УДК 519.8

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ МІЖГАЛУЗЕВОГО БАЛАНСУ

І. М. Лях

ДВНЗ "Ужгородський національний університет"
пл. Народна, 3, Ужгород, 88000, Україна

Досліджено теоретичні питання формування фінансової моделі діяльності підприємств. Описано основні характеристики моделі міжгалузевого балансу, математичні моделі, коефіцієнти витрат, а також обчислювальні аспекти для розв'язання задач міжгалузевого балансу.

Ключові слова: *міжгалузевий баланс, математичні моделі, фінансові моделі, баланс, коефіцієнти витрат.*

Постановка проблеми. Важливою практичною проблемою розробки міжгалузевого балансу є отримання даних про структуру витрат на виробництво та товарну структуру категорій кінцевого використання. У зв'язку з цим потрібно виокремити завдання щодо отримання даних про виробництво непрофільної продукції та витрати на її виготовлення. Річ у тому, що при складанні міжгалузевого балансу за схемою чистих галузей, непрофільну продукцію варто перемістити з господарських галузей у чисті. Відповідне переміщення має відбутися й щодо витрат на виробництво непрофільної продукції. Таку інформацію можна здобути лише окремо від кожного підприємства. Проте за сучасних умов отримати інформацію від усіх підприємств неможливо, тому доцільно використовувати деякі математичні методи обробки даних, які базуються на певних припущеннях.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Зазвичай використовують дві гіпотези. Перша умовно називається гіпотезою «технології виробництва товарів». Вона полягає у тому, що структура витрат на виробництво непрофільної продукції повністю відповідає структурі витрат на виробництво аналогічної продукції, яка виробляється певною галуззю як основна.

Прийняття другої гіпотези передбачає припущення, що структура витрат на виробництво непрофільної продукції є аналогічною до структури витрат на виробництво основної для галузі. Зрозуміло, що перша гіпотеза забезпечує об'єктивніші результати, а тому вона завжди має перевагу [1].

Балансові моделі на підставі звітів характеризують наявні пропорції, де ресурсна частина завжди дорівнює витратній. Для виявлення диспропорції використовують балансові моделі, в яких фактичні ресурси узгоджувалися б не лише з їх фактичним споживанням, а й з потребою у них. Зазначимо, що балансові моделі не мають якогось механізму порівняння окремих варіантів економічних рішень, (як це очевидно, наприклад, у разі вибору одного з альтернативних варіантів інвестиційного проекту, що не передбачає взаємозаміни різних видів ресурсів та не дає змоги обрати оптимальний варіант розвитку економічної системи). Власне це й визначає певну обмеженість балансових моделей та методу загалом.

Виклад основного матеріалу дослідження. Балансові моделі застосовують для економічних досліджень, аналізу та планування. Вони будуються на підставі балансового методу, тобто узгодженні матеріальних, трудових і фінансових ресурсів. Якщо описувати економічну систему загалом, то під балансовою моделлю мають на увазі таку систему рівнянь, кожне з яких виражає балансове співвідношення між виробництвом, окремими економічними об'єктами обсягів продукції й сукупною потребою у цій продукції. За такого підходу розглядувана економічна система складається з об'єктів, кожен з яких випускає певний продукт, частина якого споживається ним самим та іншими об'єктами системи, а решта виводиться за межі системи як кінцева продукція. Якщо замість поняття «продукт» увести загальніше поняття «ресурс», то під балансовою моделлю розумітимуть систему рівнянь, які задовольняють вимоги щодо відповідності у наявності ресурсу та його використанні. Можна також розглядати приклади балансової відповідності, як-от: відповідність робочої сили й кількості робочих місць, платоспроможного попиту населення та продукції (товарів і послуг) тощо.

Основу інформаційного забезпечення балансових моделей в економіці становить матриця коефіцієнтів витрат ресурсів за конкретними напрямами їхнього використання. Наприклад, у моделі міжгалузевого балансу таку роль відіграє так звана технологічна матриця — таблиця міжгалузевого балансу, яка складається з коефіцієнтів (нормативів) прямих витрат на виробництво одиниці продукції в натуральному вираженні. З багатьох причин вихідні дані реальних суб'єктів господарсва не можуть бути використані у балансових моделях безпосередньо, тому підготовка інформації до введення в модель є досить важливою проблемою. Так, для побудови моделі міжгалузевого балансу використовують специфічне поняття чистої (чи технологічної) галузі, що поєднує все виробництво певного (агрегованого) продукту незалежно від адміністративної підпорядкованості та форм власності підприємств і фірм. Перехід від господарських галузей до чистих потребує спеціального перерахунку реальних даних господарських об'єктів, наприклад, агрегування галузей, вилучення внутрішньогалузевого обігу тощо.

Балансові моделі будуються як числові матриці — прямокутні таблиці чисел. У зв'язку з цим балансові моделі належать до типу матричних економіко-математичних моделей. У них балансовий метод має чітке математичне вираження. Отже, матричною структурою послуговуються міжгалузевий та міжрегіональний баланси виробництва та розподілу продукції окремих регіонів, моделі промфінпланів підприємств і фірм тощо. Попри специфіку цих моделей, їх об'єднує не лише спільний формальний (математичний) апарат побудови та єдиний алгоритм обчислень, а й аналогічність низки економічних характеристик. Це дає змогу розглядати структуру, зміст й основні залежності матричних моделей на прикладі міжгалузевого балансу та розподілу продукції в народному господарстві. Він відображає виробництво та розподіл суспільного продукту у галузевому розрізі, міжгалузевих виробничих зв'язків, викори-

стання матеріальних і трудових ресурсів, створення й розподіл національного доходу [2].

Запропоновано матрицю А коефіцієнтів прямих матеріальних витрат з компонентами (a_{ij}) і вектор кінцевого випуску у з компонентами (y_i):

Номер	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{31}	a_{32}	a_{33}
1	0.3	0.4	0.1	0.2	0.2	0.1	0.3	0.2	0.1

Рис. 1. Матриця коефіцієнтів прямих матеріальних витрат

y_1	y_2	y_3
100	150	190

Рис. 2. Вектор кінцевого продукту

$$A=\begin{pmatrix}0.3 & 0.4 & 0.1\\ 0.2 & 0.2 & 0.1\\ 0.3 & 0.2 & 0.1\end{pmatrix}$$ — матриця коефіцієнтів прямих матеріальних витрат;

$$Y=\begin{pmatrix}100\\ 150\\ 190\end{pmatrix}$$ — вектор кінцевого продукту.

Коефіцієнти прямих матеріальних витрат показують обсяг матеріальних ресурсів виду i, необхідний для виробництва одиниці валового продукту виду j.

Матриця А продуктивна, адже для усіх стовпчиків сума елементів є меншою від одиниці.

Рівняння міжгалузевого балансу в матричної формі:

$$X=AX+Y, \quad (1)$$

де $X=\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{pmatrix}$ — вектор валового випуску.

Для того щоб знайти обсяги валової продукції кожної галузі, перепишемо рівняння міжгалузевого балансу в такому вигляді:

$$X-AX=Y \text{ або } (E-A)X=Y, \quad (2)$$

звідки X=(E-A)-1Y, знаходимо матрицю C=E-A та зворотну до неї матрицю повних витрат B=(E-A)-1:

$$C=E-A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0.3 & 0.4 & 0.1\\ 0.2 & 0.2 & 0.1\\ 0.3 & 0.2 & 0.1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0.7 & -0.4 & -0.1\\ -0.2 & 0.8 & -0.1\\ -0.3 & -0.2 & 0.9\end{pmatrix} \quad (3)$$

Знаходимо визначник цієї матриці:

$$\text{Det C}=\begin{vmatrix}0.7 & -0.4 & -0.1\\ -0.2 & 0.8 & -0.1\\ -0.3 & -0.2 & 0.9\end{vmatrix}=0{,}001*\begin{vmatrix}7 & -4 & -1\\ -2 & 8 & -1\\ -3 & -2 & 9\end{vmatrix}=$$

$$0{,}001*\left\{7*\begin{vmatrix}8 & -1\\ -2 & 9\end{vmatrix}-(-4)*\begin{vmatrix}-2 & -1\\ -3 & 9\end{vmatrix}-1*\begin{vmatrix}-2 & 8\\ -3 & -2\end{vmatrix}\right\}=0{,}001*\{7(72-2)+$$

$$+4(-18-3)-(4+24)\}=0.001*(490-84-28)=0.378 \quad (4)$$

Алгебраїчні доповнення елементів матриці C=E-A:

$$c_{11}=\begin{vmatrix}0{,}8 & 0{,}1\\ -0{,}2 & 0{,}9\end{vmatrix}=0.72-0.02=0.70; \quad c_{12}=\begin{vmatrix}-0{,}2 & -0{,}1\\ -0{,}3 & 0{,}9\end{vmatrix}=-(0.18-0.03)=0.21;$$

$$c_{13}=\begin{vmatrix}-0{,}2 & 0{,}8\\ -0{,}3 & -0{,}2\end{vmatrix}=0.04+0.24=0.28; \quad c_{21}=\begin{vmatrix}-0{,}4 & -0{,}1\\ -0{,}2 & 0{,}9\end{vmatrix}=-(-0.36-0.02)=0.38;$$

$$c_{22}=\begin{vmatrix}0{,}7 & -0{,}1\\ -0{,}3 & 0{,}9\end{vmatrix}=0.63-0.03=0.6; \quad c_{23}=\begin{vmatrix}0{,}7 & -0{,}4\\ -0{,}3 & -0{,}2\end{vmatrix}=-(-0.14-0.12)=0.26;$$

$$c_{31}=\begin{vmatrix}-0{,}4 & -0{,}1\\ 0{,}8 & -0{,}1\end{vmatrix}=0.04+0.08=0.12; \quad c_{32}=\begin{vmatrix}0{,}7 & -0{,}1\\ -0{,}2 & -0{,}1\end{vmatrix}=-(-0.07-0.02)=0.09;$$

$$c_{33}=\begin{vmatrix}0{,}7 & -0{,}4\\ -0{,}2 & 0{,}8\end{vmatrix}=0.56-0.08=0.48 \quad (5)$$

Зворотня матриця, яка репрезентує таблицю коефіцієнтів повних витрат, буде такою:

$$B=(E-A)^{-1}=\frac{1}{0{,}378}\begin{pmatrix}0{,}70 & 0{,}38 & 0{,}12\\ 0{,}21 & 0{,}60 & 0{,}09\\ 0{,}28 & 0{,}26 & 0{,}48\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1{,}35 & 1{,}01 & 0{,}32\\ 0{,}56 & 1{,}59 & 0{,}24\\ 0{,}74 & 0{,}69 & 1{,}27\end{pmatrix} \quad (6)$$

Знаходимо обсяги валової продукції кожної галузі:

$$X=(E-A)^{-1}\,Y=\begin{pmatrix}1{,}85 & 1{,}01 & 0{,}32\\ 0{,}56 & 1{,}59 & 0{,}24\\ 0{,}74 & 0{,}69 & 1{,}27\end{pmatrix}\begin{pmatrix}100\\ 150\\ 190\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}396{,}30\\ 338{,}89\\ 418{,}52\end{pmatrix} \quad (7)$$

Порівнявши матрицю витрат (E-A)-1 та випуску (У) ми визначили рівень ефективності використання продукції певної галузі. Він показує, що невеликий обсяг витрат забезпечує високий рівень випуску продукції на зовнішній ринок.

Коефіцієнт матриці повних витрат показує, на скільки треба виготовити продукції певної галузі для випуску у сфері кінцевого вжитку одиниці продукції [3].

Висновки. Описано головні характеристики моделі міжгалузевого балансу, принципові схеми, коефіцієнти витрат, а також обчислювальні аспекти

для розв'язання задач міжгалузевого балансу. Отже, міжгалузевий баланс (МГБ) — це економіко-математична балансова модель, яка характеризує міжгалузеві виробничі взаємозв'язки в економіці, де МГБ вказує на структуру витрат на виробництво продукту і його розподіл в економіці.

Модель міжгалузевого балансу застосовується для макроекономічної рівноваги трудових ресурсів суспільства та обсягів випуску продукту. За допомогою міжгалузевого балансу можна оцінити матеріальні та трудові витрати, визначити додану вартість, отримати взаємозв'язок цін. Міжгалузевий баланс виробництва та розподілу продукції відображає виробництво й розподіл суспільного продукту в розрізі, а також міжгалузеві виробничі взаємозв'язки, використання матеріальних і трудових ресурсів, створення та розподіл національного доходу.

Розглянуто основний приклад обчислення математичної моделі міжгалузевого балансу, пов'язаний із обсягом матеріальних затрат. Математична модель міжгалузевого балансу є основним специфічним методом науки, що застосовується для аналізу та синтезу систем управління. Це особливий пізнавальний спосіб, коли суб'єкт дослідження замість основного досліджуваного об'єкта обирає чи створює подібний до нього допоміжний об'єкт, образ чи модель, досліджує його, а отримані знання переносить на об'єкт-оригінал. Завдяки активній ролі суб'єкта сам процес моделювання має активний творчий характер.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Вітлінський В. В. Моделювання економіки : навч. посіб. / В. В. Вітлінський. — К. : КНЕУ, 2003. — 408 с.
2. Бібліотека економіста : [електронний ресурс]. — Режим доступу : url: http://library.if.ua/book/109/7426.html.
3. Учебные материалы ВГУЭС : [электронной ресурс]. — Режим доступа : url: http://abc.vvsu.ru/Books/u_vyssh_m1/page0007.asp.

MATHEMATICAL MODELS OF INTERBRANCH BALANCE

I. M. Liakh

SHEE "Uzhgorod National University"
3, Narodna Square, Uzhgorod, 88000, Ukraine

The article deals with theoretical issues of the financial model formation of companies' activity. It describes the main characteristics of interbranch balance models, mathematical models, cost ratios and computing aspects to solve the tasks of interbranch balance problems.

Keywords: *Interbranch balance, mathematical models, financial models, balance, cost ratios.*

Стаття надійшла до редакції 09.06.2015.