

УДК 681.586.773

Літвінов К.А.

Східноукраїнський національний університет ім. В. Даля

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ УЛЬТРАЗВУКОВОГО РІВНЕМІРА З КІЛЬЦЕВИМ РУХОМ ЕЛЕКТРИЧНОГО СИГНАЛУ

Літвінов К.А. Математичні моделі ультразвукового рівнеміра з кільцевим рухом електричного сигналу. Вимірювання рівня рідинних середовищ ультразвуковим методом засновано на перетворенні електричного збуджуючого імпульсу в ультразвукові коливання при його проходженні до п'єзокерамічного елемента, котрий розміщений у плаваючому на поверхні рідинного середовища поплавку. Досліджені перетворення електричного збуджуючого імпульсу в енергію електромагнітного поля та в ультразвукові коливання. Показано, що імпульс ультразвукових коливань сприймається таким же п'єзокерамічним елементом, котрий знаходиться в приймачі цього імпульсу. Вимірювання рівня рідинного середовища здійснюється при одноразовому проходженні ультразвукових коливань від випромінювача до приймача.

Ключові слова: вимірювання, перетворення, ультразвук, метод, імпульс, п'єзокераміка, випромінювач, газ, рідина.

Литвинов К. А. Математические модели ультразвукового уровнемера с круговым движением электрического сигнала. Измерение уровня жидких сред ультразвуковым методом основано на преобразовании электрического возбуждающего импульса в ультразвуковые колебания при его прохождении к пьезокерамическому элементу, который установлен у плавающем на поверхности жидкостной среды поплавке. Исследованы процессы преобразования возбуждающего импульса в энергию электромагнитного поля и в ультразвуковые колебания. Показано, что импульс ультразвуковых колебаний воспринимается таким же пьезокерамическим элементом, который находится в приемнике этого импульса. Измерение уровня жидкой среды осуществляется при одноразовом прохождении ультразвуковых колебаний от излучателя до приемника.

Ключевые слова: измерение, преобразование, ультразвук, метод, импульс, пьезокерамика, излучатель, газ, жидкость.

Litvinov K. A. Mathematical models of ultrasonic level meter with a circular movement of the electrical signal. Measurement of liquid media by ultrasound method is based on the conversion of electrical excitation pulse in the ultrasonic vibrations as it passes to the piezoceramic element, which is in floating on the surface of the liquid medium float. Researched converting electrical excitation pulse energy in the electromagnetic field and ultrasonic vibrations. It is shown that the pulse ultrasonic vibrations perceived in the same piezoceramic element, which is the receiver of the pulse. Measurement of liquid medium is performed in a single pass ultrasonic vibrations from the emitter to the receiver.

Keywords: measurement, transformation, ultrasound, method, impulse, piezoceramic, emitter, gas, liquid.

Вступ. Як відомо [1-3], принцип роботи ультразвукових засобів контролю рівня (УЗКР) рідинних середовищ (РС) заснований на тому, що при подачі на п'єзокерамічний елемент (ПКЕ), який має форму круглої мембрани, електричного збуджуючого імпульсу (ЕЗІ) в ньому створюється електромагнітне поле (ЕМП), котре перетворюється в електродинамічне зусилля, що призводить до відхилення цього елемента від стану рівноваги. Після припинення дії ЕЗІ ПКЕ за аналогією пласкої мембрани здійснює вільні коливання ультразвукової частоти. Створені ультразвукові коливання (УЗК) у формі відповідного імпульсу передаються розділювальній металевій мембрані і випромінюються у відповідне середовище – газове чи рідинне. Так як швидкість розповсюдження УЗК залежить від фізичних параметрів середовища та стану його чистоти, то УЗКР будуються за принципом випромінювання УЗК у газове середовище (ГС). Як правило, при їх побудові використовується принцип подвійного руху імпульсу УЗК – прямого руху від його випромінювача до поверхні рідинного середовища (РС) і зворотного руху від цієї поверхні до приймача імпульсу, яким служить той же випромінювач. При цьому вимірюється час від моменту подачі ЕЗІ на ПКЕ до моменту сприйняття відбитого від поверхні РС імпульсу УЗК. Рівень рідини в технологічному апараті розраховується в блоці обробки вимірювальної інформації (БОВІ) за відповідним алгоритмом, основою котрого є наступне рівняння [4]:

$$L = H - 0,5ct_2, \quad (1)$$

де L - рівень контрольованого РС; H - висота технологічного апарату; t_2 - час, за який імпульс УЗК проходить подвійну відстань від випромінювача до приймача; c - швидкість розповсюдження ультразвуку в ГС.

Такий принцип вимірювального контролю має низку недоліків, які суттєво впливають як на діапазон вимірювального контролю (ДВК), так і на точність УЗКР. Множник «0,5» у рівнянні (1) враховує подвійність ходу імпульсу УЗК. Якщо би цей імпульс проходив одну відстань, то ДВК

можна було би розширити у двічі. Відомо [5, 6], що при проходженні імпульсом подвійної відстані в ГС мають місце відповідні реологічні перетворення, котрі призводять до деформації обвідної ультразвукового сигналу (УЗС), а відповідно, до похибки вимірювального контролю (ВК). Окрім того, у науковій літературі не виявлено досліджень щодо впливу РС на відбитий імпульс УЗС. Але можна стверджувати, що енергетична потужність і форма падаючого на поверхню РС імпульсу УЗС будуть відрізнятися від цих параметрів відбитого сигналу. Причому ступінь поглинання енергії УЗС і його форма залежатимуть від фізичних параметрів РС. Тобто має місце методична похибка ВК, яка обумовлена параметрами РС. Окрім того, такі УЗКР мають достатньо велику зону нечутливості, яка у багатьох випадках досягає до 0,6 м [7, 8], і обумовлена накладанням в часі випроміненого та сприйнятого УЗС. З метою підвищення точності ВК у багатьох випадках використовують реперні пристрої, котрі являють собою пластини або кільця, закріплені на деякій відстані від випромінювача в ГС. При кожному вимірюванні випромінений імпульс УЗК спочатку відбивається від реперного пристрою і сприймається приймачем, котрим служить той же випромінювач, і запам'ятовується в БОВІ. Той же випромінений імпульс УЗК проходить товщину ГС, відбивається від поверхні РС і теж сприймається тим же приймачем. Сприйнятий сигнал запам'ятовується у БОВІ, в якому ці два сигнали (реперний і робочий) підлягають фільтрації, порівнянню тощо. У деякій науковій літературі вказується, що УЗКР з реперним пристроєм зменшують похибку ВК, обумовлену зміною параметрів газу, як температури, тиску та його компонентного складу [9, 10]. Експериментальні дослідження показують, що зменшення впливу цих параметрів ГС є незначним, за рахунок того, що поглинання інтенсивності УЗК в ГС відбувається за нелінійним законом Ламберта-Бера [11, 12]. Враховуючи недоліки сучасних УЗКР, є актуальною задача покращення метрологічних характеристик ультразвукового методу вимірювального контролю рівня рідинних середовищ.

Мета статті і постановка досліджень. Метою статті є теоретичні дослідження нового принципу вимірювального контролю рівня рідинних середовищ ультразвуковим методом, побудованого за кільцевим рухом ультразвукового сигналу. Запропонований ультразвуковий метод дозволяє підвищити точність ВК рівня практично в два рази. Принцип роботи такого УЗКР рівня полягає в наступному (рис. 1).

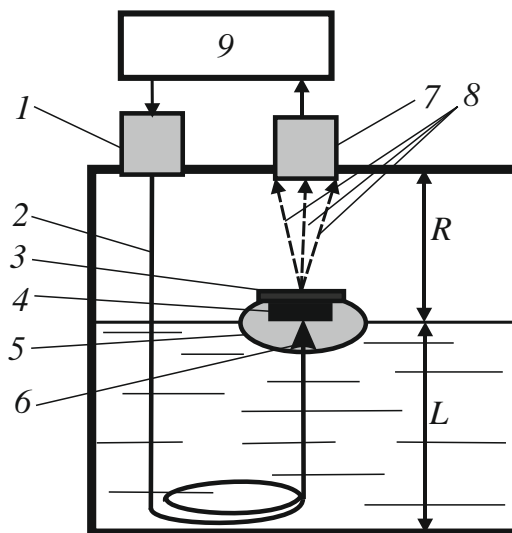


Рис. 1. Схема ультразвукового УЗКР з одноразовим рухом УЗК

Випромінювач УЗК, який являє собою ПКЕ круглої форми (поз. 4), розташовується в поплавку (поз 5), який плаває на поверхні РС. ЕЗІ від джерела 1 по ізолюваному гнучкому кабелю 2 подається через електрод 6 до ПКЕ 4, у результаті чого створюється імпульс УЗК, котрий через розділювальну металеву мембрану 3 передається в ГС товщиною R . Пройшовши ГС, імпульс УЗК 8 сприймається приймачем 7, котрий перетворює ці коливання в електрорушійну силу. Остання поступає в БОВІ (поз.9). Таким чином, імпульс УЗК розповсюджується в ГС тільки один раз, що приводить до можливого розширення ДВК і зменшення зони нечутливості практично вдвічі, а відповідно, зменшення похибки ВК.

Фізичні моделі перетворень в УЗКР. Електричний збуджуючий імпульс, як правило, формується конденсатором, який знаходиться в блоку джерела живлення (БДЖ) 1. Як показують

результати експериментальних досліджень, форма імпульсу в гнучкому кабелі 2 практично не змінює своєї форми. Тому прийmemo, що ЕЗІ, який формується БДЖ і подається на ПKE є незмінним. Так як процес ВК є циклічним, то час такого циклу можна вважати тривалістю інтегральної імпульсної дельта-функції Дірака з джерелом електричної енергії напругою U_E та стоком цієї енергії у формі імпульсу УЗК інтенсивністю I_0 , як показано на рис. 2, а, а її графічне зображення у формі графіків незворотних реологічних перетворень на рис. 2, б. З фізичної моделі видно, що напруга, яка подається в БДЖ, перетворюється в ньому на імпульс напруги U_E ЕЗІ. При дії цього імпульсу на ПKE, за рахунок створюваного електромагнітного зусилля пластина ПKE відхиляється від свого усталеного значення на величину x . Фактично це відхилення є джерелом імпульсу кількості руху, яке створює УЗК. Останні з інтенсивністю I_0 випромінюються в ГС, у котрому його енергія дещо поглинається згідно з законом Ламберта-Бера, сприймається ПKE приймача і перетворюється в ньому в електрорушійну силу ультразвукової частоти, яка направляється в БОВІ.

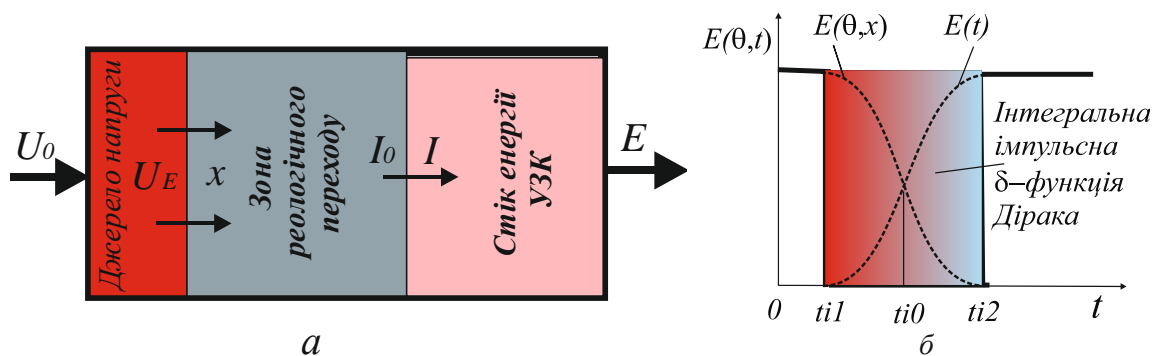


Рис. 2. Узагальнена фізична модель УЗКР

Виходячи з описання фізичної моделі, можна відмітити наступні реологічні переходи з відповідними перетвореннями:

- імпульсу електричної енергії напругою U_E у напруженість електромагнітного поля H_E (ЕМП);
- напруженості H_E ЕМП в електродинамічне зусилля N_E (ЕДЗ);
- зусилля N_E у механічне переміщення x пластини ПKE;
- потенціальної енергії переміщеної на відстань x пластини ПKE у кінетичну енергію вільних загасаючих коливань ультразвукової частоти;
- перенесення енергії імпульсу УЗК в газовому середовищі;
- перетворення енергії імпульсу УЗК приймачем і створення високочастотної ЕРС з допомогою вимушеного руху пластини ПKE.

Прийmemo до уваги, що кожний реологічний перехід являє собою інтегральну імпульсну дельта-функцію Дірака. Якщо функція перетворення $f_i(t)$ описує процес перенесення імпульсу енергії чи кількості руху зі спадковістю, то інтегральна імпульсна дельта-функція Дірака є асимптотичною та описується таким рівнянням

$$\int_{t_{i+0}}^{t_{2i}} f_i(\xi) \delta(\xi - t_{i0}) d\xi = \begin{cases} 0 & t_{i0} < t_{1i}, \quad t_{i0} \geq t_{2i} \\ f(t_{i0} + 0) & t_{1i} < t_{i0} < t_{2i} \end{cases}, \quad (2)$$

де ξ - деяка змінна, яка пропорційна часу перетворення t ; $\delta(\xi - t_{i0})$ - ядро лінійного інтегрального перетворення; t_{i0} - середнє значення часу фазового переходу; t_{1i} - час початку переходу енергії від джерела в зону реологічного перетворення (ЗРП); t_{2i} - час виходу перетвореної енергії з ЗРП.

Як показано в [13, 14], функція перетворення імпульсу енергії описується наступним нелінійним диференціальним рівнянням:

$$\frac{\partial E_i(\theta, x)}{\partial \theta} + D_i \frac{\partial^2 E_i(\theta, x)}{\partial x^2} + v_i \frac{\partial E_i(\theta, x)}{\partial x} = \gamma_j(t), \quad (3)$$

де $E_i(\theta, x)$ - енергія перетворення, яка змінюється за час θ на елементарному відрізку x ; D_i - коефіцієнт перетворення i -го реологічного переходу; v_i - лінійна швидкість реологічного переходу; $\gamma_j(t)$ - функція швидкості стоку перетвореної енергії.

Якщо енергія джерела приймається за безмежною, тобто передається в ЗРП безперервно згідно з рівнянням (3), то у відповідності з законом зберігання маси, енергії та кількості руху стік деякої перетвореної енергії $E_j(t)$ теж буде безперервним і матиме накопичувальний характер. Виходячи з цього, а також з фізичних моделей реологічних переходів швидкість стоку енергії описуватиметься такими рівняннями:

- при одностадійному процесі перетворення енергії $E_i(\theta, x)$ в енергію $E_j(t)$:

$$\gamma_j(t) = \tau_1 \frac{d^2 E_j(t)}{dt^2} + \frac{dE_j(t)}{dt}; \quad (4)$$

- при двостадійному процесі перетворення енергії $E_i(\theta, x)$:

$$\gamma_j(t) = \tau_{22} \frac{d^3 E_j(t)}{dt^3} + \tau_{21} \frac{d^2 E_j(t)}{dt^2} + \frac{dE_j(t)}{dt}. \quad (5)$$

де $\tau_1, \tau_{21}, \tau_{22}$ - сталі часу відповідних процесів реологічних перетворень.

Прийmemo до уваги, що процеси реологічного перетворення ЕЗІ в напруженість ЕКМ ПКЕ і останньої в ЕДЗ є практично лінійними та описуються динамічною ланкою нульового порядку. Тому ці два реологічні переходи можна описати наступним рівнянням:

$$N_E = k_H k_N U_E. \quad (6)$$

Процес реологічного перетворення ЕДЗ у лінійне переміщення пластини ПКЕ є достатньо інерційним, тому для нього, враховуючи рівняння (3) і (4) можна записати наступне нелінійне диференціальне рівняння:

$$\frac{\partial N_E(\theta, x)}{\partial \theta} + D_i \frac{\partial^2 N_E(\theta, x)}{\partial x^2} + v_i \frac{\partial N_E(\theta, x)}{\partial x} = \tau_x \frac{d^2 E_{\Pi}(t_1)}{dt_1^2} + \frac{dE_{\Pi}(t_1)}{dt_1}, \quad (7)$$

де $\tau_x = \rho_{\Pi} v_{\Pi} / D_{\Pi} S_{\Pi}$ - стала часу ПКЕ; ρ_{Π} - щільність керамічного матеріалу ПКЕ; $v_{\Pi} = v_i$ - лінійна швидкість руху пластини ПКЕ; D_{Π} - жорсткість пластини; S_{Π} - активна площа пластини ПКЕ; E_{Π} - потенціальна енергія, яка накопичується пластиною ПКЕ.

Згідно з теорією реологічних переходів [15] і методом нульового градієнта [16] рівняння (7) приводиться до системи наступних диференціальних рівнянь:

$$\frac{\partial N_E(\theta, x)}{\partial \theta} + D_i \frac{\partial^2 N_E(\theta, x)}{\partial x^2} + v_i \frac{\partial N_E(\theta, x)}{\partial x} = 0; \quad (8)$$

$$\tau_x \frac{dE_{\Pi}(t_1)}{dt_1} + E_{\Pi}(t_1) = k_{\Pi} N_E(\theta, x), \quad (9)$$

де k_{Π} - коефіцієнт передачі.

З достатньою для практики точністю можна прийняти, що $\partial \theta = (1/v_{\Pi}) \partial x$. Тоді (8) приводиться до наступного лінійного диференціального рівняння:

$$\frac{D_i}{2v_{\Pi}} \frac{\partial N_E(\theta, x)}{\partial x} + N_E(\theta, x) = k_H k_N U_E. \quad (10)$$

При нульових початкових умовах рішенням рівняння (10) буде:

$$N_E(\theta, x) = k_H k_N U_E [1 - \exp(-2v_{\Pi} x / D_i)]. \quad (11)$$

При нульових початкових умовах рівняння (9) має наступне рішення

$$E_{\Pi}(t) = k_{\Pi} N_E(\theta, x) [1 - \exp(-t / \tau_x)]. \quad (12)$$

Позначимо відхилення пластини ПKE $x(t_1) = k_x E_{\Pi}(t_1)$. Тоді, підставивши (11) у рівняння (12), отримуємо математичну модель в аналітичній формі для реологічного перетворення напруги ЕЗІ в переміщення пластини ПKE у такій формі:

$$x_{\Pi}(t) = k_x k_{\Pi} k_H k_N U_E [1 - \exp(-2v_{\Pi} x / D_i)] [1 - \exp(-t / \tau_x)]. \quad (13)$$

Для процесу перенесення імпульсу руху пластини можна прийняти, що $v_{\Pi} x = S_{\Pi} / \tau_x$. Тоді, позначивши $k_U = k_x k_{\Pi} k_H k_N$, маємо

$$x_{\Pi}(t) = k_U U_E [1 - \exp(-2S_{\Pi} / \tau_x D_i)] [1 - \exp(-t / \tau_x)]. \quad (14)$$

З рівняння (14) випливає два важливі висновки:

- можливість побудови УЗКР з кільцевим рухом УЗС за зміною напруги ЕЗІ;
- так як при роботі УЗКР використовують максимальне відхилення пластини ПKE, що забезпечує максимальну амплітуду УЗК, то рівняння (14) при $t_1 \rightarrow \infty$, розкладання в ряд Тейлора та обмеження тільки лінійною складовою приводиться до вигляду:

$$x_{\Pi} = 2k_U U_E S_{\Pi} / \tau_x D_i. \quad (15)$$

У рівняння (15) підставимо $\tau_x = \rho_{\Pi} v_{\Pi} / D_{\Pi} S_{\Pi}$ і після відповідних перетворень, приймаючи, що швидкість $v_{\Pi} \approx x_{\Pi} / \tau_x$, отримуємо:

$$x_{\Pi} \approx S_{\Pi} \sqrt[3]{(2k_U U_E / D_i)^2 (D_{\Pi} / \rho_{\Pi})}. \quad (16)$$

Рівняння можна використовувати для попереднього вибору ПKE за його фізичними параметрами (жорсткістю та щільністю п'єзокерамічного матеріалу) та активною площиною пластини. З цього рівняння також видно, що залежність $x_{\Pi} = f(U_E)$ є нелінійною. Потенціальна енергія пластини ПKE при припиненні на неї дії ЕЗІ, перетворюється в кінетичну енергію вільного її руху, створюючи імпульс УЗК. При виробництві ультразвукових перетворювачів у багатьох випадках з метою скорочення часу коливання пластини ПKE, навколишній її об'єм часто заповнюють спеціальною рідиною, наприклад, силіконовою, котра мало впливає на початкову амплітуду коливань, але призводить до швидкого загасання УЗК. Зменшення тривалості імпульсу УЗК приводить до зменшення зони нечутливості УЗКР.

Реологічне перетворення потенціальної енергії ПKE в УЗК можна описати наступним нелінійним диференціальним рівнянням:

$$\frac{\partial E_k(\mathcal{G}, x)}{\partial \mathcal{G}} + D_k \frac{\partial^2 E_k(\mathcal{G}, x)}{\partial x^2} + v_k \frac{\partial E_k(\mathcal{G}, x)}{\partial x} = \tau_{22}^2 \frac{d^3 y(t)}{dt^3} + \tau_{21} \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{dy(t)}{dt}, \quad (17)$$

де $E_k(\mathcal{G}, y)$ - зміна кінетичної енергії за час \mathcal{G} за координатою; D_k - коефіцієнт перетворення кінетичної енергії; v_k - швидкість зміни цієї енергії.

Враховуючи, що цей реологічний перехід те ж являє собою інтегральну імпульсну дельта-функцію Дірака, то рівняння (17) розділяється на систему наступних диференціальних рівнянь:

$$\frac{\partial E_k(\mathcal{G}, x)}{\partial \mathcal{G}} + D_k \frac{\partial^2 E_k(\mathcal{G}, x)}{\partial x^2} + v_k \frac{\partial E_k(\mathcal{G}, x)}{\partial x} = 0; \quad (18)$$

$$\tau_{22}^2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \tau_{21} \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = k_y E_k(\vartheta, x), \quad (19)$$

де $\tau_{21} = k_1 / D_{\Pi}$; $\tau_{22} = \sqrt{m / D_{\Pi}}$ - сталі часу; m - маса коливальної системи; D_{Π} - жорсткість системи; k_1 - коефіцієнт демпфірування її руху (приймається, що пластина ПКЕ жорстко кріпиться до металевої захисної мембрани і створює коливальну систему).

Приймаючи до уваги, що час ϑ зміни кінетичної енергії пластини пропорційний зміні положення пластини y , тобто $\partial \vartheta = (1/v_k) \partial y$, з (18) отримуємо:

$$\frac{D_k}{2v_k} \frac{\partial E_k(\vartheta, x)}{\partial x} + E_k(\vartheta, x) = k_k x_0, \quad (20)$$

де k_k - коефіцієнт передачі кінетичної енергії; x_0 - максимальне відхилення мембрани.

Рішенням рівняння (20) при нульових початкових умовах буде:

$$E_k(\vartheta, x) = k_k x_0 \exp(-2v_k x / D_k). \quad (21)$$

Так як заздалегідь відомо, що перехідний процес стоку є коливально-загасаючим, то при нульових початкових умовах рівняння (19) набуває такого рішення:

$$y(t) = k_y E_k(\vartheta, x) \exp(\alpha t) [\cos(\omega t) + (\alpha/\omega) \sin(\omega t)], \quad (22)$$

де $\alpha = -\tau_{21} / 2\tau_{22}^2$ - ступінь загасання УЗК; $\omega = \sqrt{(1/\tau_{22}^2) - (\tau_{21}/2\tau_{22}^2)^2}$ - власна частота коливань.

Підставивши рівняння (21) у (22), отримуємо математичну модель в аналітичній формі для механічних УЗК, котрі випромінюються в ГС апарату з рідиною:

$$y(t) = k_y k_k x_0 \exp(-2v_k x / D_k) \exp(\alpha t) [\cos(\omega t) + (\alpha/\omega) \sin(\omega t)]. \quad (23)$$

У рівнянні (23) позначимо $x_{\Pi} = k_y k_k x_0 \exp(-2v_k x / D_k)$ і запишемо його таким чином:

$$y(t) = x_{\Pi} \exp(\alpha t) [\cos(\omega t) + (\alpha/\omega) \sin(\omega t)]. \quad (24)$$

Інтенсивність I_0 випромінювання УЗК пропорційна кінетичній енергії, яка витрачається на пружну деформацію коливальної системи [17, 18]:

$$W_{k0} = 0,5 m_c v_k^2 = 0,5 m_c \left(\frac{dy(t)}{dt} \right)^2. \quad (25)$$

Диференціюючи рівняння (24) за часом t і підставляючи в (26), маємо:

$$W_{k0} = 0,5 m_c x_{\Pi}^2 \alpha^2 [\exp(\alpha t) \sin(\omega t)]^2 \left\{ (\alpha/\omega) [1 - (\omega/\alpha)^2] \right\}^2. \quad (26)$$

Підставимо рівняння (16) в (26). Тоді математична модель для енергії, яка випромінюється в ГС, приймає наступну форму:

$$W_{k0} = m_c S_{\Pi}^2 \alpha^2 (k_U U_E / D_i) \sqrt{(2k_U U_E / D_i)(D_{\Pi} / \rho_{\Pi})^2} * \\ * [\exp(\alpha t_2) \sin(\omega t_2)]^2 \left\{ (\alpha/\omega) [1 - (\omega/\alpha)^2] \right\}^2. \quad (27)$$

У рівнянні (27) введемо наступне позначення: $B_0 = k_U m_c S_{\Pi}^2 (\alpha^2 / D_i) \sqrt{(2k_U / D_i)(D_{\Pi} / \rho_{\Pi})}$. Тоді отримуємо:

$$W_{k0} = B_0 U_E \sqrt{U_E} [\exp(\alpha t) \sin(\omega t)]^2 \left\{ (\alpha/\omega) [1 - (\omega/\alpha)^2] \right\}^2. \quad (28)$$

З рівняння (28) випливає, що випромінююча енергія УЗК дещо зменшується з підвищенням напруги ЕЗІ, що є важливим при проектуванні УЗКР зі змінним збуджуючим сигналом.

Розглянемо процес розповсюдження ультразвукової енергії в ГС з точки зору теорії реологічних перетворень. Енергія, яка поглинається в ГС, може бути описана наступним нелінійним диференціальним рівнянням:

$$\frac{\partial W_k(\zeta, R)}{\partial \zeta} + D_c \frac{\partial^2 W_k(\zeta, R)}{\partial R^2} + v_c \frac{\partial W_k(\zeta, R)}{\partial R} = \tau_c \frac{d^2 W_c(t)}{dt^2} + \frac{dW_c(t)}{dt}, \quad (29)$$

де $W_k(\zeta, R)$ - енергія УЗК, яка розповсюджується в ГС, за час ζ на відстані R від випромінювача; $W_c(t)$ - енергія, котра сприймається приймачем УЗК; τ_c - стала часу.

Реологічне перетворення, яке описується рівнянням (29) є інтегральною імпульсною дельта-функцією Дірака і згідно з методом нульового градієнта його можна розділити на наступну систему диференціальних рівнянь:

$$\frac{\partial W_k(\zeta, R)}{\partial \zeta} + D_c \frac{\partial^2 W_k(\zeta, R)}{\partial R^2} + v_c \frac{\partial W_k(\zeta, R)}{\partial R} = 0; \quad (30)$$

$$\tau_c \frac{dW_c(t)}{dt} + W_c(t) = k_c W_c(\zeta, R). \quad (31)$$

Залежність між часом ζ і відстанню R є нелінійною та описується наступним рівнянням: $\zeta = (R/v_c)[1 - \exp(-\varepsilon_\lambda R Q_c)]$. Похідна цієї функції має вигляд:

$$\partial \zeta = \frac{1}{v_c} [1 - (1 - \varepsilon_\lambda R_L Q_c) \exp(-\varepsilon_\lambda R_L Q_c)] \partial R, \quad (32)$$

де R_L - відстань від випромінювача УЗК до поверхні РС.

Підставимо (32) у рівняння (30) і в результаті відповідних перетворень отримуємо:

$$\frac{D_c}{v_c} \left[\frac{1 - (1 - \varepsilon_\lambda R_L Q_c) \exp(-\varepsilon_\lambda R_L Q_c)}{2 - (1 - \varepsilon_\lambda R_L Q_c) \exp(-\varepsilon_\lambda R_L Q_c)} \right] \frac{\partial W_k(R)}{\partial R} + W_k(R) = k_w W_{k0}. \quad (33)$$

При нульових початкових умовах рішенням рівняння (33) буде:

$$W_k(R) = k_w W_{k0} \exp \left\{ -R_L \frac{v_c}{D_c} \left[\frac{2 - (1 - \varepsilon_\lambda R_L Q_c) \exp(-\varepsilon_\lambda R_L Q_c)}{1 - (1 - \varepsilon_\lambda R_L Q_c) \exp(-\varepsilon_\lambda R_L Q_c)} \right] \right\}. \quad (34)$$

Рішенням рівняння (31) при нульових початкових умовах буде:

$$W_c(t_3) = k_c W_c(\zeta, R) \exp(-t/\tau_3). \quad (35)$$

Підставивши (34) у рівняння (35) і враховуючи, що стала часу $\tau_c = R_L/v_c$, отримуємо математичну модель реологічного перетворення УЗК в ГС у такому вигляді:

$$W_c(t_3) = k_c k_w W_{k0} \exp \left\{ -R_L \frac{v_c}{D_c} \left[\frac{2 - (1 - \varepsilon_\lambda R_L Q_c) \exp(-\varepsilon_\lambda R_L Q_c)}{1 - (1 - \varepsilon_\lambda R_L Q_c) \exp(-\varepsilon_\lambda R_L Q_c)} \right] \right\} \exp(-t v_c / R_L). \quad (36)$$

Аналізуючи рівняння (36) бачимо, що множник $\exp(-\varepsilon_\lambda R_L Q_c)$ є відносним значенням інтенсивності, де I_0 - початкове її значення. Підставивши у (36) рівняння (28), отримуємо математичну модель реологічного перетворення в такій формі:

$$W_c(t_3) = k_c k_w B_0 U_E \sqrt[3]{U_E} [\exp(\alpha t) \sin(\omega t)]^2 \left\{ (\alpha/\omega) [1 - (\omega/\alpha)^2] \right\}^* \\ * \exp \left\{ -R_L \frac{v_c}{D_c} \left[\frac{2 - (1 - \varepsilon_\lambda R_L Q_c) \exp(-\varepsilon_\lambda R_L Q_c)}{1 - (1 - \varepsilon_\lambda R_L Q_c) \exp(-\varepsilon_\lambda R_L Q_c)} \right] \right\} \exp(-t v_c / R_L). \quad (37)$$

Енергія $W_c(t) = f(R_L)$, досягнувши мембранного блоку приймача УЗК, створює механічне зусилля на мембрану з жорстко закріпленою до неї пластиною ПКЕ, котра почне рухатися з частотою цих коливань, деформуючи ПКЕ, відповідно, створюючи електрорушійну силу (ЕРС), яка з допомогою електроду передається до БОВІ для обробки та розрахунку рівня РС. Це перетворення є реологічним і може бути описане наступним нелінійним диференціальним рівнянням:

$$\frac{\partial W_c(\zeta, z)}{\partial \zeta} + D_M \frac{\partial^2 W_c(\zeta, z)}{\partial z^2} + v_M \frac{\partial W_c(\zeta, z)}{\partial z} = \tau_x \frac{d^2 e(t)}{dt^2} + \frac{de(t)}{dt}, \quad (38)$$

де $W_c(\zeta, z)$ - енергія УЗК, яка перетворюється в мембранному блоці приймача за час ζ на відстані z ; D_M - коефіцієнт перетворення; v_M - швидкість перенесення енергії; $e(t)$ - ЕРС, яка створюється в пластині ПКЕ за час t .

Так як рівняння (38) описує інтегральну імпульсну дельта-функцію Дірака, то згідно до методу нульового градієнта його можна подати наступною системою диференціальних рівнянь:

$$\frac{\partial W_c(\zeta, z)}{\partial \zeta} + D_M \frac{\partial^2 W_c(\zeta, z)}{\partial z^2} + v_M \frac{\partial W_c(\zeta, z)}{\partial z} = 0; \quad (39)$$

$$\tau_x \frac{de(t)}{dt} + e(t) = k_{\Pi} W_c(\zeta, z). \quad (40)$$

Якщо прийняти, що механічне зусилля $W_c(\zeta, z) = k_M N_M(\zeta, z)$, яке створюється енергією УЗК, а залежність $\partial \zeta = f(z)$ є лінійною, то рівняння (39) приводиться до наступного лінійного диференціального рівняння:

$$\frac{D_M k_{\zeta}}{(1 + k_{\zeta} v_M)} \frac{\partial N_M(z)}{\partial z} + N_M(z) = k_N N_{M0}, \quad (41)$$

де k_{ζ} - стала.

При нульових початкових умовах рішенням рівняння (41) буде:

$$N_M(\zeta, z) = k_M N_M(t) \left[1 - \exp\left(-z \frac{(1 + k_{\zeta} v_M)}{D_M k_{\zeta}}\right) \right], \quad (42)$$

де $N_M(t) = W_c(t)/k_M$ - механічне зусилля, яке створюється енергією УЗК.

Так як випромінювач УЗК та приймач є одним і тим же ПКЕ, то стала часу τ_x буде такою ж, як і для рівняння (7). При початкових умовах рішення рівняння (40) буде наступним:

$$e(t) = k_e W_c(\zeta, z) \exp(-t/\tau_x). \quad (43)$$

Приймаючи, що $N_M(t) = W_c(t)/k_M$ і враховуючи рівняння (13) і (37), отримуємо наступну математичну модель УЗКР з кільцевим рухом електричного сигналу в такій формі:

$$e(t, R_L) = K_{\Pi} U_E \sqrt[3]{U_E} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_x}\right) \right] \left[\exp(\alpha t) \sin(\omega t) \right]^2 \exp\left(-2t \frac{v_c}{R_L}\right) \left[1 - \exp\left(-\frac{2S_{\Pi}}{\tau_x D_i}\right) \right] * \quad (44)$$

$$* \exp\left\{ -R_L \frac{v_c}{D_c} \frac{[2 - (1 - \varepsilon_{\lambda} R_L Q_c) \exp(-\varepsilon_{\lambda} R_L Q_c)]}{[1 - (1 - \varepsilon_{\lambda} R_L Q_c) \exp(-\varepsilon_{\lambda} R_L Q_c)]} \right\} \left[1 - \exp\left(-R_L \frac{(1 + k_{\zeta} v_M)}{D_M k_{\zeta}}\right) \right],$$

де $K_{\Pi} = k_e k_M k_c k_w B_0 (\alpha/\omega) [1 - (\omega/\alpha)^2]$ - коефіцієнт передачі УЗКР.

Як правило, на практиці УЗКР виконуються за часом проходження УЗК від моменту подачі ЕЗІ до моменту, коли ЕРС $e(t, R_L)$ на вході стане рівною деякій опорній напрузі u_0 . Тоді, позначивши $e(t, R_L) = u_0$, $B_1 = K_{\Pi} U_E \sqrt[3]{U_E} \left[1 - \exp\left(-\frac{2S_{\Pi}}{\tau_x D_i}\right) \right]$ і прийнявши, що коефіцієнт поглинання УЗК ГС є незначним, яким можна знехтувати, з (44) отримуємо:

$$u_0 = B_1 [\sin(\omega t_k)]^2 \left[1 - \exp\left(-R_L \frac{(1 + k_{\xi} v_M)}{D_M k_{\xi}}\right) \right] * \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_x}\right) \right] \left[\exp(\alpha t) \right]^2 \exp\left(-2t \frac{v_c}{R_L}\right) \exp\left\{-R_L 2 \frac{v_c}{D_c}\right\}. \quad (45)$$

Позначимо $\Omega = u_0 / B_1 [\sin(\omega t_k)]^2$, розкладемо функції $\exp(x)$ у ряд Тейлора та обмежимося їх лінійними складовими. Після відповідних перетворень отримуємо наступну спрощену математичну модель УЗКР для часу проходження УЗК відстані в ГС у такому вигляді:

$$t = R_L \left[\frac{\Omega (D_M k_{\xi} \tau_x D_c) - (D_c - 2v_c R_L)}{v_c (1 + k_{\xi} v_M) (D_c - 4v_c R_L)} \right]. \quad (46)$$

Як показали експериментальні дослідження промислових УЗКР залежність $t = f(R_L)$ є практично лінійною до $R_L > 20m$. Тому можна вважати, що $D_c \gg v_c R_L$ і тоді рівняння (46) приводиться до такої форми:

$$t = R_L \left[\frac{\Omega (D_M k_{\xi} \tau_x) - 1}{v_c (1 + k_{\xi} v_M)} \right]. \quad (47)$$

Рівняння (47) запишемо в розширеній формі, враховуючи наступні параметри:

$$\Omega = u_0 / B_1 [\sin(\omega t_k)]^2; \quad B_1 = K_{\Pi} U_E \sqrt[3]{U_E} \left[1 - \exp\left(-2S_{\Pi} / \tau_x D_i\right) \right];$$

$$K_{\Pi} = k_e k_M k_c k_w B_0 (\alpha / \omega) \left[1 - (\omega / \alpha)^2 \right]; \quad B_0 = k_U m_c S_{\Pi}^2 (\alpha^2 / D_i) \sqrt[3]{(2k_U D_{\Pi} / D_i \rho_{\Pi})};$$

$$\alpha = -\tau_{21} / 2\tau_{22}^2; \quad \tau_x = \rho_{\Pi} v_{\Pi} / D_{\Pi} S_{\Pi}; \quad \tau_{21} = k_1 / D_{\Pi} \quad \text{і} \quad \tau_{22} = \sqrt{m / D_{\Pi}}.$$

У результаті отримаємо:

$$t = R_L \left\{ \frac{u_0}{U_E \sqrt[3]{U_E}} \left[\frac{2k_{\xi} m_c (v_{\Pi} \rho_{\Pi})^2 D_M D_i^2 \sqrt[3]{D_i \rho_{\Pi}} \omega - 1}{2K_0 v_c (1 + k_{\xi} v_M) k_1 S_{\Pi}^5 D_{\Pi}^3 \sqrt[3]{D_{\Pi}} [\sin(\omega t_k)]^2} \right] \right\}, \quad (48)$$

де $K_0 = k_e k_M k_c k_w k_U \sqrt[3]{2k_U}$ - еквівалентний коефіцієнт передачі УЗКР.

Висновки. Дослідження УЗКР рідинних середовищ показали, що вони можуть бути побудовані за наступними принципами: вимірюванням часу t , за який УЗС проходить відстань R_L у ГС; вимірюванням опорної напруги u_0 , яка порівнюється на компараторі з ЕРС ультразвукового приймача, і за зміною напруги U_E ЕЗІ. У перших двох випадках статична характеристики УЗКР є практично лінійною в широкому діапазоні ВК рівня. У множнику (вказаний у квадратних дужках) рівняння (48) приведені конструктивні й технологічні параметри, від яких залежить точність контролю. Найбільший вплив на точність ВК чинять такі параметри, як: зміна щільності ρ_{Π} та жорсткості D_{Π} матеріалу ПКЕ, які є функціями температури. Окрім геометричних ці параметри є основними при взаємозамінності ультразвукового випромінювача та приймача. Достатньо сильний вплив на точність ВК чинить зміна швидкості розповсюдження в ГС УЗК, яка визначається за формулою $v_c = \sqrt{k_a P / \rho_c}$, де k_a - адіабатичний коефіцієнт для газів, P

– тиск ГС, ρ_c – густина цього середовища, а згідно зі законом Менделєєва-Клапейрона $\rho_c = M_c P / R_c T$, де M_c – молекулярна вага; R_c – універсальна газова стала, T – температура. Тоді $v_c = \sqrt{k_a R_c T / M_c}$. Звідси випливає, що з підвищенням температури або зменшенні молекулярної ваги ГС вимірюваний час t зменшуватиметься, що аналогічно підвищенню рівня. Як видно з рівняння (48), вимірювальний час t суттєво залежить від густини ρ_{Π} матеріалу ПКЕ. Так як для твердого матеріалу $\rho_{\Pi 2} = \rho_{\Pi 1} / [1 + 3\alpha_l (T_2 - T_1)]$, де $\rho_{\Pi 1}$, $\rho_{\Pi 2}$ – густина при температурах T_1 і T_2 відповідно; α_l – коефіцієнт лінійного розширення, то не трудно бачити, що вплив зміни температури на ГС та матеріал ПКЕ є однонаправленим, що збільшує температурну похибку вимірювального контролю УЗРК.

1. Баби́ков О. И. Контроль уровня с помощью ультразвука / О. И. Баби́ков. – Л.: Энергия, 1971. – 98 с.
2. Фрайден Дж. Современные датчики. Справочник / Дж. Фрайден; пер. с англ. Ю. А. Заболотной; под ред. Е. Л. Сви́нцева. – Москва: Техносфера, 2006. – 592 с.
3. Шарапов В. М. Пьезоэлектрические датчики / В. М. Шарапов, М. П. Муси́енко, Е. В. Шарапова; под ред. В. М. Шарапова. – Москва: Техносфера, 2006. – 632 с.
4. Жданкин В. К. Приборы для измерения уровня / В. К. Жданкин // Современные технологии автоматизации. – М.: СТА-ПРЕСС, 2002. – №2. – С. 6-19.
5. Стенцель Й. І. Математичні моделі ультразвукових рівнемірів рідин / А. В. Томсон, А. В. Рябіченко // МНТЖ «Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах». – Хмельницький, 2006. – №2 (28). – С. 55-58.
6. Стенцель Й. І. Аналіз похибок вимірювання ультразвукових рівнемірів / А. В. Томсон, А. В. Рябіченко // Вісник національного технічного університету «ХПІ». Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Прилади та методи неруйнівного контролю. – Харків: НТУ «ХПІ» – № 48. – 2008. – С. 55-60.
7. Уровнемеры. Тематический каталог №5. Выпуск 6 / ПГ «Метран». – Челябинск, 2007. – 206 с.
8. Уровнемеры ультразвуковые МТМ900. Технические условия: ТУ 32.2-19081403-016-2004. – Северодонецк: ТОВ НВП «Мікротерм», 2004. – 35 с. – (Нормативний документ ТОВ НВП «Мікротерм»).
9. Стенцель Й. І. Вплив температури хімічних процесів на точність вимірювання рівня реакційних рідин ультразвуковим рівнеміром / А. В. Томсон, А. В. Рябіченко // Вісник СНУ ім. Володимира Даля. – 2007. – № 5(111). – Ч.2. – С.97-101.
10. Крым А. Е. Применение ультразвуковых уровнемеров в различных областях промышленности / А. Е. Крым // Сборник докладов семинара ЗАО «Взлёт». – Санкт-Петербург, 2007. – С. 97–100. Режим доступа: www.vzljet.ru/files/publications2007/014.pdf.
11. Томсон А. В. Ультразвуковой рівнемір зі змінним збуджуючим імпульсом / А. В. Томсон // Дис. на здобуття вчен. ступеня канд. техн. наук. – Вінниця: ВНУ 2009. – 215 с.
12. Рябіченко А. В. Ультразвуковой рівнемір з компенсуючим сприймаючим сигналом / А. В. Рябіченко // Дис. на здобуття вчен. ступеня канд. техн. наук. – Вінниця: ВНУ 2012. – 218 с.
13. Стенцель Й. И. Математические модели ультразвуковых датчиков уровня веществ / Й. И. Стенцель, А. В. Томсон. Вопросы химии и химической технологии. – Днепропетровск: УГХТУ, 2007. – Выпуск №5. – С. 182–185.
14. Стенцель Й. І. Математичні моделі ультразвукових рівнемірів рідин / Й. І. Стенцель, А. В. Томсон, А. В. Рябіченко // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2006. - №2. – С. 55–58.
15. Гораздовский Т. Я. Научные основы реологии. Монография / Т. Я. Гораздовский. – Луганск: Изд-во ВНУ им. В. Даля, 2009. – 699 с.
16. Стенцель Й. І. Фотоколориметричні газоаналізатори: Монографія / Й. І. Стенцель – К.: НМК ВО, 1992. – 120 с.
17. Кузьмичев В.Е. Законы и формулы физики / В. Е. Кузьмичев; отв. ред. В. К. Тартаковский. – К.: Наук. думка, 1989. – 864 с.
18. Кухлинг Х. Справочник по физике: Пер. с нем / Х. Кухлинг. – М.: Мир, 1982. – 520 с.