_j \leq q_j, \quad x_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n}$ , які встановлюють гранично допустимі значення  $x_j$  будуть детерміновані;

$$\sum_{j=1}^n c_j^{vur} \cdot x_j \leq C_{pidp} - \sum_{j=1}^n c_{vj}^{vur}, \quad j = \overline{1, n}, \quad (3)$$

наявна величина коштів, які витрачаються на виготовлення всієї продукції, має бути не більшою від суми, яку витрачають на загальний обсяг виробничого процесу за мінусом деякої суми (резервні кошти), що підприємство відкладає для вирішення не передбачуваних ситуацій від здійснення виробничої діяльності [2],

$$z_{rj}^d + z_{in} \geq v_{pv} + v_{in}, \quad (4)$$

перевищення доходів підприємства над його витратами (сума доходу від реалізації  $j$ -го виду продукції та обсягу інших доходів від здійснення господарської діяльності у наступному розрахунковому періоді має бути більша рівна сумі постійних витрат (величини постійних витрат  $v_{pv}$  підприємства у разі здійснення виробничої діяльності у певному періоді розраховують як суму виробничих витрат підприємства  $v_{vurj}$ , адміністративних витрат від діяльності  $v_{adm}$  та витрат на реалізацію продукції  $v_{rpj}$ ) пов'язані із здійсненням виробничої діяльності у досліджуваному періоді та обсягу інших витрат від діяльності підприємства у наступному періоді).

Отже, модель діяльності підприємства за критерієм максимізації прибутку можна записати так:

$$Z_{prod}^{vur} = \sum_{j=1}^n z_{rj}^d - \left( \sum_{j=1}^n v_{zv} \cdot x_j + v_{pv} \right) \rightarrow \max, \quad (5)$$

$$\sum_{j=1}^n S_{ij}^{vut} \cdot x_j \leq R_i^{vur}, \quad (6)$$

$$\sum_{j=1}^n c_j^{vur} \cdot x_j \leq C_{pidp} - \sum_{j=1}^n c_{vj}^{vur}; \quad (7)$$

$$z_{rj}^d + z_{in} \geq v_{pv} + v_{in}, \quad (8)$$

$$x_j \geq 0, \quad l_j \leq x_j \leq q_j. \quad (9)$$

Задача визначення оптимального плану розвитку виробництва підприємства може бути записана у вигляді задачі стохастичного програмування [1; 3; 6].

Величина  $Z_{prod}^{vur}$  залежить від керованих змінних, тому задача полягає в знаходженні найкращого розподілу цієї величини, а критерієм визначення оптимального розв'язку задачі є максимізація її математичного сподівання

$$Z_{prod}^{vur} = \sum_{j=1}^n \bar{z}_{rj}^d - \left( \sum_{j=1}^n v_{zv} \cdot x_j + v_{pv} \right) \rightarrow \max, \quad (10)$$

де  $\bar{z}_{rj}^d$  – математичне сподівання випадкової величини  $z_{rj}^d$ .

Збільшення випуску продукції відбувається за експоненціальним законом розподілу неперервної випадкової величини  $x_j(t) = 1 - e^{-\lambda \cdot t_j}$ , задачу з імовірнісними обмеженнями

розглядаємо в постановці  $P \left[ \sum_{j=1}^n S_{ij}^{vut} \cdot x_j + 1 \leq R_i^{vur} \right] \geq \beta$  [4; 5] із врахуванням статистичних характеристик випадкових величин та врахувавши вираз математичного сподівання експоненціальної функції  $\bar{Y}_i \geq \frac{1}{\ln \frac{1}{\beta}}$  для  $P[\bar{Y}_i \geq 1] \geq \beta$ , зробивши деякі перетворення, економіко-

математична модель розвитку виробництва підприємства за критерієм максимізації математичного сподівання матиме вигляд [6]:

$$Z_{\text{prod}}^{\text{vur}} = \sum_{j=1}^n z_{rj}^d \cdot \exp\left(-\frac{1}{\ln \frac{1}{\beta}}\right) - \left(\sum_{j=1}^n v_{zv} \cdot x_j + v_{pv}\right) \rightarrow \max, \quad (11)$$

за наявності таких обмежень

$$\left(\sum_{i=1}^n \bar{s}_{ij}^{\text{vut}} \cdot x_j + \frac{1}{\ln \frac{1}{\beta}} + 1 + \delta_i \leq \bar{R}_i^{\text{vur}}\right) \geq \beta, \quad j = \overline{1, n}, \quad (12)$$

$$\sum_{j=1}^n c_j^{\text{vur}} \cdot x_j \leq C_{\text{pidp}} - \sum_{j=1}^n c_{vj}^{\text{vur}}, \quad (13)$$

$$z_{rj}^d \cdot \exp\left(-\frac{1}{\ln \frac{1}{\beta}}\right) + \bar{z}_{in} \geq v_{pv} + \bar{v}_{in}, \quad (14)$$

$$x_j \geq 0, \quad 1_j \leq x_j \leq q_j, \quad (15)$$

де  $\beta$  ( $0 \leq \beta \leq 1$ ) – деякий заданий параметр [3];

$\sum_{j=1}^n \bar{s}_{ij}^{\text{vut}} \cdot x_j + 1$  – споживана кількість ресурсу, яка розрахована за математичним сподіванням норм витрат;

витрат;

$\frac{1}{\ln \frac{1}{\beta}}$  – додаткова кількість ресурсу, викликана ймовірнісним характером норм витрат і ресурсу;

$\delta_i$  – залишковий ресурс.

При закупівлі великої кількості ресурсів підприємство має можливість випускати великі партії продукції без переналагодження устаткування, що значно знижує її собівартість і дає можливість виконати замовлення споживачів. Придбання великої кількості ресурсів потребує вкладання великих коштів, наявності великих складських приміщень, що теж потребує вкладання значних інвестицій, а також зростають витрати на зберігання ресурсів.

Збільшення кількості виробничих запасів може означати їхнє накопичення внаслідок наявності неліквідів, свідомого накопичування у зв'язку зі збоями в постачанні, інфляційними процесами та з інших причин. Це призводить до втрат споживчих властивостей продукції внаслідок неякісної сировини, зниження цін, збитків [9].

Підприємство може закуповувати для виробничої діяльності ресурси у невеликій кількості, що веде за собою виробництво невеликих партій товару, а також є і позитивні фактори такі як: зменшення сум інвестицій, пов'язаних із придбанням ресурсів, зниження потреби в складських площах, зменшення витрат на зберігання запасів ресурсів.

Зменшення кількості вкладень у виробничі запаси може призвести до дефіциту окремих видів сировини і перебоїв у процесі виробництва, недовантаження виробничих потужностей, падіння обсягів виробництва й реалізації, збитків [9].

Наявність запасів сировини та матеріалів варто оцінити з погляду їх необхідності, тобто відповідність кількості запасів на складах їх нормативній потребі. Норматив запасів сировини та матеріалів може бути визначений на основі виробничої потреби і страхового запасу. Виробнича потреба в сировині та матеріалах розраховується відповідно до виробничої програми, що визначається попитом та виробничою потужністю підприємства. Страховий запас визначається тривалістю виробничого циклу й умовами постачання (рис. 1) [10].



Рис. 1. Оцінка необхідності сировини та матеріалів для виробничого процесу підприємства [10]

При наявності залишкової сировини та матеріалів необхідно визначити ціну кожного виду сировини і тільки тоді можна виявити суму, яку суб'єкт господарювання затратив на придбання залишкової сировини.

Величини очікуваних залишків ресурсів, що використовуються у виробництві продукції  $j$ -го виду, записуються як різниця між обсягом надходження  $i$ -го виду ресурсу та витратами  $i$ -го виду ресурсу за розрахунковий період, додаючи фактичний залишок ресурсу  $i$ -го виду, що йде на виробництво продукції. Дані про фактичний залишок можна одержати з із результатів опису ресурсу на складах.

Враховуючи нерівність, що визначає математичне сподівання експоненціального закону  $\bar{Y}_i \geq \frac{1}{\ln \frac{1}{\beta}}$ , фактичний залишок ресурсу  $i$ -го виду на початок планового періоду, в якому

визначається потреба в ресурсу та обмеження (12-15), економіко-математичну модель за критерієм залишкового ресурсу можна записати наступним чином [11]:

$$\left( \bar{R}_i^{\text{vur}} - \sum_{j=1}^n \bar{S}_{ij}^{\text{vut}} \cdot x_j - 1 - \frac{1}{\ln \frac{1}{\beta}} + \delta_i^{\text{fak}} \right) \rightarrow \min, \quad (16)$$

де  $\delta_i^{\text{fak}}$  – фактичний залишок ресурсу.

Задача оптимального розвитку виробництва була реалізована для приватного підприємства «ІГНАРТ», що функціонує у м. Львові, яке з року в рік розширює обсяги своєї діяльності, залучаючи додаткові ресурси та реалізуючи виготовлену продукцію. Залучення сировини відбувається на виробництво продукції, яка класифікується на взуття жіноче. На підставі даних асортименту продукції, обсягів реалізації продукції та ринкової ціни в попередньому періоді, витрат ресурсів на виготовлення одиниці продукції було розраховано обсяги виробництва продукції підприємства та залишковий ресурс у досліджуваному періоді.

Побудову розв'язків математичної моделі (11-16) можна знайти, використовуючи пакет прикладних програм для математичних обчислень MathCad 2000 Professional. Використання MathCad дає можливість отримати розв'язок у вигляді матриці, яка містить шукані значення ( $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ ) та розрахувати максимальне значення цільової функції і під час автоматизованої реалізації задачі отримуємо наступні результати:

$$j := 0 \dots 9$$

$$\left( \begin{array}{l} 990 \cdot x_1 + 855 \cdot x_2 + 820 \cdot x_3 + 790 \cdot x_4 + 726 \cdot x_5 + \\ + 870 \cdot x_6 + 690 \cdot x_7 + 500 \cdot x_8 + 720 \cdot x_9 + 570 \cdot x_{10} \end{array} \right) \cdot \exp \left( - \frac{1}{\ln \frac{1}{0,6}} \right) - 35400 \rightarrow \max$$

$$x_1 := 84, x_2 := 63, x_3 := 84, x_4 := 84, x_5 := 105, \\ x_6 := 147, x_7 := 189, x_8 := 189, x_9 := 210, x_{10} := 210.$$

Given

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0, x_5 \geq 0, x_6 \geq 0, x_7 \geq 0, x_8 \geq 0, x_9 \geq 0, x_{10} \geq 0$$

$$\begin{aligned} (0,14x_1 + 0,13x_2 + 0,12x_3 + 0,21x_4 + 0,17x_5 + 0,19x_6 + 0,18x_7 + 0,17x_8 + 0,16x_9 + 0,20x_{10} + 45,792 \leq 421) &\geq 0,6 \\ (0,16x_1 + 0,18x_2 + 0,21x_3 + 0,22x_4 + 0,14x_5 + 0,18x_6 + 0,19x_7 + 0,21x_8 + 0,17x_9 + 0,22x_{10} + 34,092 \leq 729) &\geq 0,6 \\ (0,15x_1 + 0,17x_2 + 0,19x_3 + 0,20x_4 + 0,19x_5 + 0,20x_6 + 0,18x_7 + 0,19x_8 + 0,18x_9 + 0,21x_{10} + 78,092 \leq 489) &\geq 0,6 \\ (0,17x_1 + 0,18x_2 + 0,16x_3 + 0,18x_4 + 0,20x_5 + 0,22x_6 + 0,17x_7 + 0,20x_8 + 0,19x_9 + 0,10x_{10} + 58,792 \leq 425) &\geq 0,6 \\ (0,21x_1 + 0,17x_2 + 0,15x_3 + 0,18x_4 + 0,19x_5 + 0,17x_6 + 0,19x_7 + 0,19x_8 + 0,20x_9 + 0,21x_{10} + 25,592 \leq 589) &\geq 0,6 \\ (0,14x_1 + 0,13x_2 + 0,12x_3 + 0,21x_4 + 0,17x_5 + 0,16x_6 + 0,18x_7 + 0,19x_8 + 0,18x_9 + 0,20x_{10} + 45,792 \leq 300) &\geq 0,6 \\ (0,16x_1 + 0,18x_2 + 0,21x_3 + 0,22x_4 + 0,14x_5 + 0,19x_6 + 0,19x_7 + 0,18x_8 + 0,16x_9 + 0,23x_{10} + 34,992 \leq 809) &\geq 0,6 \\ (0,15x_1 + 0,17x_2 + 0,19x_3 + 0,20x_4 + 0,19x_5 + 0,17x_6 + 0,17x_7 + 0,20x_8 + 0,19x_9 + 0,21x_{10} + 78,092 \leq 679) &\geq 0,6 \\ (0,17x_1 + 0,18x_2 + 0,16x_3 + 0,18x_4 + 0,20x_5 + 0,18x_6 + 0,19x_7 + 0,22x_8 + 0,19x_9 + 0,20x_{10} + 58,792 \leq 315) &\geq 0,6 \\ (0,21x_1 + 0,17x_2 + 0,15x_3 + 0,18x_4 + 0,19x_5 + 0,19x_6 + 0,10x_7 + 0,18x_8 + 0,17x_9 + 0,19x_{10} + 25,592 \leq 510) &\geq 0,6 \end{aligned}$$

$$x_1 \leq 96, x_2 \leq 78, x_3 \leq 90, x_4 \leq 105, x_5 \leq 118,$$

$$x_6 \leq 156, x_7 \leq 206, x_8 \leq 199, x_9 \leq 215, x_{10} \leq 211,$$

$$990 \cdot x_1 + 855 \cdot x_2 + 820 \cdot x_3 + 790 \cdot x_4 + 726 \cdot x_5 + 870 \cdot x_6 + 690 \cdot x_7 + \\ + 500 \cdot x_8 + 720 \cdot x_9 + 570 \cdot x_{10} \leq 1570000 - 65930$$

$$(990 \cdot x_1 + 855 \cdot x_2 + 820 \cdot x_3 + 790 \cdot x_4 + 726 \cdot x_5 + 870 \cdot x_6 + 690 \cdot x_7 +$$

$$+ 500 \cdot x_8 + 720 \cdot x_9 + 570 \cdot x_{10}) \cdot \exp \left( - \frac{1}{\ln \frac{1}{0,6}} \right) + 109394 \geq 36650 + 172750$$

$$O := \text{Maximize}(f1, x1, x2, x3, x4, x5, x6, x7, x8, x9, x10)$$

$$f1(O_0, O_1, O_2, O_3, O_4, O_5, O_6, O_7, O_8, O_9) = 9,745 * 10^4$$

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 74 \\ 1 & 47 \\ 2 & 69 \\ 3 & 68 \\ 4 & 89 \\ 5 & 156 \\ 6 & 206 \\ 7 & 199 \\ 8 & 215 \\ 9 & 211 \end{pmatrix}$$

Економічний ефект від впроваджені задачі склав:  $x_1$  – 74 шт.,  $x_2$  – 47 шт.,  $x_3$  – 69 шт.,  $x_4$  – 68 шт.,  $x_5$  – 89 шт.,  $x_6$  – 156 шт.,  $x_7$  – 206 шт.,  $x_8$  – 199 шт.,  $x_9$  – 215 шт.,  $x_{10}$  – 211 шт. для отримання максимального прибутку та мінімального залишкового ресурсу у розмірі 974,50 тис. грн. та 99,29 нат. од. відповідно.

Порівняння розрахованих та початкових результатів випуску продукції підприємством подано на рис. 2.

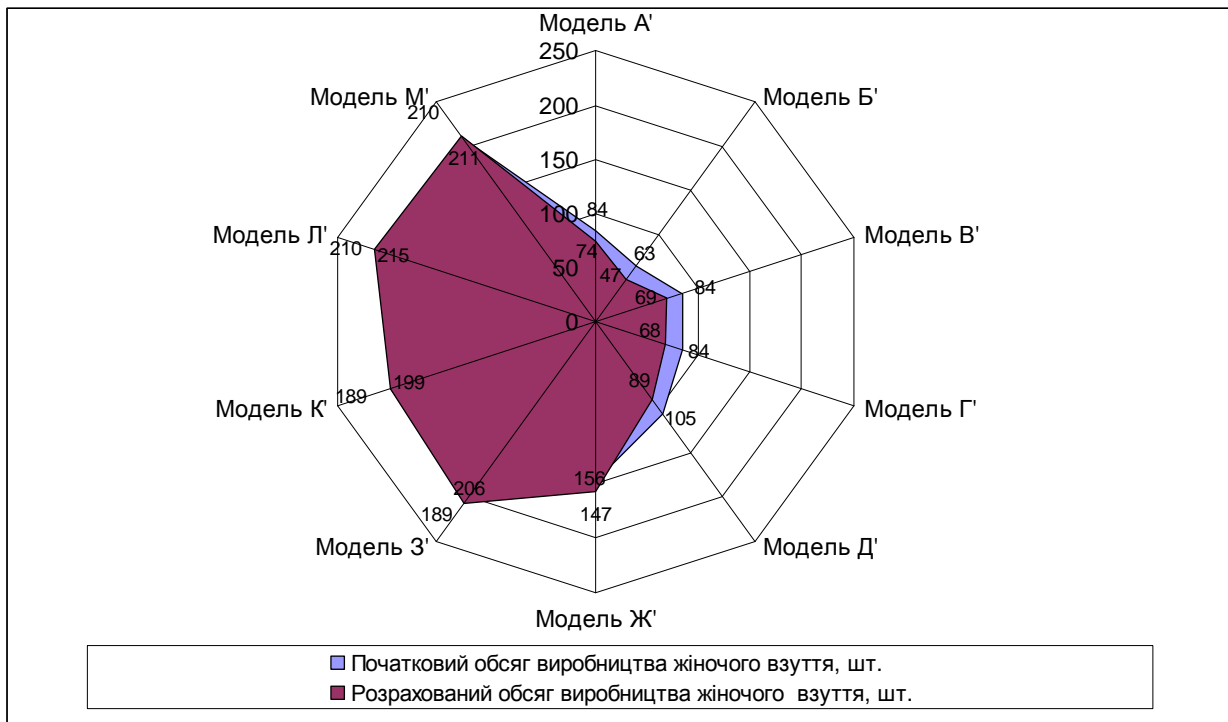


Рис. 2. Початкові та розраховані обсяги виробництва продукції підприємством

Як видно з рис. 2., виробництво жіночого взуття, а саме моделей Ж', З', К', Л' та М' потрібно виробляти у більшій кількості в порівнянні з початковим обсягом виробництва жіночої продукції.

**Висновки.** Використання розробленої інформаційної технології для автоматизованої реалізації задачі оптимального розвитку виробництва підприємства у стохастичній постановці підтверджує ефективність запропонованого підходу та дає можливість підприємству збільшувати обсяг виробництва та реалізації продукції, отримувати максимальний прибуток та раціонально використовувати сировину у виробництві продукції, збалансовувати усі ланки виробничого процесу та сформувані загальний результат для досягнення найкращих економічних показників.

1. Юринець В. Є. Оптимальне використання ресурсів за умов невизначеності / В. Є. Юринець, О. М. Васьків // Вісник Львівської державної фінансової академії. – 2006. – № 10. – С. 365 – 371.
2. Васьків О. М. Інформаційна технологія комп'ютерної реалізації стохастичної моделі оптимального використання ресурсів / О. М. Васьків // Тези доповідей Міжнародної науково-практичної конференції „Інформаційні технології в освіті, науці і техніці” (ІТОНТ-2012) (м. Черкаси, 25-27 квітня 2012 р.) – Черкаси: Вид-во редакційно-видавничий центр ЧДТУ, 2012. – Т. 1. – 195 с. (С. 158-160).
3. Васьків О. М. Математична модель процесу розвитку виробничої діяльності підприємства в невизначеному ринковому середовищі / О. М. Васьків // Статистична оцінка соціально-економічного розвитку: Зб. наук. праць. – 2010. – С. 205 – 207.
4. Васьків О. М. Моделювання обсягу випуску продукції та інформаційна технологія розрахунків параметрів виробничого процесу / О. М. Васьків // III міжнародна науково-практична конференція «Інформаційні технології та захист інформації» (м. Харків, 20-21 квітня 2012 р.) – Харків: Харківський університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба. – 2012. – С. 183.
5. Васьків О. М. Економіко-математичне моделювання затрат ресурсів на випуск продукції підприємства легкої промисловості / О. М. Васьків // Науковий вісник: Збірник науково-технічних праць. – 2009. Вип. 19.2. – С. 290 – 296.
6. Васьків О. М. Використання інформаційних технологій при розв'язуванні економіко-математичної моделі розвитку виробництва підприємства за умов стохастичного ринкового середовища / О. М. Васьків. // II Міжнародна науково-методична конференція Форум молодих економістів кібернетиків „Моделювання економіки: проблеми, тенденції, досвід” (м. Тернопіль, 06-08 жовтня 2011 р.). – Тернопіль, 06-08 жовтня 2011. – С. 144-147.
7. Юринець В. Є. Оптимальне планування в умовах невизначеності / В. Є. Юринець, Є. Й. Майовець, А. Демецькі // Науковий збірник ”Доходи та заощадження в умовах трансформації економіки України”. – 2002. Спецвип. 10. – С. 200-203.
8. Стадник Ю. А. Особливості впровадження інформаційних систем на підприємствах України / Ю. А. Стадник, В. Ю. Ситник, М. М. Курус // Науковий вісник: Збірник науково-технічних праць. – 2009. – Вип. 19.2. – С. 297-285.
9. Котляр М. Л. Аналіз фінансового стану підприємства / М. Л. Котляр // Фінанси України. – 2004 – №5. С. 99-104.
10. Лагун М. І. Аналіз майнового потенціалу підприємств / М. І. Лагун // Формування ринкових відносин в Україні. – 2008. – №6. – С. 85-89.
11. Васьків О. М. Математична модель та інформаційна технологія формування діяльності виробничого підприємства за умов невизначеного ринкового середовища / О. М. Васьків // Аналіз сучасних економічних процесів та інформаційні технології: матеріали Міжнародної науково-практичної конференції, 24-25 листопада 2011 р.: У 6 т. – Д.: Біла К.О., 2011. – Т. 3 : Інформаційні системи і технології в економіці. – 2011. – С. 5-7.