УДК 514.18:004(075.8)
Крівцов В.В., Козяр М.М.
Національний університет водного господарства та природокористування

ПРО ДОЦІЛЬНІСТЬ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ОРИГІНАЛЬНИХ ЗАДАЧ З НАРИСНОЇ ГЕОМЕТРІЇ ДЕКІЛЬКОМА СПОСОБАМИ

Крівцов В.В., Козяр М.М. Про доцільність розв'язування оригінальних задач з нарисної геометрії декількома способами. У статті показано застосування декількох способів розв'язку однієї і тієї ж задачі з нарисної геометрії, що сприяє розвитку у студентів просторової уяви, логічного та нестандартного мислення, привчає їх до вибору оптимального варіанта вирішення поставленого завдання.
Ключові слова: нарисна геометрія, спосіб косокутного проекціювання, споріднені перетворення.

Кривцов В.В., Козяр Н.Н. О целесообразности решения оригинальних задач по начертательной геометрии несколькими способами. В статье показано применение нескольких способов решения одной и той же задачи по начертательной геометрии, что способствует развитию у студентов пространственного воображения, логического и нестандартного мышления, приучает их к выбору оптимального варианта решения поставленной задачи.
Ключевые слова: начертательная геометрия, способ косоугольного проектирования, родственные проеобразования.

Krivtsov V.V., Kozyar M.M. About the expedience of solutions the original tasks on descriptive geometry in several methods. The article shows that the application of several methods of task solution in descriptive geometry encourages students to develop their spatial imagination, logical and lateral thinking, teaches students to choose optimum solution to problem. It is considered the advantages of oblique angled projection method in comparison with traditional problem solution in descriptive geometry**.**
Keywords: descriptive geometry, method of oblique-angled projection, related transformations.

Постановка проблеми. В процесі господарсько-виробничої діяльності підприємств та організацій постійно виникають ситуації, коли необхідно вибрати один з декількох можливих варіантів дій. У виробничій та конструкторській діяльності особливо часто виникає потреба у прийнятті оптимального рішення з декількох можливих, який би враховував фінансові можливості підприємства, вартість матеріалу та технології отримання продукції, простоту або виправдану складність виготовлення виробу тощо.

Тому надзвичайно важливою задачею, що стоїть перед вищим технічним закладом освіти, є формування у студентів таких знань, умінь та навичок, які б знадобилися їм у професійній діяльності, сприяли б виробленню оптимального рішення з різноманітних виробничих питань, пов'язаних з конструюванням, виготовленням та ремонтом продукції.

Однією з навчальних дисциплін, яка формувала б у студентів згадані вище компетентності, повинна стати нарисна геометрія, реалізація на практиці теоретичних положень якої відбувається під час розв'язування задач. Під час аналізу і підготовки плану рішення багатьох оригінальних задач виявляється , що задача має не одне, а багато варіантів розв'язку. Нам видається доцільним не зупинятися на одному якомусь варіанті, а навести всі можливі варіанти розв'язку поставленої задачі. Сама можливість розв'язку задачі декількома способами формує у студентів здатність аналізувати різні варіанти рішень з точки зору трудомісткості графічних побудов та їх точності, простоти сприйняття рішення, розвиває просторову уяву та логічне мислення. Але головним у такому підході до розв'язування оригінальних задач декількома способами є, на наш погляд, те, що вже на 1 курсі формуються у студентів такі компетентності, які дозволять їм легше адаптуватися до майбутньої професійної діяльності, легше орієнтуватися в складних виробничих питаннях і приймати оптимальні рішення.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. У сучасній навчальній літературі для розв'язування задач із нарисної геометрії застосовуються переважно способи ортогонального проекціювання на основні та додаткові площини проекцій. Проте більшість позиційних задач простіше розв'язувати за допомогою способу косокутного проекціювання. Цей спосіб започатковано видатними вченими С.М. Колотовим, М.Ф. Четверухіним, А.Т. Чалим та ін. [1 - 3], але практично не висвітлено в сучасній навчальній літературі [4 -19], та, на наш погляд, незаслужено забуто. Це стосується і способу споріднених перетворень [10 - 12], застосування якого є особливо ефективним при розв'язуванні задач, коли точки або лінії геометричних фігур знаходяться за межами креслення. Застосування під час розв'язування задач саме цих способів, оволодіння якими не є складним і ґрунтується на вивченому студентами матеріалі з ортогонального проекціювання, сприяє розвитку просторової уяви, логічного мислення та спонукає студентів до нешаблонного мислення.

Мета статті. На нашу думку, реалізувати поставлену мету ‒ формування у студентів таких компетентностей, які сприяли б виробленню оптимального рішення з різноманітних виробничих питань, пов’язаних з конструюванням, виготовленням та ремонтом продукції ‒ можна, запропонувавши студентам розв’язування задачі однієї і тієї ж задачі різними способами з подальшим аналізом отриманих результатів.
Такий підхід до розв’язування задач учить студента обирати найбільш оптимальний варіант вирішення поставленої проблеми, що потребує найменших затрат та забезпечує належний ефект.

Виклад основного матеріалу. Зрозуміло, що розв’язувати одну задачу декількома способами не видається можливим через брак часу. Тому запропоновану методику доцільно використовувати на факультативних заняттях або при написанні сучасних задачників з нарисної геометрії. Структура таких задачників, на наш погляд, повинна бути такою. Задачі, які прийнято у більшості випадків, групують за темами, але надається перевага змішаним задачам, для розв’язування яких застосовуються теоретичні положення з різних тем курсу нарисної геометрії. В розділах зі змішаними задачами і буде найбільша кількість оригінальних задач, причому чим більше положень та правил нарисної геометрії можна використовувати для розв’язку задачі, тим більшу кількість варіантів отримання результату вона має.

Задачі в межах однієї або змішаних тем, в свою чергу, об’єднують за подібними умовами, утворюючи так звані групи типових задач. Першу задачу групи автори розв’язують, навівши у задачнику різні способи, дотримуючись такої послідовності у викладенні матеріалу. Спочатку подається на наочному зображенні просторовий розв’язок задачі. Це є дуже важливим, оскільки людина, перш ніж здійснити будь-які графічні побудови на кресленні, уявляє собі їх виконання. Представивши розв’язок задачі на наочному зображенні, наводиться поетапне його виконання безпосередньо на кресленні. Наступні задачі із групи пропонуємо студентам розв’язати самостійно за наведеною вище схемою. Студент, який знайде найбільшу кількість способів, визначить та обґрунтує оптимальний з них, набирає найбільшу кількість заохочувальних балів.

Після наведення запропонованих студентом способів розв’язку задачі потрібно здійснити аналіз цих способів з метою визначення найбільш оптимального за такими критеріями: кількістю побудов, точністю та простотою сприйняття отриманого результату, універсальністю.

На конкретному прикладі розв’язку оригінальної задачі покажемо реалізацію запропонованого авторами підходу до розв’язування оригінальних задач.

Умова задачі запозичена з [13]: провести пряму *d*, що перетинає прямі *а* і *в* та паралельна до прямої *с* (рис. 1).

<u>1 спосіб.</u> На рис. 2 наведено просторовий розв’язок цієї задачі на наочному зображенні. Суть побудов полягає у проведенні через пряму *в* площини Δ, яка паралельна до прямої *с*. В подальшому знаходимо точку *K* перетину прямої *а* з площиною Δ(*в* ∩ *l*), через яку проводимо шукану пряму *d* паралельно до прямої *с*.

На рис. 3 – 5 показано поетапне виконання побудов на епюрі, причому наступний етап включає графічні побудови попереднього:
Можна цю задачу розв’язати, провівши площину Δ не через пряму *в*, а через пряму *а*.

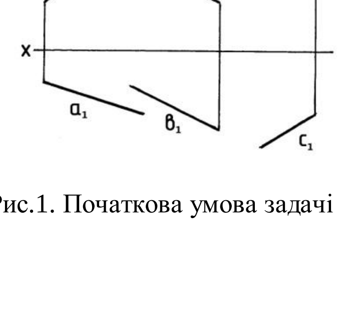

Рис.1. Початкова умова задачі

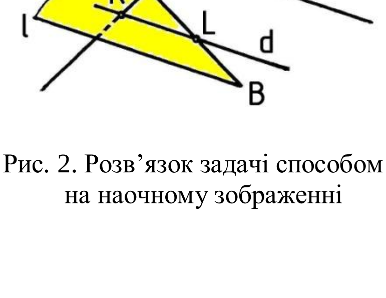

Рис. 2. Розв’язок задачі способом 1
на наочному зображенні

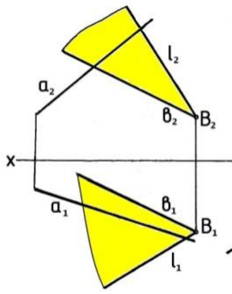

Рис. 3. Перший етап розв'язку задачі способом 1 на епюрі

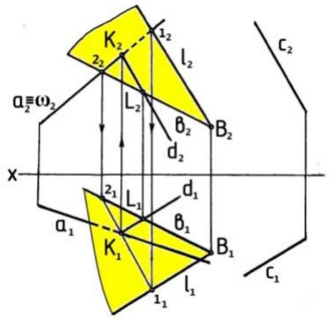

Рис. 4. Другий етап розв'язку задачі способом 1 на епюрі

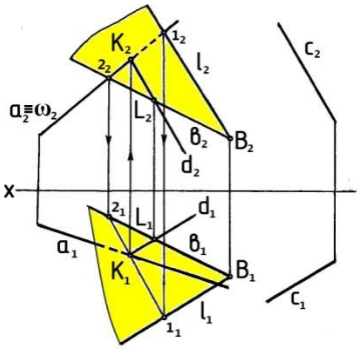

Рис. 5. Третій (заключний) етап розв'язку задачі способом 1 на епюрі

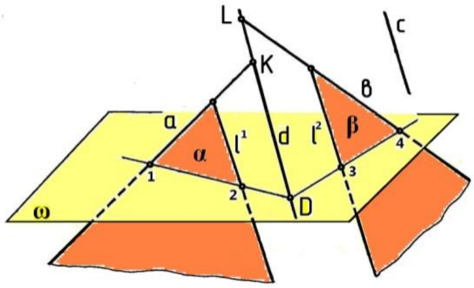

Рис. 6. Розв'язок задачі способом 2 на наочному зображенні

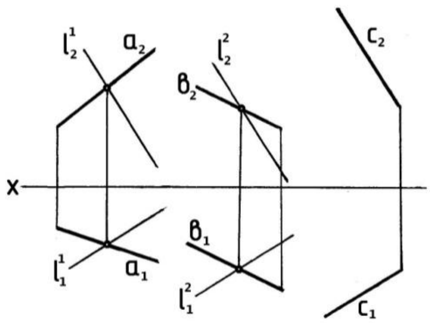

Рис. 7. Перший етап розв'язку задачі способом 2 на епюрі

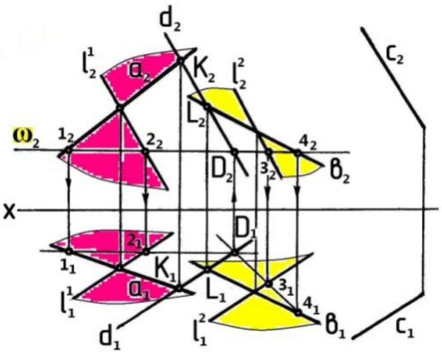

Рис. 8. Другий та третій (заключний) етап розв'язку задачі способом 2 на епюрі

2 спосіб. На рис. 6 наведено просторовий розв'язок задачі цим способом на наочному зображенні. Суть побудов полягає в тому, що через прямі a і $в$ проводимо площини α і β, паралельні до прямої c. Для цього проводимо прямі l^1 та l^2, паралельні до прямої c і які перетинають прямі a і $в$. Площини $\alpha(a \cap l^1)$ і $\beta(в \cap l^2)$ паралельні до прямої c. Знаходимо пряму d перетину площин α і β, яка і буде шуканою прямою.

На рис. 7, 8 показано побудови на епюрі способом 2.

3 спосіб. На рис. 9 наведено просторовий розв'язок задачі на наочному зображенні за допомогою косокутного проекціювання. Суть побудов полягає в тому, що будуємо вироджені проекції $1_0 2_0$ і $3_0 4_0$ площин $\alpha(a \cap l^1)$ і $\beta(в \cap l^2)$, які паралельні до прямої c. через точку D_0 перетину прямих $1_0 2_0$ і $3_0 4_0$

оберненим проекціюванням проводимо шукану пряму d, Розв'язок задачі цим способом на епюрі наведено на рис. 10, де на одному кресленні поєднано всі етапи побудов, причому побудови на рис. 7 відносяться до 1 етапу.

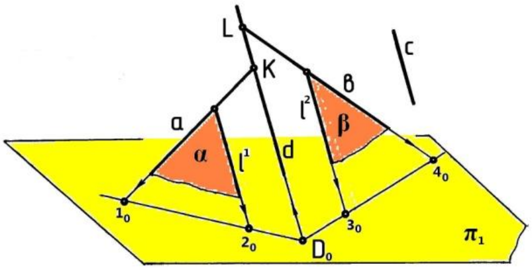

Рис. 9. Розв'язок задачі способом 3 на наочному зображенні

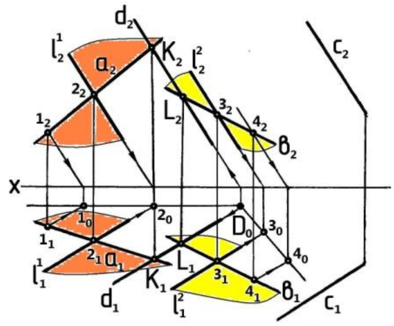

Рис. 10. Розв'язок задачі способом 3 на епюрі

<u>4 спосіб</u>. На рис. 11 наведено просторовий розв'язок задачі на наочному зображенні за допомогою косокутного проекціювання на парну бісекторну площину $\pi_б$. Суть побудов відповідає способу 3, тільки вироджені проекції площин α і β будуємо на парній бісекторній площині $\pi_б$

Розв'язок задачі цим способом на епюрі наведено на рис. 12.

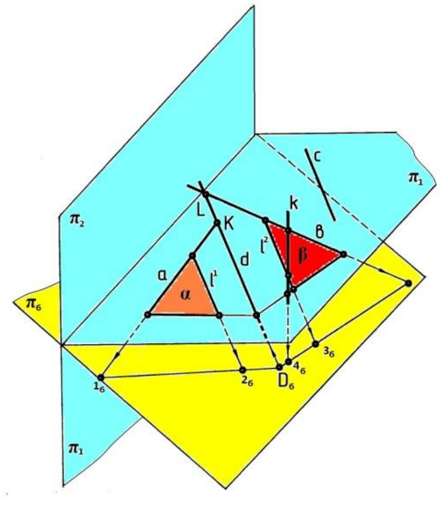

Рис. 11. Розв'язок задачі способом 4 на наочному зображенні

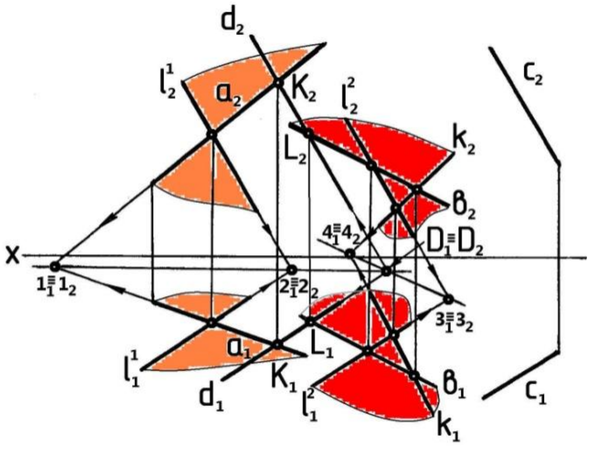

Рис. 12. Розв'язок задачі способом 4 на епюрі

<u>5 спосіб</u>. На рис. 13 наведено просторовий розв'язок задачі на наочному зображенні за допомогою споріднених перетворень. Знаходимо осі спорідненості $1_0 2_0$ і $3_0 4_0$ відповідно для площин $\alpha(a \cap l^1)$ і $\beta(в \cap l^2)$. Осями спорідненості для цих площин є прямі перетину площин α і β з парною бісекторною площиною $\pi_б$. Оскільки прямі $1_0 2_0$ і $3_0 4_0$, що є осями спорідненості площин α і β, знаходяться в площині $\pi_б$, то точка їх перетину D_0 буде спільною точкою площин α і β, через яку способом оберненого проекціювання проводимо шукану пряму d паралельно до прямої c.

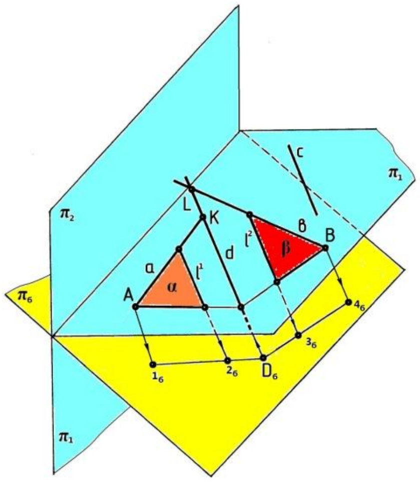

Рис. 13. Розв'язок задачі способом 5
на наочному зображенні

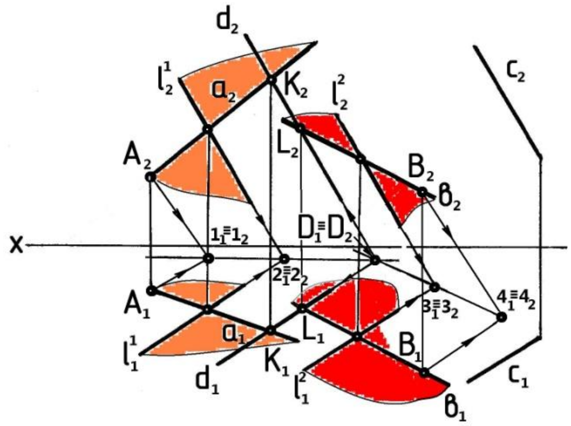

Рис. 14. Розв'язок задачі способом 5
на епюрі

Розв'язок задачі на епюрі за допомогою споріднених перетворень наведено на рис. 14.

Проведемо аналіз способів з метою вибору оптимального. Кількість графічних побудов у запропонованих способів приблизно однакова, а, отже, і точність отриманого результату також однакова. Побудови, виконані за способами 1 і 2, є більш звичними, оскільки ґрунтуються на традиційних алгоритмах
розв'язку задач з нарисної геометрії. Проте способи косокутного проекціювання та споріднених перетворень при вдумливому їх осмисленні є більш простими для сприйняття при розв'язуванні саме позиційних задач, якою і є запропонована задача. Важливим критерієм для вибору оптимального способу є його універсальність. Для аналізу даної задачі це означає можливість застосування того чи іншого способу для різних початкових положень прямих *а*, *в* і с. Застосування перших двох способів суттєво залежить від розміщення цих прямих, оскільки точки *K* і *L* не завжди можуть потрапляти в межі креслення, навіть при зміні положення прямих l^1 і l^2.

Застосування способів 3 - 5 менше залежить від розміщення прямих *а*, *в* і с. Так, за способом 5 в площинах α і β можна взяти прямі, проекції яких будуть перетинатися в межах креслення. Проте це вимагає виконання і більшої кількості побудов, що впливає на точність результату. При використанні способів 3 і 4 можна досягти розміщення вироджених проекцій площин в межах креслення без додаткових побудов. Це обумовлено тим, що можна змінювати не тільки місця проведення прямих l^1 і l^2, але і точок на прямих *а* і *в*, для того, щоб прямі, які проходять через прямі l^1 і l^2 і вибрані точки, визначали подвійні точки в межах креслення. Якщо порівнювати способи 3 і 4, то побудова вироджених проекцій площин на бісекторній площині π_6 видається більш простою, ніж на горизонтальній площині проекцій π_1, оскільки горизонтальні сліди прямих можуть бути і за межами креслення.

Таким чином, за визначеними критеріями найбільш оптимальним є спосіб 4.

Якщо спробувати перекинути місток у майбутню професійну діяльність студента, то потрібно зауважити наступне. За умови, що вихідні дані, наприклад якогось об'єкта, в процесі його експлуатації залишаються незмінними, то можливе використання всіх п'яти способів побудови. Якщо ж вихідні дані об'єкта в процесі його експлуатації будуть змінюватися, то для підтримки об'єкта в належному стані доцільно виконувати його побудову способом 4.

Висновки. Коли студент володіє різними варіантами розв'язку однієї і тієї ж задачі, він може проаналізувати виконані різними способами графічні побудови з погляду їхньої універсальності, наочності, простоти та кількості. Такий підхід до розв'язування задач із нарисної геометрії розвиває у студентів логічне, абстрактне та нестандартне мислення, просторову уяву, формує навички аналізу різних варіантів, запропонованих для розв’язку поставленої задачі та готує його до майбутньої професійної діяльності.

1. Четверухин Н.Ф. Курс начертательной геометрии / Н.Ф. Четверухин, В.С. Левицкий, З.И. Прянишникова, А.М. Тевлин, Г.И. Федотов. – М.: ГИТТЛ, 1956. – 435 с.
2. Колотов С. М. Вспомогательное проектирование / С.М. Колотов. – К.: ГИЛСА УССР, 1956. – 159 с.
3. Чалый А.Т. Начертательная геометрия / А.Т. Чалый. – К. – М.: Украинское отделение Машгиза, 1949. – 418 с.
4. Михайленко В.Є. Інженерна та комп’ютерна графіка: Підручник / В.Є. Михайленко, В.В. Ванін, С.М. Ковальов. – К.: Каравела, 2010. – 360 с.
5. Ванін В.В. Інженерна графіка : Навч. посібник / В.В. Ванін, В.В. Перевертун, Т.М. Надкернична, Г.Г. Власюк. – К.: Видавнича група BHV, 2009. – 400 с.
6. Михайленко В.Є. Збірник задач з інженерної графіки: Навч. посібник. / В.Є. Михайленко, В.М.Найдиш, А.М. Підкоритов. – К.: Вища школа, 2003. – 159 с.
7. Кириченко А.Ф. Теоретичні основи інженерної графіки: Підручник / А.Ф. Кириченко. – К.: ВД «Професіонал», 2004. – 496 с.
8. Хмеленко О.С. Нарисна геометрія: Підручник / О.С. Хмеленко. – К.: Кондор, 2008. – 440 с.
9. Михайленко В.Є. Нарисна геометрія : Підручник / В.Є. Михайленко, М.Ф. Євстіфєєв, С.М. Ковальов, О.В. Кащенко. – К.: Вища школа, 2004. – 303 с.
10. Четверухин Н.Ф. Проективная геометрия / Н.Ф. Четверухин. – М.: Просвещение, 1969.– 368 с.
11. Четверухин Н.Ф. Начертательная геометрия / Н.Ф. Четверухин, В.С. Левицкий, З.И. Прянишникова, А.М. Тевлин, Г.И. Федотов. – М.: Высш. школа, 1963. – 420 с.
12. Кузнецов Н.С. Начертательная геометрия / Н.С. Кузнецов. – М.: Высш. школа, 1969. – 501 с.
13. Гордон В.О. Сборник задач по курсу начертательной геометрии: учебное пособие / В.О.Гордон, Ю. Б. Иванов, Т.Е. Солнцева. – М.: Изд-во «Наука», 1967. – 352 с.