УДК 655.3.022.5

Маїк В.З.
Українська академія друкарства

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ПРОЦЕСІВ ТИСНЕННЯ ПОЛІГРАФІЧНОЇ ПРОДУКЦІЇ

Проведено аналіз теоретичних робіт, пов'язаних з процесами гарячого тиснення, та перспективами застосування для аналізу технологічних процесів у поліграфії сучасних математичних методів, зокрема теорії фракталів.

The analysis of theoretical works connected with hot stamping processes and application perspectives for technological processes analysis in publishing of modern mathematical methods, particularly of fractals theory have been made.

Теорія процесів гарячого тиснення до сьогоднішнього часу має цілий ряд не вирішених проблем, що впливає у цілому на проектування та проведення процесу оздоблення друкованої продукції, підбір режимів тиснення, стабільність процесу тиснення, наявність браку та ін.

Ряд робіт [1-18] присвячений розгляду впливу окремих технологічних параметрів та умов проведення процесу тиснення на якісні показники відбитків. У цих роботах не розглядаються сучасні підходи до опису процесів тиснення, зокрема, теорія фракталів.

Метою роботи є проведення аналізу теоретичних підходів до опису процесів гарячого тиснення та визначення напрямів теоретичних пошуків при дослідженні процесів оздоблення поліграфічної продукції.

Перші теоретичні роботи по вивченню процесу тиснення на палітурках проведені Смірновим Г. П.. Автор досліджував процес тиснення нагрітим штампом палітурних матеріалів на плоских тигельних пресах і зробив перші кроки по дослідженню ротаційного тиснення.

У своїх працях Смірнов Г.П. розглядав палітурки як дисперсні, пружно-в`язко-еластичні системи [1, 2].

Смірнов Г.П. на основі теорії дисперсних систем описав загальну залежність між силою і деформацією в процесі навантаження:

$$\sigma = a(e^{be} - 1),$$

де a і b – постійні для даного сорту картону, σ – напруження, ε – відносна деформація, e – основа натуральних логарифмів.

Дана залежність відображає закономірність деформації картону в процесі його навантаження.

Також було виведено формулу, яка дає можливість визначити питомий тиск при заданій деформації палітурок (і в зворотньому порядку) при різних температурних режимах тиснення зразків:

$$\sigma_m = 23{,}2\left(\frac{0{,}082\varepsilon_m}{e^{1+0{,}0014(T-17)}} - 1\right),$$

де відносна деформація ε_m в процентах.

Смірнов Г.П. довів, що при тисненні на тигельному пресі вплив температури суттєво впливає на збільшення залишкової деформації, оскільки час витримки є досить великим, щоб під дією нагрітого штампа палітурка встигла нагрітись.

У роботі Смірнова Г.П. [1] проведено дослідження характеру явищ, які відбуваються на тигельних позолотних пресах і встановлено, що під час вистою палітурки в пресі під навантаженням, напруження поступово знижується, асимптотично наближуючись до постійної величини.

При тисненні на тигельних пресах залишкова деформація виникає в основному при витримці палітурок під пресом після навантаження, коли проходить процес перетворення пружної деформації в еластичну або пластичну.

Для визначення залишкової деформації була виведена розрахункова формула:

$$\varepsilon_{зал} = 0{,}65\left(1 - e^{-0{,}75t^{0{,}4}}\right)\varepsilon_0$$

Для перерахунку напружень у випадку зміни вологості палітурок встановлена емпірична формула, яка визначає залежність між напруженням при вологості 7,5% і напруженням при заданій вологості палітурок:

$$P_\omega = P_{7{,}5} + 41 - e^{0{,}67\ln\frac{\omega - 3{,}22}{0{,}01644}},$$

де P_ω - напруження при заданій вологості;

$P_{7{,}5}$ - напруження при вологості 7,5%.

Основний показник якості тиснення – величина залишкової деформації. Всі дослідження, проведені Смірновим Г.П., відносяться до вивчення деформації картону і тканини і практично не зачіпають закономірності процесу тиснення фольгою.

У роботі Л.Д. Угрюмової [3] проведено дослідження ротаційних пресів, але ця робота носить чисто прикладний характер. У цій роботі не ставилась задача створення теорії процесу ротаційного тиснення палітурок і автор обмежилась експериментальним дослідженням деяких параметрів.

Роботи Плоткіна М.М. [4, 5] відносяться до вивчення закономірностей деформації матеріалів при ротаційному тисненні. Об'єктивним показником якості ротаційного тиснення, як і при тисненні на тигельних пресах, є величина залишкової деформації. Залишкова деформація на палітурках при тисненні на ротаційних пресах утворюється за рахунок тиску, який перевищує межу міцності частини волокон картону, а не за рахунок релаксаційних властивостей матеріалів палітурки.

При деформуванні дисперсних систем типу картону внаслідок зміни відстані між волокнами, їх взаємного розміщення і форми одночасно із збільшенням контактів між елементами і виникненням нових зв'язків проходить процес руйнування зв'язків (розривання волокон). Процес руйнування зв'язків при деформуванні під дією на матеріал зовнішніх сил може бути незворотнім, що пояснює наявність залишкової деформації при ротаційному тисненні.

Матеріал палітурки деформується, в основному, в напрямі, який співпадає з напрямом технологічно необхідних деформацій (по товщині).

Встановлено, що в диференціальній формі закон деформування матеріалу палітурки виражається наступною залежністю:

$$d\sigma = Hd\varepsilon,$$

де σ – напруження, ε – відносна деформація, Н – змінний модуль пружності.

Так як щільність матеріалу при тисненні змінюється, то модуль Н є змінною величиною. Зміна модуля Н в залежності від деформації ε із збільшенням щільності пояснюється збільшенням числа контактів між волокнами. Величина модуля Н для матеріалу палітурки виражається наступною залежністю:

$$H = \frac{E_0}{1-\varepsilon}(1 - K\varepsilon)$$

де E_0 – значення модуля до початку деформування, К – коефіцієнт, який характеризує інтенсивність руйнування зв'язків у матеріалі.

На основі проведених експериментальних і теоретичних досліджень визначена залежність між напруженням на одиницю площі і загальною відносною деформацією:

$$\sigma = -E_0 \ln(1-\varepsilon) - K\varepsilon,$$

де σ – напруження, ε – загальна деформація, E_0 - початковий модуль пружності, К – коефіцієнт, який характеризує інтенсивність руйнування зв'язків у матеріалі

Також отримано залежність зміни залишкової деформації в функції загальної:

$$\varepsilon_{зал} = 1 - (1-\varepsilon)^a e^{b\varepsilon},$$

де $\varepsilon_{зал}$ – залишкова деформація, а – постійний коефіцієнт пропорційності, b – постійний коефіцієнт

Для процесу ротаційного тиснення Плоткіним М.М. була визначена залежність, яка характеризує напруження на одиницю погонної довжини по твірній циліндра:

$$p = NR\sqrt{n\varepsilon}[\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\ln(1-\varepsilon) + 1] + MR\varepsilon\sqrt{n\varepsilon},$$

де р – напруження на одиницю погонної довжини, ε – відносна максимальна деформація, R – радіус циліндра, n – безрозмірний коефіцієнт, який характеризує відношення товщини зразка до радіуса циліндра $n = \frac{\delta}{R}$, N і M – постійні косфіцієнти, які характеризують деформаційні властивості матеріалу.

Плоткін М. М. експериментально і теоретично довів, що при ротаційному тисненні час і температура практично не впливають на механізм утворення залишкової деформації. Температура фактично впливає тільки на верхні шари палітурного матеріалу або матеріалу обкладинки. Швидкість ротаційного тиснення в діапазоні тиснення 50-100 об/хв практично не впливає на процес деформування матеріалу палітурки.

Одним з показників якості блінтового тиснення є ступінь згладжування фактури матеріалу („блиск"). Ступінь згладжування фактури покривного матеріалу перш за все визначається висотою мікронерівностей поверхні палітурки. В результаті дії тиску і температури проходить деформація виступів на поверхні палітурного матеріалу. При цьому поверхня виступів стає плоскою, що збільшує відбивальна здатність відбитка.

При всіх однакових умовах (тиск, температура, швидкість) ступінь згладжування залежить від матеріалу палітурки.

Найбільш значимим параметром, який впливає на якість згладжування поверхні покривного матеріалу, є температура, в меншій мірі – тиск і ще в меншій – швидкість [4,5].

Наступні дослідження деформації картону і палітурок при тисненні виконані Купцовою О.Б. У роботі [6] встановлено, що характер деформації визначається деформаційними властивостями всієї палітурки, які залежать, в основному, від деформаційних властивостей картону. При цьому основним параметром, який визначає деформацію, є його об'ємна маса.

У роботі [6] встановлено, що величина залишкової деформації палітурок, які виготовлені з картону об'ємною масою до 0,75 г/см^3, визначається за формулою $\varepsilon_{зал} = A(1 - e^{-nP})$,

а більше 0,75 г/см^3 $\varepsilon_{зал} = A[1 - (1 + nP) - e^{-nP}]$,

де А і n – постійні, які залежать від сорту матеріалу і від режимів проведення процесу тиснення, зокрема, від температури;

$\varepsilon_{зал}$ - відносна залишкова деформація матеріалу;

Р – максимальний тиск, який прикладений під час тиснення в кг/см^2.

Підвищення товщини матеріалу приводить до зменшення тиску, який необхідний для отримання заданої залишкової деформації:

$$P = -\frac{1}{n}\ln(1 - \frac{a_{зал}}{TA}),$$

де Т – товщина матеріалу.

Збільшення температури штампа не значно впливає на зменшення тиску, який необхідний для отримання заданої залишкової деформації палітурки.

Дослідженнями швидкості процесу тиснення встановлено, що збільшення часу контакту штампа майже в три рази викликає при малих тисках збільшення залишкової деформації майже в два рази, а при великих – тільки на 20-25%. Подальше збільшення часу контакту штампа з матеріалом за рахунок зупинки преса викликає незначне збільшення залишкової деформації. Тільки збільшення часу до 30 с приводить до помітної зміни залишкової деформації. Основним фактором, який визначає отримання якісного відбитка при мінімальному навантаженні при блінтовому тисненні, є швидкість зростання навантаження, а не час контакту штампа з матеріалом і не час вистоювання палітурки під пресом [6].

При дослідженні зміни деформаційних властивостей картону від вологи [6] встановлено, що із збільшенням вологості збільшується загальна деформація під тиском, так як збільшується відносна величина еластичної і пластичної деформації. Збільшення пластичності картону спостерігається при підвищенні

вологості більше 11%, а при змінах вологості в межах 3-8% зміни залишкової деформації практично не спостерігається.

Дослідження впливу площі штампа на якість блінтового тиснення показує, що при однаковій площі тиснення, але при різному характері рисунка штампа це практично не впливає на величину загальної деформації при прикладенні однакового сумарного навантаження [6].

Наступною роботою, яка відноситься до дослідження процесу деформування картону, є роботи Козлова С.Н. [7,8] Автор розглядає картон як пористий матеріал, який представляє собою комплекс високомолекулярних сполук. Деформація стиску такого матеріалу залежить від числа точок контакту, через які здійснюється дія сили. Деформація картону як пористої системи, супроводжується зменшенням його об'єму за рахунок зближення волокон і їх ущільнення. Після зняття зовнішнього зусилля проходить часткове відновлення попередньої товщини картону.

В роботах Козлова С.Н. визначається загальна закономірність розподілу абсолютної залишкової деформації стиску по відбитку при вдавлюванні плоского штампа в картон і виявлення можливості зміни цієї закономірності.

В роботах Козлова С.Н. досліджується вплив технологічних параметрів (тиск, температура штампа, час контакту штампа з палітуркою, вологість палітурки) на величину залишкової деформації.

Автор описує процеси, які проходять при деформації стиску матеріалів палітурки: 1) зменшення об'єму за рахунок зближення волокон паперу, картону, тканини і їх ущільнення; 2) часткове руйнуванням волокон при відповідному тиску; 3) незворотні перегрупування молекул матеріалу палітурки; 4) структурні зміни молекул під дією тиску, температури, вологи.

Температура штампа суттєво впливає на збільшення залишкової деформації стиску картону:

$$\varepsilon_{зал} = (1 + K \cdot t) \cdot \varepsilon',$$

де $\varepsilon_{зал}$ - абсолютна залишкова деформація стиску картону, К – коефіцієнт, який залежить від виду штампа і властивостей картону, ε' - залишкова деформація стиску картону при тисненні штампом без нагріву, t – різниця між температурами нагрітого і холодного штампів.

При вдавлюванні плоского штампа в картон залишкова деформація у початковий період стиску наростає майже пропорційно силі тиску, а потім при тиску, який перевищує 250-300 кг/см^2, проходить все більше відставання росту деформації від росту тиску.

Розподіл абсолютної залишкової деформації по площі відбитка проходить нерівномірно і характеризується певною закономірністю: плавним збільшенням $\varepsilon_{зал}$ в напрямку від центра до країв відбитка. Тому у роботі Козлова С.Н. була поставлена задача визначення величини залишкової деформації стиску на різних ділянках відбитка і виявлення загальної закономірності розподілу цієї деформації по площі відбитка. Загальна закономірність розподілу $\varepsilon_{зал}$ по площі відбитка визначається закономірністю:

$$\varepsilon_{зал} = C^{1-n} \cdot l^n + в,$$

де l – відстань від краю до центра відбитка, C, n і $в$ – параметри; параметр $в$ характеризує величину максимальної деформації стиску картону в центрі

відбитка при відповідному тиску, параметри n і C визначають характер розподілу деформації по відбитку.

При вдавлюванні плоского штампа в картон рівномірний розподіл залишкової деформації по площі відбитка спостерігався при тиску до 100 кг/см^2. З підвищенням тиску поступово збільшувалась різниця між залишковою деформацією на периферійних і центральних ділянках відбитка.

Для визначення залежності між абсолютною залишковою деформацією стиску картону ($\varepsilon_{зал}$), тиском (P) і відстанню від центра до краю відбитка (L) виведена наступна емпірична формула:

$$\varepsilon_{зал} = \left[\left(\frac{1}{8{,}83\cdot10^{-8}P - 6{,}5\cdot10^{-6}}\right)^{1-\left(1{,}424+4{,}08\cdot10^{-3}P-1{,}16\cdot10^{-5}P^2+1{,}22\cdot10^{-8}P^3\right)} \times L^{1{,}424+4{,}08\cdot10^{-3}P-1{,}16\cdot10^{-5}P^2+1{,}22\cdot10^{-8}P^3}\right] + 3{,}8\cdot10^{-2} + 1{,}6\cdot10^{-3}P - 1{,}7\cdot10^{-6}P^2$$

Збільшення часу контакту з 5 до 45 с супроводжується приростом залишкової деформації картону в межах 3-4% як при тисненні штампом без нагрівання, так і нагрітим до 100°С.

З підвищенням відносної вологості палітурки проходить суттєве збільшення залишкової деформації стиску. Наприклад, при збільшенні вологості з 7 до 12% приріст залишкової деформації складає біля 32%.

Роботи Козлова С.Н. підтверджують результати досліджень попередників, розглядаючи процес деформації картону з дещо інших позицій [7,8].

Вивчення властивостей покриття палітурних матеріалів і фольги з термопластичним непористим покриттям палітурних матеріалів є основною задачею дисертаційної роботи Урядової Г.В. [9], що відображено також у публікаціях [10,11].

На основі проведених досліджень зроблено припущення, що суть механізму взаємодії фольги з покриттям палітурного матеріалу полягає у взаємній дифузії ланцюгових молекул полімера. Адгезійна міцність взаємодії двох поверхней залежить від деформаційних і термомеханічних властивостей полімерів шарів фольги і покриття палітурного матеріалу.

Взаємна дифузія полімерів покриття палітурного матеріалу і зв'язуючого фольги можлива при наявності в'язкого **«течения»**, **яке** розвивається під час дії навантаження і є тим більшим, чим більш рухлививими є молекулярно-структурні утворення полімера. Найбільший адгезійний зв'язок виникає на полімерних плівках з гнучкою молекулярною структурою з каучукового латекса і поліаміду. На нітроцелюлозній плівці з 7,5% пластифікатора закріплення фольги за той самий час дії навантаження не відбувається.

Збільшення рухомості молекулярних утворень нітроцелюлозної плівки з введенням більше 45% пластифікатора сприяє підвищенню дифузії кінців молекул полімера і закріплення фарбового шару фольги.

Збільшення температури тиснення приводить до збільшення швидкості теплового руху макромолекул полімерів, що виражається в текучості полімера за менший час дії навантаження. З підвищенням температури адгезійна міцність полімерної плівки покриття палітурного матеріалу із шаром фольги

збільшується, що свідчить про дифузійний характер взаємодії фарбового шару фольги і покриття палітурного матеріалу.

Збільшення навантаження збільшує рухомість молекулярних утворень полімерів у місці тиснення, що сприяє збільшенню адгезійної міцності.

Здатність суміщення і, відповідно, величина адгезії полімерів залежить від їх полярності. Полімери повинні бути або полярними або неполярними.

У роботах Урядової Г.В. [10,11] досліджуються показники якості тиснення фольгою і деякі фактори, які впливають на проведення процесу тиснення.

Якість відбитків характеризується зовнішнім виглядом (покривна здатність і чіткість) і міцністю фарбового шару до відмарювання і стирання. Чіткість очка оцінюється за бальною системою за величиною виступів фарбового шару за краї рисунка. Покривна здатність визначається візуально. Величина адгезії фольги до матеріалу визначалась за появою тріщин під час перегинання відбитків навколо нерухомої вісі на 150°, а також за стиранням відбитка з поверхні матеріалу абразивом.

У роботі визначено вплив тиску і температури на якість відбитків і раціональні режими тиснення фольгою на палітурках. Визначено, що найвища якість відбитків фольгою отримуємо при вологості палітурок не вище 8%. Визначено, що збільшення часу контакту штампа з матеріалом дозволяє знизити величину тиснення.

Визначено, що температура штампа до початку тиснення є вищою, ніж температура постійного режиму після 5 хв неперервної роботи. Ця різниця в температурі штампа при тисненні фольгою є більшою, ніж при блінтовому тисненні за рахунок передачі тепла не тільки в палітурку, але і в основу фольги [10,11].

Метою роботи дисертаційної роботи Кудрявцева Б.Б. було встановлення залежності між складом і властивостями фольги „Ювілейна" і розробка на базі отриманих результатів фольги для гарячого тиснення для полістиролу [12].

В роботі Кудрявцева Б.Б. запропонований механізм взаємодії нагрітого штампа з фарбовим шаром фольги [12,13].

З точки зору друкарсько-технічних властивостей фольгу можна розглядати як адгезійно-когезійну систему, функції складових якої є взаємопов'язаними. Такі показники, як ступінь закріплення фарбового шару, покривна здатність відбитка, повнота передачі фарбових шарів фольги визначаються співвідношенням величини адгезії фарбового шару фольги до основи-носія і поверхні матеріалу, який задруковується. Повна передача і міцне закріплення досягаються у тому випадку, якщо сила адгезії A_1 до матеріалу, який задруковується, буде набагато перевищувати адгезію до основи A_2.

При цьому недопустиме розділення фарбового покриття по шару або, у випадку багатошарової системи, розділення шарів при тисненні. Когезійна міцність всередині фарбового шару $(P_к)$ або адгезія між окремими шарами A_3 повинна перевищувати адгезію до основи.

Висока роздільна здатність (чіткість) досягається при умові, що когезійна міцність фарбового шару або сумарна механічна шарів $P_к$ буде меншою від мінімального тиску штампа на границі друкарського елемента (P_{min}).

Для досягнення повної віддачі, покривної здатності фарбового шару і високої чіткості зображення, механічна міцність фарбового шару повинна бути

вищою від його адгезії до основи фольги, але меншою від мінімального тиску на границі друкарських елементів штампа: $A2 < P_к < P_{min}$.

Це співвідношення характеризує властивості фольги з точки зору хімічних і фізико-механічних характеристик її компонентів.

При вдавлюванні друкарських елементів штампів у фарбовий шар фольги на краях друкарських елементів спостерігається концентрація напружень. Напруження по краях друкарського елемента „оказывает» стискаючу дію на фарбовий шар фольги, який внаслідок цього розтягується під дією складових P_1 і P_2 сили P.

Розрив фарбового шару за формою рисунка штампа відбудеться у тому випадку, якщо його міцність буде меншою сили P тиску штампа, а здатність до еластичної деформації – відносне видовження – буде співрозмірне з геометричними розмірами глибини вдавлювання. Якщо друкарські елементи розміщені достатньо близько між собою, напруження концентруються в основному з одного зовнішнього краю.

Визначено, що внаслідок того, що напруження по краях внутрішніх друкарських елементів с меншими від напружень на зовнішньому краї, то розривання фарбового шару по зовнішній границі проходить набагато легше, ніж по границі внутрішніх елементів. Якщо механічна міцність $P_м$ фарбового шару $P_{внутр.} < P_м < P_{зовн.}$, то розривання фарбового шару проходить тільки по зовнішній границі елементів. По границях внутрішніх елементів розривання не відбувається і фарбовий шар переходить суцільною плашкою. Чим менша відстань між окремими друкарськими елементами, тим менше напруження $P_{внутр.}$ на границі окремих елементів і тим важче проходить розривання фарбового шару. Високоякісне тиснення , яке точно передає всі елементи штампа, можна отримати у тому випадку, якщо напруження на границі елементів, розміщених близько один від одного, буде більшим від механічної міцності фарбового шару фольги.

Так як механічна міцність фарбового шару прямо пропорційна його когезій ній міцності $P_k = K_k \times \delta_k$, де $P_к$ – міцність фарбового шару, $K_к$ – когезія, δ_k - товщина, то вищеописаний механізм тиснення дає можливість зв'язати чіткість тиснення з когезійною міцністю в'яжучого фарбового шару.

Цей механізм тиснення був апробований при співставленні величини когезійної міцності лакового і грунтувального шарів фольги «Ювілейна» і її друкарсько-технічних властивостей.

На ступінь блиску впливає склад і властивості лакового і грунтувального шарів та параметри тиснення. Дія цих факторів в основному зводиться до порушення гладкості поверхні алюмінієвого шару і збільшення частки дифузійно-відбитого світла. При перевищенні тиску втрата блиску пояснюється результатом розм'ягчення в'яжучого лакового шару, деформації її поверхні, часткового проникнення полімера лакового покриття в тонкий шар алюмінію. При цьому проходить порушення гладкості плівки, утворюються нерівності на її поверхні, наслідком чого є збільшення долі дифузно відбитого світла і пониження блиску відбитка.

Встановлений і експериментально підтверджений механізм утворення райдужного рисунка при тисненні фольгою при зменшенні товщини шару

нижче певної величини. Поява райдужного рисунка обумовлено інтерференцією світла в тонких лакових шарах [12,13].

У роботах Бизова А.Д. [14,15] розглядаються механізм і причини задруковування фольгою проміжків між близько розміщеними друкарськими елементами штампа. Гіпотеза про вплив напружень, які виникають по краях друкарських елементів, висунута Б.Б. Кудрявцевим і Д.П. Татієвим є малоприйнятною для пояснення причин розривання фарбового шару фольги не по контуру штампа, а на деякій відстані від нього, де напруження є значно нижчими. Також не пояснюється явище задруковування поверхні матеріалу за межами друкарських елементів штампа. Такі явища спостерігаються навіть при тисненні плашковими елементами, а при тисненні штампом з близько розміщеними друкарськими елементами механізм утворення зображення є ще більш складним.

Причиною цих явищ є те, що напруження в момент тиснення виникають не тільки в зоні друкарських елементів штампа, але і на пробільних ділянках. Це є наслідком тиску натягнутої фольги і пробільних елементів у випадку їх недостатньої глибини. При цьому можна побачити, що дані напруження збільшуються із зменшенням розмірів пробільних елементів. Це явище пояснюється відносно невеликою величиною втискування фольги в заглиблення штампа внаслідок співрозмірності товщини фольги з розмірами пробільного елемента. В результаті проходить повне задруковування поверхні матеріалу як в місцях дії штампа, так і в місцях дії пробільних елементів штампа [14,15].

Розривання фарбового шару проходить при знятті відпрацьованої фольги за рахунок напружень $\sigma_к$, які виникають в ньому, в тому місці відбитка, для якого характерне співвідношення:

$$\sigma_р < \sigma_к < \sigma_а \quad (1)$$

де $\sigma_р$ - межа міцності фарбового шару фольги при розтягуванні, $\sigma_а$ - межа міцності адгезійного з'єднання фарбового шару фольги з поверхнею матеріалу, який задруковується (сила адгезії).

При цьому необхідне виконання наступних співвідношень:

$$\sigma_в < \sigma_р, \text{ або } (2)$$

$$\sigma_л < \sigma_р, \text{ а також } (3)$$

$$\sigma_0 < \sigma_р, \quad (4)$$

де $\sigma_в$ — межа міцності легкоплавкого шару фольги при розтягуванні, при температурі зняття відпрацьованої фольги; $\sigma_л$ — межа міцності адгезійного з'єднання легкоплавкого шару з основою фольги.

У першому випадку при знятті відпрацьованої фольги від'єднання основи пройде по легкоплавкому шару, у другому – в місці контакту його з фарбовим шаром фольги, в третьому – по місцю контакту з основою. Звідси можна зробити висновок, що закріплення фарбового шару фольги відбудеться на пробільних ділянках відбитка при виконанні для них співвідношення (1) і одного із співвідношень (2-4); якщо ці співвідношення не виконуються в

місцях дії друкарських елементів штампа, відбиток отримуємо з низькою покривною здатністю.

Характер закріплення фарбового шару фольги в процесі тиснення обумовлюється адгезійними властивостями поверхні матеріалу, який задруковується і зв'язуючого фольги. Тому робочі властивості фольги можна оцінити стосовно до конкретного матеріалу різницею температур, які відповідають 100% покривної здатності відбитка $t^\circ_{шт100\%}$ і початку закріплення фольги $t^\circ_{шт0\%}$. При цьому було встановлено, що більш об'єктивно процес тиснення можна охарактеризувати не температурою штампа, а ефективною температурою в зоні в зоні контакту фольги з матеріалом $t^\circ_{еф}$. Проведені дослідження показали, що $t^\circ_{еф}$ залежить від тиску $P_{шт}$ і температури $t^\circ_{шт}$ штампа і в діапазоні $P_{шт} = 100 \div 300 кгс/см^2$ і $t^\circ_{шт} = 20 \div 150^\circ C$ і описується наступною формулою:

$$t^\circ_{еф} = 16{,}0 + 0{,}0006\left[t^\circ_{шт}(t^\circ_{шт} + 145) + 0{,}97 P_{шт}(t^\circ_{шт} - 20)\right] \quad (5).$$

Для оцінки придатності фольги для тиснення на різних видах матеріалів необхідно побудувати графік залежності покривної здатності фольги S температури штампа $t°C$, з якого визначаються $t^\circ_{шт100\%}$ і $t^\circ_{шт0\%}$. Потім за формулою (5) проводять перерахунок отриманих значень в $t^\circ_{еф100\%}$ і $t^\circ_{еф0\%}$, після чого обчислюється:

$$\Delta t^\circ_{еф} = t^\circ_{еф100\%} - t^\circ_{еф0\%} \quad (6)$$

$\Delta t^\circ_{еф}$ більш зручніше користуватись ніж $\Delta t^\circ_{шт}$, тому що незалежно від тиску штампа у вказаному діапазоні тиску $\Delta t^\circ_{еф}$ залишається постійною величиною. Чим менше $\Delta t^\circ_{еф}$, тим більш високу якість тиснення можна отримати.

На основі вищесказаного можна зробити наступні висновки: 1 – при розробці нових видів фольги і палітурних матеріалів необхідно враховувати їх адгезійні властивості і регулювати таким чином, щоб значення $\Delta t^\circ_{еф}$ для них було мінімальним; 2 – у виробництві фольги необхідно використовувати більш тонкі основи.

Проведені дослідження показали, що шар фольги „Ювілейна" повністю задруковує поверхню з нетканого палітурного матеріалу, яка згладжується під дією нагрітого штампа. Але після зняття штампа мікронерівності на поверхні матеріалу відновлюються, що приводить до розривання фарбового шару фольги, в результаті чого на поверхні відбитка утворюється сітка з мікротріщин, що погіршує зорове сприйняття зображення.

Також були проведені дослідження по вивченню ступеня впливу температури і тиску на блиск і гладкість блінтового відбитка. Отримані дані показують, що навіть при оптимальному режимі величина мікронерівностей на поверхні матеріалу складає 50 – 55 мкм, що є незадовільним для будь-якого виду тиснення. Блиск блінтових відбитків також є невисоким, томи вони погано вирізняються на фоні палітурки. Спроба покращити дані показники за рахунок збільшення тиску і температури не досягла позитивного результату.

При збільшенні тиску більше $3,5 \cdot 10^7$ Па спостерігається короблення палітурки у місці відбитка [14,15].

В роботах [16,17] розглядається механізм вибірковості при гарячому тисненні фольгою. Для отримання якісного відбитка при тисненні фольгою необхідно раціонально вибирати матеріали, теплофізичні параметри тиснення і створювати необхідні температурні поля під шарами фольги.

В роботах [16,17] на основі теорії теплопровідності розраховані температурні поля в шарах фольги під друкарськими і пробільними елементами гарячого штампа:

$$\Delta\theta = \frac{t_1 - t_2}{t_ш - t_0} = \exp\left[B_i + B_i F_0\right] erfc\left(\frac{1}{2\sqrt{F_0}} + B_i\sqrt{F_0}\right),$$

де θ_1 і θ_2 – відносна (приведена) різниця температур між друкарськими і пробільними елементами ($\Delta\theta = \theta_1 - \theta_2$); t_0 – початкова температура фольги і матеріалу, який задруковується; $t_ш$ – температура штампа; F_0 – критерій Фур'є:

$$F_0 = \frac{a\tau}{x^2},$$

де a – коефіцієнт температуропровідності шарів фольги, см^2/с; τ – час контакту штампа з фольгою, с; x – глибина від поверхні плівки-основи, см; B_i - критерій Біо:

$$B_i = \frac{\alpha x}{\lambda}$$

Після відповідних перетворень отримали:

$$B_i = \frac{13,4 \cdot 10^{-4} \varepsilon^{0,8} x}{\lambda \tau^{0,8} (1-\varepsilon) h_0^{0,2}} = \frac{13,4 \cdot 10^{-4} x}{\lambda \tau^{0,8}} W,$$

де W - запропонований комплексний геометричний параметр тиснення, який залежить від глибини пробільних елементів штампа (h) і відносного ступеня їх заповнення матеріалом (ε)в момент тиснення:

$$W = \varepsilon^{0,8} \left(1-\varepsilon\right)^{-1} h^{-0,2},$$

а фактично від його деформаційних властивостей і тиску при тисненні.

Із збільшенням цього параметра різниця температур під пробільними і друкарськими елементами зменшується. Достатня чіткість тиснення фольгою може бути отримана при W<8.

При W<8 друкарсько-технічні властивості фольги в значній мірі визначаються її теплофізичними властивостями і температурою розм'ягшення її шарів. Можливі наступні варіанти відповідності фактичних температур розділювального (t_p) і адгезійного (t_a) шарів температурам їх розм'ягшення (t_{pp}) і (t_{pa}):

$t_p < t_{pp}$, $t_a < t_{pa}$, розділювальний і адгезійний шари ще не розм'ягчились, фольга не друкує;

$t_p < t_{pp}$, $t_a > t_{pa}$ появилась адгезія до поверхні матеріалу, який задруковується, але воскосмоляний шар погане віддає нижні шари, проходить незадруковування або вищипування;

$t_p = t_{pp}$, $t_a < t_{pa}$ розділювальний шар розм'ягчився, а адгезійний не розм'ягчився. Фольга не друкує;

$t_p = t_{pp}$, $t_a > t_{pa}$ фольга друкує. Якщо $t_a - t_{pa} \geq \Delta\theta_a$, $(t_ш - t_0)$, то переходить на пробільні елементи;

$t_p > t_{pp}$, $t_a > t_{pa}$ фольга друкує. Якщо $t_a - t_{pa} \geq \Delta\theta_a$, $(t_ш - t_0)$, то переходить на пробільні елементи,

де $t_ш$ – температура поверхні штампа;

t_0 – початкова температура фольги і матеріалу, який задруковується.

Оптимальною умовою тиснення є:

$t_a = t_{pa}$

$t_p = t_{pp}$

$t_p - t_a = t_{pp} - t_{pa} = \Delta t_p$

Оптимальне значення $\Delta t_p = t_{pp} - t_{pa}$ дорівнює приблизно 10°С, що відповідає максимальній чіткості тиснення [16,17].

У статті [18] приведені результати експериментальних досліджень впливу технологічних параметрів на якість тиснення і визначення оптимальних режимів тиснення для деяких видів пакувального паперу при тисненні на ручному позолотному пресі. Досліджувався вплив температури і сили, прикладеної до рукоятки преса, на покривну здатність і різкість тиснення. На основі регресійного аналізу були отримані рівняння регресії залежностей покривної здатності від температури при постійному значенні сили на рукоятці, залежності покривної здатності відбитка від сили, прикладеної до рукоятки преса.

Збільшення температуридо певного значення приводить до підвищення покривної здатності відбитка і стабілізації її у визначеному інтервалі температур, після чого покривна здатність понижується. Із збільшенням тиску величина покривної здатності збільшується.

Рівняння регресії лінійного виду залежності величини виступів (різкості тиснення) має вигляд:

$$R_{t=160} = -0{,}875 + 2{,}4708$$

Рівняння регресії залежності величини виступів (різкості тиснення) від температури в діапазоні сили на рукоятці 100-200 Н мас лінійний характер:

$$R_{p=110} = 0{,}005T - 0{,}5333$$

Із збільшенням тиску і температури штампа різкість тиснення понижується, так як фольга переходить за контур зображення [18].

Елементи теорії фракталів

У багатьох розділах сучасної науки виникають фрактали. Поняття фракталу та методи теорії фракталів використовують у цілому ряді прикладних галузей, зокрема, при аналізі та класифікації сигналів складної форми, які виникають у різних сферах (наприклад, при аналізі коливань курсів валют в економіці, в теорії фізики твердого тіла, динаміці активних середовищ, у теорії броунівського руху часток, розпізнаванні та передачі образів, комп'ютерному дизайні, алгоритмах стиснення інформації тощо). Відзначимо, що структури, подібні на фрактали, можна знайти в природі: береги морського узбережжя, тріщини в деяких породах, зимові орнаменти на склі тощо.

Саме поняття «фракталу» було запроваджено в науку у 1975 році для позначення нерегулярних множин у відомому есе Бенуа Мандельброта «Фрактальні об'єкти: форма, випадковість і розмірність». Пізніше з'явилися інші праці [19-28], в яких були встановлені важливі зв'язки фрактальної геометрії з геометричною теорією міри, рекурсивним аналізом, теорією ймовірностей; описані застосування теорії фракталів в гідродинаміці, океанології, гідрології, при дослідженні поліграфічних матеріалів, перколяційних процесів, а також наведені методи комп'ютерної графіки. Таким чином, за останні десятиріччя фрактали стали дуже популярними.

Що ж таке «фрактал»? Слідуючи Лавер'є, *фрактал* – це геометрична фігура, в якої один і той же фрагмент повторюється при кожному зменшенні масштабу. Фрактали, які володіють цією властивістю і які отримуються в результаті простої рекурсивної процедури називаються конструктивними фракталами. Таким чином, конструктивний фрактал – це множина, яка утворюється в результаті застосування нескінченної кількості лінійних стискаючих відображень подібності. Результуюче стискаюче відображення має стійкі нерухомі точки, які й утворюють фрактал.

Поряд із конструктивними фракталами були виявлені множини, які є схожими на фрактали. Такі множини виникають в теорії нелінійних динамічних систем, природних явищах. Їхня побудова є складнішою, ніж побудова конструктивних фракталів, вони можуть володіти властивістю масштабної інваріантності лише наближено. Подібні множини іноді називають динамічними фракталами. У зв'язку з цим, для фракталу Б.Мандельброт запровадив інше означення: фрактал – це множина, яка має фрактальну розмірність, яка більша від її топологічної розмірності.

Наведемо деякі приклади конструктивних фракталів. Прикладом конструктивного фракталу може бути дерево, стовбур якого розділений на дві менші гілки. У свою чергу, кожна з цих гілок поділяється на дві менші гілки і так далі. Іншим прикладом фракталу є множина Кантора. Це не тільки один з найстаріших фракталів, він також є частиною багатьох сучасних фракталів, таких, наприклад, як сніжинка Кох, килим Серпінського. Опишемо коротко ці фрактали.

Спочатку запровадимо поняття фрактальної розмірності множини M, яка лежить в евклідовому просторі R^n ($n = 1,2,3$). Для заданого $\delta > 0$ нехай $N(\delta)$ – мінімальна кількість відповідно відрізків довжини δ (якщо $n = 1$), квадратів зі стороною δ (якщо $n = 2$) або кубів з ребром δ (якщо $n = 3$), якими можна покрити множину M. Тоді фрактальною розмірністю множини M називається число

$$d_f = \lim_{\delta \to 0} \frac{\ln N(\delta)}{\ln \frac{1}{\delta}}.$$

Канторова множина або порох Кантора. Класична множина Кантора, або порох Кантора, названа іменем Георга Кантора, який описав цю множину у 1883 році (рис.1). Проте існування цієї множини відзначалося ще раніше Генрі Смітом у 1875 році.

Розглянемо одиничний відрізок числової прямої $[0,1]$. Побудова класичного пороху Кантора розпочинається з викидання середньої третини відрізка $[0,1]$. Тобто початкова множина є відрізок $[0,1]$, і першим кроком є видалення відкритого інтервалу $\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$. У наступних кроках ми викидаємо середню третину (не враховуючи кінці) всіх відрізків поточного рівня. Таким чином, ми отримаємо послідовність наступних множин:

$$C_0=[0,1],\ C_1=[0,\frac{1}{3}]\cup[\frac{2}{3},1],$$

$$C_2=[0,\frac{1}{9}]\cup[\frac{2}{9},\frac{1}{3}]\cup[\frac{2}{3},\frac{7}{9}]\cup[\frac{8}{9},1].$$

Гранична множина C_n , $n=0,1,2\ldots$, називається класичним порохом Кантора. Відзначимо такі властивості пороху Кантора:

1. Порох Кантора має розмірність

$$d=\frac{\ln 2}{\ln 3}\approx 0{,}6309\,.$$

2. Порох Кантора не містить жодного інтервалу додатної довжини. Це очевидно з побудови.

3. Сума довжин інтервалів, викинутих при побудові множини C, дорівнює 1. Доведемо цей факт.

Дійсно, довжина першого інтервалу, який ми викинули, дорівнює $\frac{1}{3}$. Щоб отримати C_2, ми викинули два інтервали, кожний з яких має довжину $\frac{1}{3^2}$. На наступному кроці ми викинули 2^2 інтервалів, кожний з яких має довжину $\frac{1}{3^3}$ і т.д. Таким чином, сума S довжин видалених інтервалів становить:

$$S=\frac{1}{3}+\frac{2}{3^2}+\frac{2^2}{3^3}+\ldots+\frac{2^{n-1}}{3^n}+\ldots.$$

Вираз для суми S можна записати у такому вигляді:

$$S=\left(\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{2}{3}+\left(\frac{2}{3}\right)^2+\left(\frac{2}{3}\right)^3+\ldots+\left(\frac{2}{3}\right)^n+\ldots\right).$$

Враховуючи формулу для суми нескінченно спадної геометричної прогресії

$$\frac{1}{1-x}=1+x+x^2+\ldots+x^n+\ldots,\qquad |x|<1,$$

отримуємо:

$$S=\left(\frac{1}{3}\right)\frac{1}{1-\frac{2}{3}}=1.$$

Зауваження, що послідовність множина C_n, $n = 0,1,2\ldots$, є спадною в тому плані, що $C_0 \supset C_1 \supset C_2 \supset \ldots$.За означенням, канторова множина C отримується як перетин усіх множин C_n.

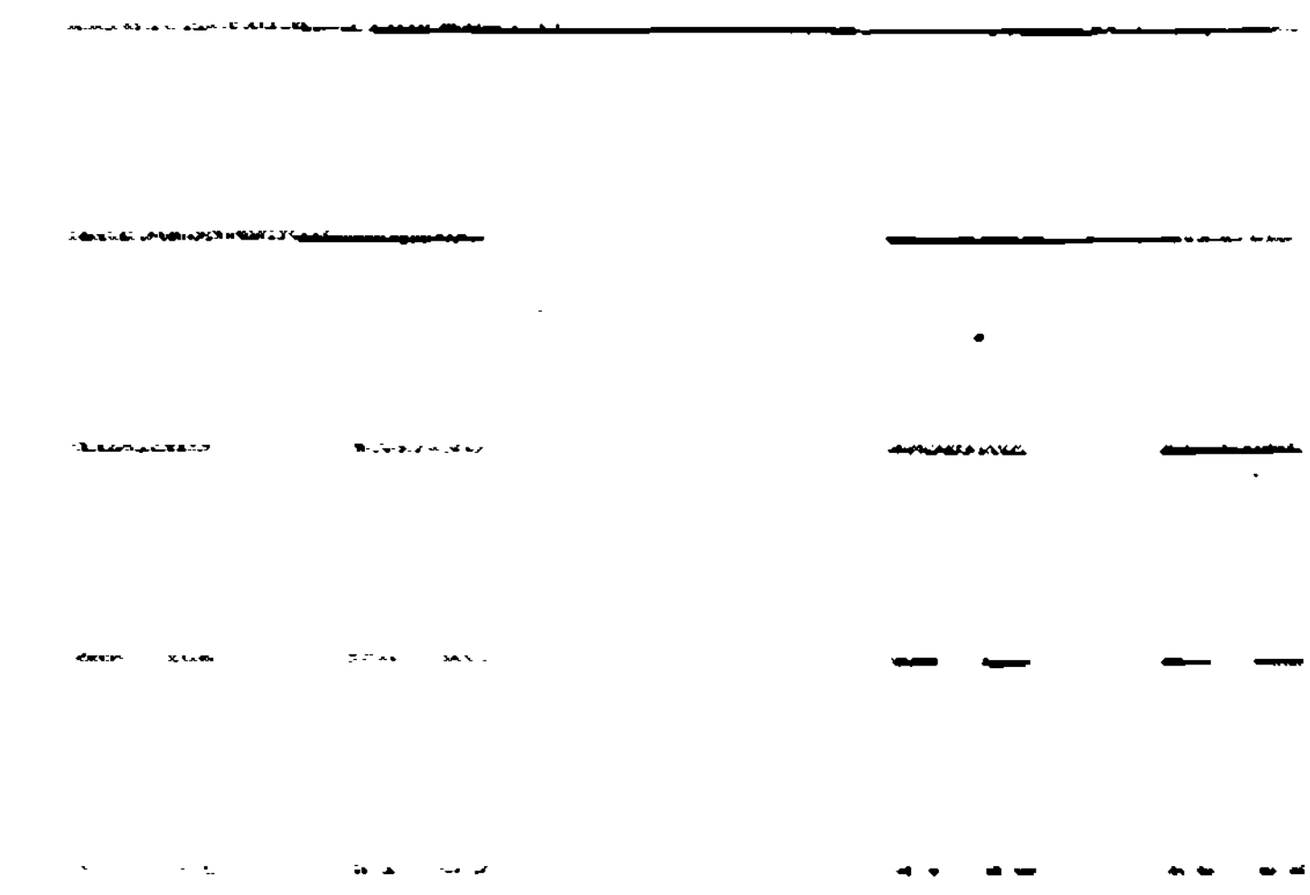

Рис. 1. Побудова множини Кантора

Сніжинка Кох (рис. 2). Множина будується шляхом рекурентної процедури на площині (рис. 3). Побудова кривої Кох розпочинається з відрізка одиничної довжини $L(1) = 1$. Цей відрізок – нульове покоління кривої Кох. Побудова продовжується таким чином (рис. 3 для $n = 1$): початковий відрізок замінюється на ламану з чотирьох прямолінійних ланок, кожна з яких має довжину $\frac{1}{3}$ – у результаті отримуємо перше покоління кривої Кох.

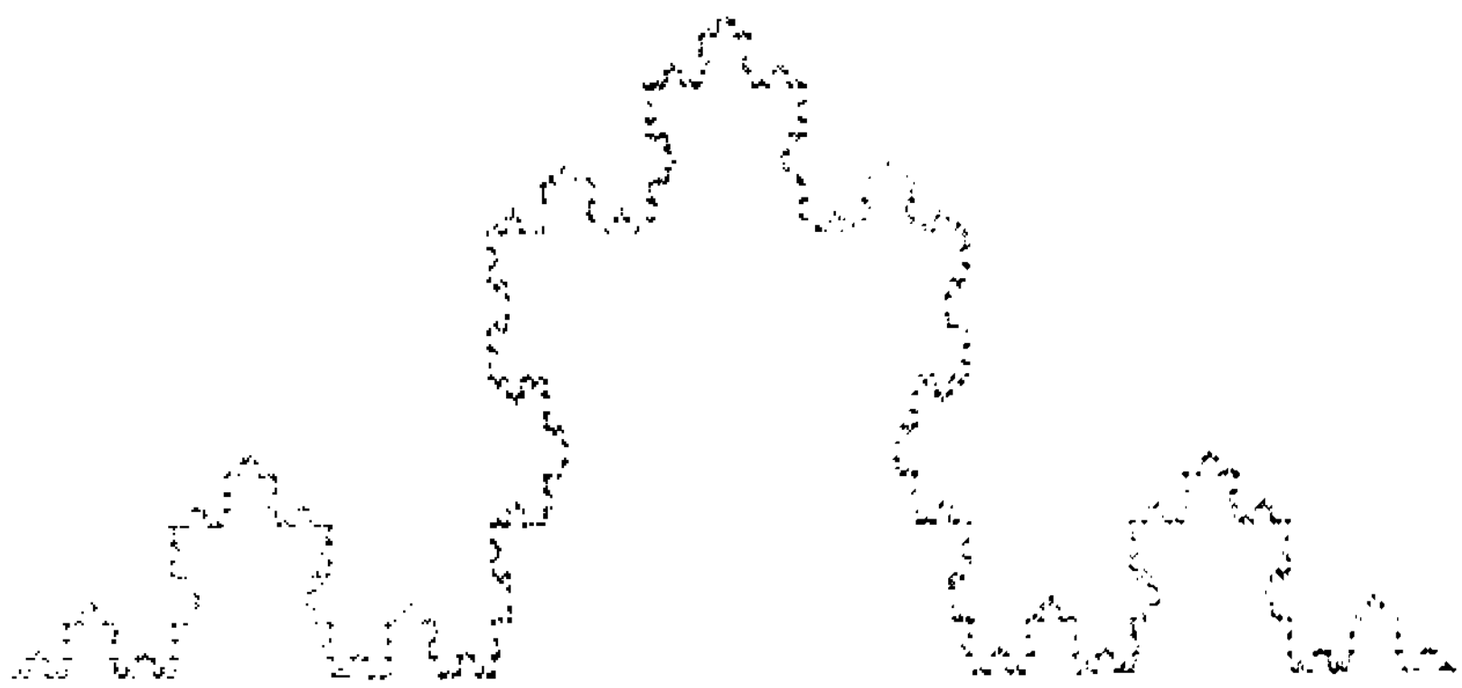

Рис. 2. Сніжинка Кох

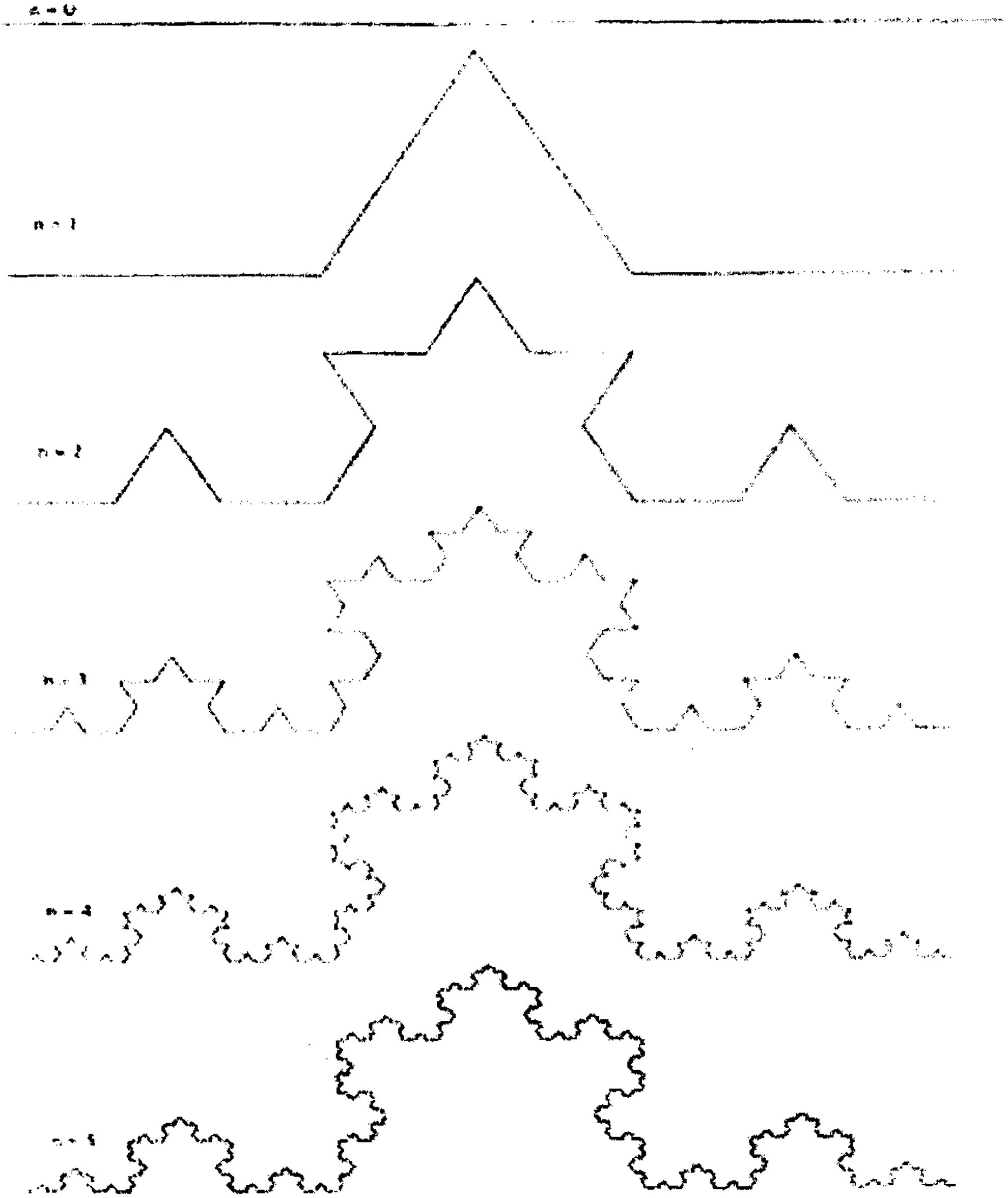

Рис. 3. Побудова кривої Кох

Довжина всієї кривої 1-го покоління дорівнює $L\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{4}{3}$. Наступне

покоління отримується шляхом заміни кожної прямолінійної ланки зменшеним утворюючим елементом. У результаті отримуємо криву другого покоління, яка складається з 16 ланок, кожна з яких має довжину

$$\delta=3^{-2}=\frac{1}{9}.$$

Довжина кривої другого покоління дорівнює $L\left(\frac{1}{9}\right)=\left(\frac{4}{3}\right)^2=\frac{16}{9}$

Замінюючи всі ланки попереднього покоління кривої зменшеним утворюючим елементом, отримуємо нове покоління кривої. Крива n-го покоління для довільного скінченного n називається передфракталом. Визначимо фрактальну розмірність d для кривої Коха. Довжина передфрактала n-го

покоління визначається за формулою $L(\delta)=\left(\frac{4}{3}\right)^n$. Довжина кожної ланки складає $\delta=3^{-n}$. Кількість n поколінь представимо у вигляді $n=-\frac{\ln\delta}{\ln 3}$. Запишемо довжину передфрактала у вигляді

$$L(\delta)=\left(\frac{4}{3}\right)^n=\exp\left(-\frac{\ln\delta[\ln 4-\ln 3]}{\ln 3}\right)=\delta^{1-d},$$

звідки дістаємо

$$d=\frac{\ln 4}{\ln 3}\approx 1.2628.$$

Кількість сегментів дорівнює $N(\delta)=4^n=4^{-\frac{\ln\delta}{\ln 3}}$ і може бути записана у вигляді $N(\delta)=\delta^{-d}$. Крива Кох – це один зі стандартних прикладів, які показують, що існують криві на площині, фрактальна розмірність яких є більшою від 1.

Килимок Серпінського (рис. 4). Регулярний фрактал – килимок Серпінського утворюється послідовним вирізанням центральних рівносторонніх трикутників так, як це показано на рис. 5. У результаті утворюється фігура, яка складається з нескінченної кількості ізольованих точок. Фрактальна розмірність килимка Серпінського визначається за формулою $d=\frac{\ln 3}{\ln 2}\approx 1.5849$.

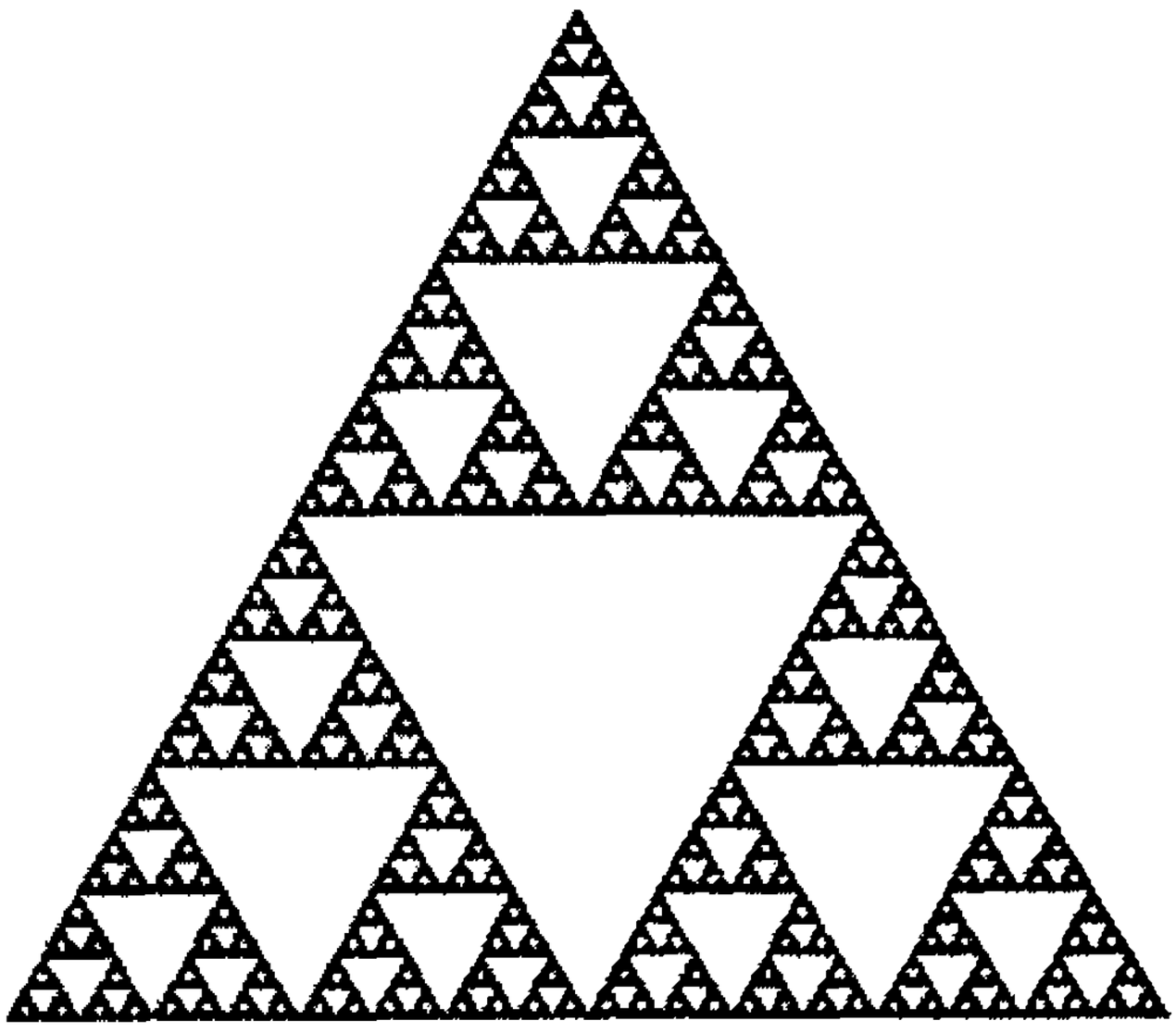

Рис. 4. Килимок Серпінського

Тут при нульовому кроці маємо один рівносторонній трикутник з довжиною сторони $l_0=1$, а на наступному – три рівносторонні трикутники зі сторо-

нами $l_1 = \frac{1}{2}$. Тому $N(l_0) = 1$, а $N(l_1) = 3$. Килимок має нульову площу, оскільки легко перевірити, що в процесі його побудови викидаються трикутники, сумарна площа яких дорівнює площі початкового трикутника. Про це також свідчить значення фрактальної розмірності $d < 2$,

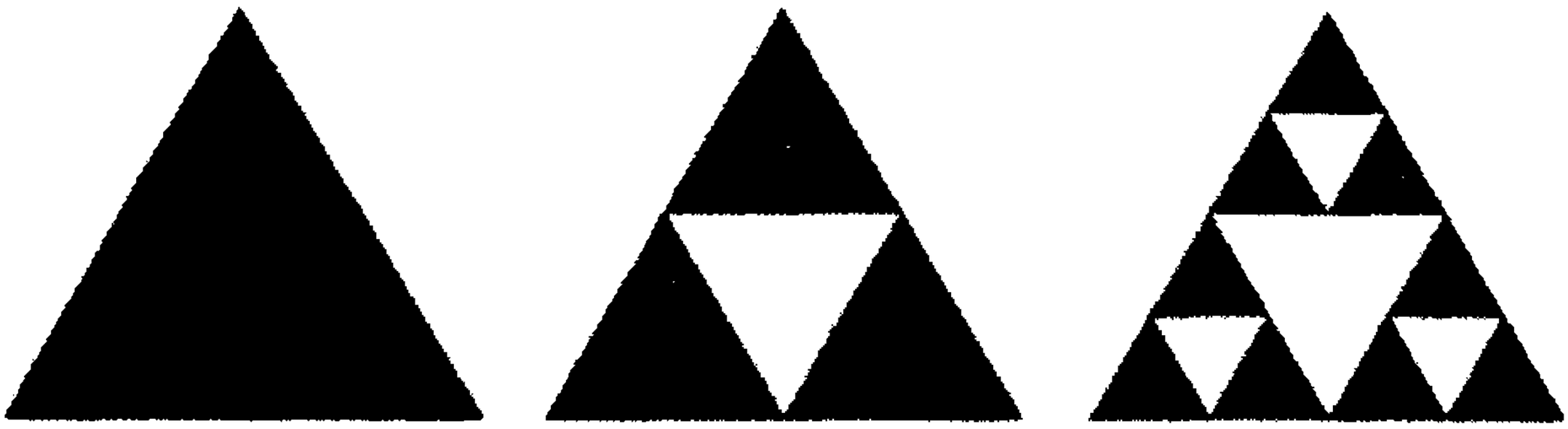

Рис. 5. Побудова килимка Серпінського

яке менше від розмірності площини, на якій знаходиться цей об'єкт.

Усі розглянуті фрактали отримують в результаті використання на кожному кроці деякої однотипної процедури або генератора, що задається деякою геометричною фігурою. Такі фрактали називаються регулярними геометричними фракталами. Природні об'єкти рідко описуються регулярними геометричними фракталами, але для них можна виконувати доволі точні розрахунки, які мають велике практичне значення.

Зупинимося на роботах [19, 22], в яких вказані застосування теорії фракталів для опису мікроструктури поверхонь реальних твердих тіл та поліграфічних матеріалів. Такі поверхні формуються шляхом механічної обробки, ніколи не бувають абсолютно гладкими, для них притаманні *хвилястість* і *шорохуватість* їхніх профілів. Характерною особливістю цих профілів є те, що при зменшенні масштабу кількість відрізків чи квадратів, необхідних для покриття профілів, збільшується не за лінійним, а за степеневим законом. Степеневий показник у цьому законі відображає фрактальну розмірність мікропрофілю поверхні і може служити кількісним показником якості цієї поверхні.

У книзі [19] описані фрактальні моделі профілів шорохуватих поверхонь твердих тіл, досліджено задачу про тиснення фрактального штампу, який спирається на канторову пилюку, а також вивчено параметри опорної кривої фрактального штампу.

У книзі [22] описані експериментальні методи дослідження мікроструктури паперу, картону, офсетного полотна, друкарських фарб, процесів перенесення фарби між контактуючими поверхнями друкарських пристроїв, процесів тиснення. Такі експерименти дозволяють отримати мікропрофілі поверхонь паперу, офсетних полотен, а також числові значення параметрів цих мікропрофілів. Побудовані у книзі [22] теоретичні моделі процесів друку та аналіз отриманих значень параметрів мікропрофілів показали, що мікропрофілі володіють фрактальними властивостями. Для опису цих властивостей у [22] розроблено методи їх аналізу, за допомогою яких суттєво розширено діапазон

досліджуваних видів паперу, картону, офсетних полотен, друкарських пластин і форм.

Враховуючи вищевказане, можна зробити висновок, що для дослідження характеристик поверхні матеріалів для тиснення і процессу тиснення доцільно застосувати нові методи, які грунтуються на використанні математичної теорії фракталів, теорії функцій Вейєрштрасса, теорії крайових задач для диференціальних рівнянь та алгоритмів аналізу числових даних.

1. Смирнов Г.П. Исследование процесса тиснения и определение некоторых расчетных параметров для проектирования позолотных прессов // Сборник трудов НИИПОЛИГРАФМАШ. – Москва, 1956. – №1. - С. 30-54

2. Смирнов Г.П. Исследование процесса тиснения и определение расчетных параметров для проектирования позолотных прессов. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук, М, 1951. – 209 с.

3. Угрюмова Л.Д. Ротационный пресс для тиснения переплетных крышек. Отчет НИИПМ, М., 1954

4. Плоткин М.М. Исследование основных параметров ротационного тиснения // Сборник научных трудов НИИ полиграфмаш. – М.: НИИП, - 1960. - №6. – С. 133-159

5. Плоткин М.М. Исследование основных параметров ротационного тиснения Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук, М, 1961. – 176 с.

6. Купцова О.Б. Бескрасочное тиснение на переплетных крышках // Сборник научных работ ВНИИ полиграфии. – Москва, 1961. – Вып. 13. – С. 49-76

7. Козлов С.Н. Исследование влияния высокоэластичных материалов на характер деформации при вдавливании плоского штампа в картон. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук, М, 1963. – 243 с.

8. Козлов С.Н. Теоретические основы тиснения на переплетных крышках: Учеб. пособ. – М.:МПИ, 1967. – 48 с.

9. Урядова Г.В. Тиснение цветной и металлической фольгой на переплетных крышках // Сборник научных работ ВНИИ полиграфии. – Москва, 1965. – Том 16. - Вып. 1. – С. 23-34

10. Урядова Г.В. Физико-химические основы взаимодействия фольги с покрытиями переплетных материалов // Сборник научных работ ВНИИ полиграфии. – Москва, 1968. – Том 19. - Вып. 1. – С. 23-34

11. Урядова Г.В. Исследование взаимодействия красочной фольги с термопластичным покрытием переплетных материалов в процес се тиснения нагретым штампом Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук, М, 1968. – 178 с.

12. Кудрявцев Б.Б. Исследование зависимости между составом фольги и ее печатно-техническими свойствами. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук, М, 1970. – 164 с.

13. Кудрявцев Б.Б., Татиев Д.П. О четкости тиснения фольгой // Полиграфия. – 1970. - №8. – С. 22-23

14. Бызов А., Жуков И., Лебедев Ю. Условия образования четкого оттиска при тиснении фольгой // Полиграфия. – 1977. - №5. – С. 30-32

15. Бызов А.Д. Исследование процессов изготовления и отделки переплетных крышек из клееных нетканих материалов. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук, М, 1977. – 170 с.

16. Гилязетдинов Л.П., Волохова В.П., Огороднева М.В. Теплофизические параметры горячего тиснения фольгой на переплетных материалах // Сборник научных работ ВНИИ полиграфии. – Москва, 1980. – Том 30. - Вып. 2. – С. 67-74

17. Гилязетдинов П.П., Левин Г.М., Огороднева М. В. Фольга для горячего тиснения. – М.: Книга, 1981. – 112 с.

18. Горшкова Л.О., Бобров В.И., Завьялова Н.А., Чирков Е.А. Влияние технологических параметров на качество тиснения на упаковочных бумагах // Проблемы полиграфии и издательского дела. – 2006. - №1. – С. 11 – 19

19. Аргатов И.И., Дмитриев Н.Н. Основы теории упругого дискретного контакта. – Санкт-Петербург: Изд-во "Политехника", 2003. – 233 с.

20. Божокин С.В., Паршин Д.А. Фракталы и мультифракталы. – Москва–Ижевск: R&C Dynamics , 2002. – 128 с.

21. Кроновер Р.М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. – М.: Постмаркет, 2000. – 352 с.

22. Кулак М.И., Ничипорович С.А., Медяк Д.М. Методы теории фракталов в технологической механике и процессах управления: полиграфические материалы и процессы. – Минск: РУП "Изд. дом "Белорусская наука", 2007. – 419 с.

23. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. – М.: Mathesis, 2002. – 656 с.

24. Морозов А.Д. Введение в теорию фракталов. – Москва-Ижевск, Ин-т компьютерных исследований, 2002. – 160 с.

25. Федер Е. Фракталы. – М.: Мир, 1991. – 254 с.

26. Шредер М. Фракталы, хаос, степенные законы. – Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2001. – 528 с.

27. Falconer K. Fractal Geometry. Mathematical Foundations and Applications. – Chichester–New York–Brisbane–Toronto–Singapore: John Wiley & Sons, 1990. – 289 p.

28. Falconer K. Techniques in Fractal Geometry. – Chichester–New York–Weinheim–Brisbane–Singapore–Toronto: John Wiley & Sons, 1997. – 256 p.