

ИНЖЕНЕРНЫЙ РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ КЛЕЕВОГО СОЕДИНЕНИЯ КНИГ

Представлено методику розрахунку міцності клею на корінці у книжкового блока.

In the article is represented methodic of the calculation of the durability adhesive layer of the book spine.

Одним из основных видов разрушений, наблюдаемых в процессе эксплуатации книг, изготовленных способом клеевого бесшвейного скрепления, является выпадение страниц в результате раскола клеевого слоя на корешке книжного блока [2]. Разрушение клеевого слоя начинается, как правило, вследствие превышения напряжений, возникающих при раскрытии книги, максимально допускаемых напряжений материала клея на корешке книжного блока. Поэтому важной задачей является исследование и расчет на этапе проектирования конструкции книги возможных максимальных напряжений, возникающих в клее в процессе деформирования клеевого соединения корешка книжного блока.

Проведенные ранее исследования прочности клеевого соединения книжных блоков [3, 5], основанные на уравнениях линейной теории упругости [4], позволили записать следующие выражения напряженно-деформированного состояния клеевого соединения листов бумаги:

Прогиб клеевой пластины

$$w(\xi) = \frac{\theta_0 a}{\Lambda} \frac{1}{z^*} \left(-w_3^* w_1(\xi) + w_1^* w_3(\xi) \right), \quad (1)$$

где $w_1^* = \cosh(\Lambda) \cos(\Lambda)$,

$w_2^* = \cosh(\Lambda) \sin(\Lambda) + \sinh(\Lambda) \cos(\Lambda)$,

$w_3^* = \sinh(\Lambda) \sin(\Lambda)$,

$w_4^* = \cosh(\Lambda) \sin(\Lambda) - \sinh(\Lambda) \cos(\Lambda)$,

$z^* = 2(w_1^* w_2^* + w_3^* w_4^*) = \sin(2\Lambda) + \sinh(2\Lambda)$,

ξ — безразмерная продольная координата,

$\Lambda = \frac{a}{2} \sqrt[4]{\frac{3(1-\nu^2)}{l(2h)^3}}$ — безразмерный параметр клеевого слоя,

a — ширина клея между двумя листами (рис. 1),

l — толщина слоя клея на корешке блока,

¹ Варшавський політехнічний інститут.

$2h$ — толщина клея между листами,
 ν — коэффициент Пуассона материала клеевого слоя.

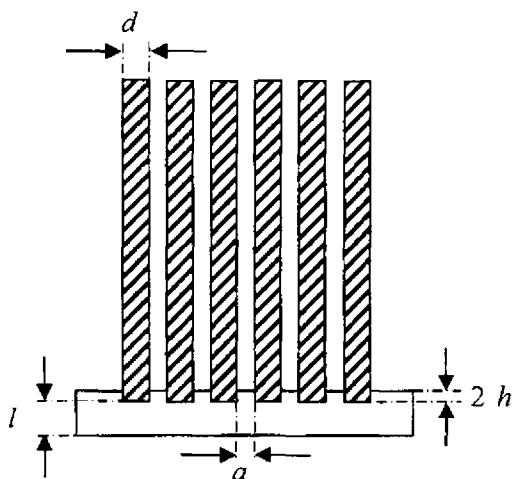


Рис. 1. Расчетная схема клеевого соединения листов бумаги:

$2h$ — толщина клеевого слоя между листами; l — толщина клеевого слоя на корешке блока;
 a — ширина клеевого слоя между двумя листами; d — толщина бумажного листа

Угол поворота листа бумаги в клеевом слое определяется из выражения

$$\theta(\xi) = -\frac{dw(\xi)}{ad\xi} = -2\theta_0 \frac{1}{z^*} (w_3^* w_4(\xi) + w_1^* w_2(\xi)). \quad (2)$$

Изгибающий момент

$$M_x(\xi) = -D \frac{d^2 w(\xi)}{a^2 d\xi^2} = -D \frac{8\theta_0 \Lambda}{a} \frac{1}{z^*} (w_3^* w_3(\xi) + w_1^* w_1(\xi)). \quad (3)$$

Напряжения вычисляются согласно формуле

$$\sigma_x(\xi) = \frac{z}{2h^3/3} M_x(\xi). \quad (4)$$

Максимальный прогиб клеевой пластины

$$w_{\max} = -w(0) = \frac{a\theta_0}{\Lambda} \frac{\sin(\Lambda) \sinh(\Lambda)}{\sin(2\Lambda) + \sinh(2\Lambda)}. \quad (5)$$

Наибольший изгибающий момент

$$M_{\max} = -D \frac{d^2 w(\frac{a}{2})}{a^2 d\xi^2} = -D \frac{4\Lambda\theta_0}{a} \frac{\cos(2\Lambda) + \cosh(2\Lambda)}{\sin(2\Lambda) + \sinh(2\Lambda)}. \quad (6)$$

Проведенные параметрические исследования позволили установить величину и характер изменения максимальных напряжений, возникающих в клеевом слое корешка при раскрытии книги. На рис. 2 и 3 представлены типичные графики зависимостей максимальных напряжений $(\sigma_x)_{\max}$ от толщины l клеевого соединения и угла раскрытия книги θ_0 .

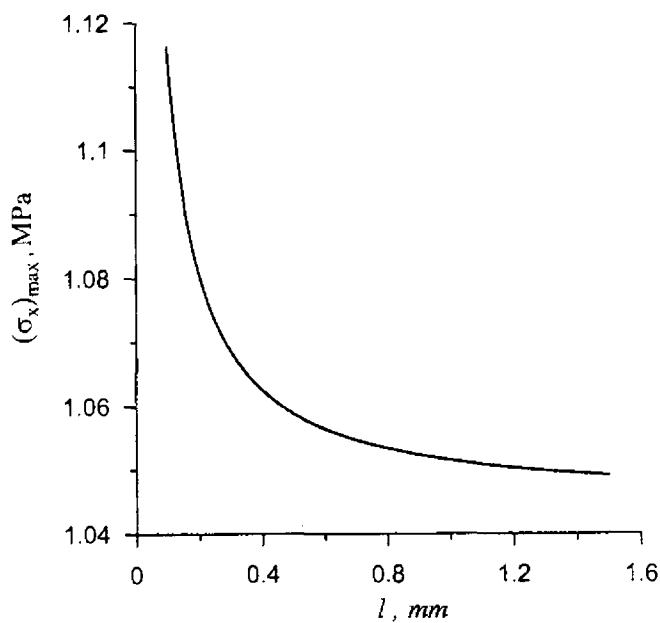


Рис. 2. Зависимость максимальной величины напряжения $(\sigma_x)_{\max}$ от толщины клеевого соединения l

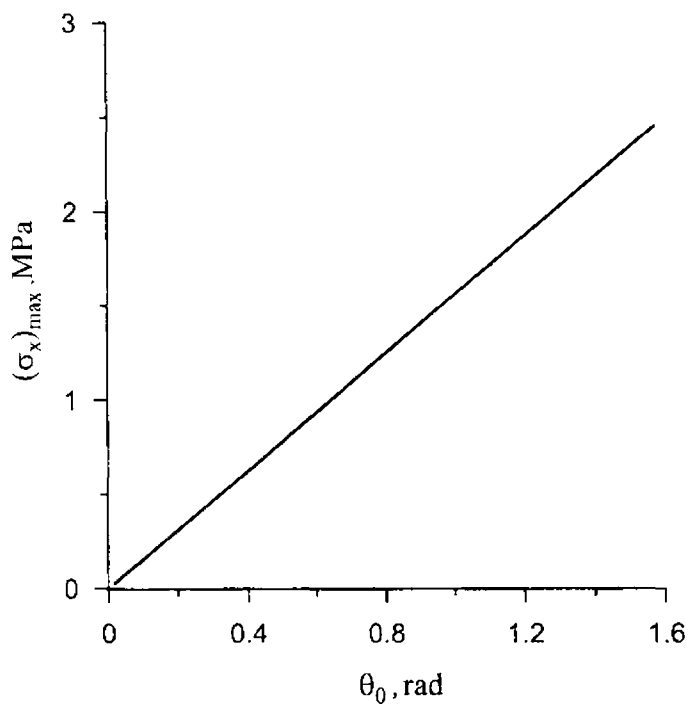


Рис. 3. Зависимость максимальной величины напряжения $(\sigma_x)_{\max}$ от угла раскрытия книги θ_0

Для проведения инженерных расчетов воспользуемся следующими выражениями:

Максимальное напряжение согласно (4)

$$(\sigma_x)_{\max} = -\frac{M_{\max}}{2h^2/3}. \quad (7)$$

Запишем условие прочности клеевого соединения

$$(\sigma_x)_{\max} \leq [\sigma], \quad (8)$$

где $[\sigma]$ — допускаемое напряжение клеевого слоя, которое можно вычислить по формуле

$$[\sigma] = \frac{\sigma^o}{n}, \quad (9)$$

где σ^o — предельное напряжение; n — коэффициент запаса прочности.

Для малых значений параметра Λ можно упростить полученные выражения. Тогда наибольший изгибающий момент

$$M_{\max} = -D \frac{4\Lambda\theta_0}{a} \frac{2}{4\Lambda} = -D \frac{2\theta_0}{a}.$$

где $D = \frac{2Eh^3}{3(1-\nu^2)}$ — цилиндрическая жёсткость клеевой пластины;

E — модуль Юнга. (10)

Максимальное напряжение можно рассчитать по упрощенной формуле

$$(\sigma_x)_{\max} = D \frac{2\theta_0}{a} \frac{1}{2h^2/3} = \frac{2Eh\theta_0}{(1-\nu^2)a}. \quad (11)$$

Тогда условие прочности запишется в виде

$$\frac{2Eh\theta_0}{(1-\nu^2)a} \leq \frac{\sigma^o}{n}. \quad (12)$$

Например, для клея ($E = 3,5$ МПа, $\nu = 0,35$ [5]) с геометрическими параметрами $2h = 0,01 \cdot 10^{-3}$ м, $a = 0,01 \cdot 10^{-3}$ м условие прочности примет вид $3,99 \cdot 10^6 \cdot \theta_0 \leq \frac{\sigma^o}{n}$. При $\sigma^o = 2,7$ МПа и $n = 1$ ограничение на угол поворота листов в радианах составляет $2\theta_0 \leq 1,35$.

Исходя из полученного условия прочности можно с достаточной точностью определить максимальный угол поворота листов в клеевом слое корешка книжного блока, при котором не наступит разрушение клея.

Література

1. *Воробьев Д. В., Дубасов А. И., Жуков А. И. и др.* Брошюровочно-переплетные процессы. М., 1979.
2. *Гавенко С. Ф.* Нормалізація технології незшивного клейового скріплення книг: теоретичні та практичні аспекти. Львів, 2002.
3. *Корнилов И. К.* Проектирование книжных конструкций. М., 2001.
4. *Писаренко Г. С., Агаев В. А., Квитка А. Л. и др.* Сопротивление материалов. К., 1986.
5. *Petriaszwili G., Pyrjew J.* An analysis of the tensions in adhesive layer during books operational use. VIII Seminar in Graphic Arts, Conference Proceeding, University Pardubice. 2007.