

Фадєєва К. В.,  
доктор мистецтвознавства, доцент  
Національної музичної академії України ім. П. І. Чайковського

## ТЕОРЕТИКО-ЙМОВІРНІСНІ ПІДХОДИ В МУЗИКОЗНАВЧИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ

*У статті проаналізовано напрями досліджень, в яких ймовірно-статистична методика виявляє логічні закономірності, найскладніші процеси еволюції музичного мислення. Розглянуто елементи формалізації системно-структурних відношень звукового процесу в їх ймовірно-статистичній репрезентації.*

*Ключові слова: теоретико-ймовірнісні принципи, розподіл ймовірностей, «марковські процеси», «марковські ланцюги».*

*В статье проанализированы направления исследований, в которых вероятностно-статистическая методика выявляет логические закономерности, сложнейшие процессы эволюции музыкального мышления. Рассмотрены элементы формализации системно-структурных отношений звукового процесса в их вероятностно-статистической репрезентации.*

*Ключевые слова: теоретико-вероятностные принципы, распределение вероятностей, «марковские процессы», «марковские цепи».*

*In the article it was analyzed the lines of research in which probabilistically-statistical technique detects the logical laws and most difficult processes of musical thought evolution. It was considered the formalization elements of system-structural relations of sound process in their probabilistically-statistical representation.*

*Key words: theoretical-probability principles, probability distribution, «Markov processes», «Markov chains».*

У теоретичному музикознавстві розгляд системо-утворюючих та генетичних, еволюційних логіко-конструктивних принципів музичного мислення надає можливість визначити межі прояву спонтанних, незалежних від творчих устремлінь композитора конструктивно-можливих передумов організації звукового процесу та осмислених творчих моментів, які визначають реалізацію об'єктивних чинників, властивостей звукового матеріалу. Цей контекст виявляє перспективним дослідження ймовірно-статистичних моделей діатоніко-хроматичних явищ ладової організації, варіантних, контрастно-репрізних принципів структуроутворення.

Створення, розгляд вищезазначених моделей в аспекті історико-еволюційного розвитку дозволяє визначити стильові закономірності музичного мислення.

Мета статті полягає у визначенні кола досліджень, в яких ймовірно-статистична методика безпосередньо виявляє найскладніші процеси, механізми ладогармонічного мислення, його функціональну природу. Саме цей аспект – найбільш важливий у розкритті феномену гармонічних явищ постромантичного експресіонізму (на прикладі фортепіанних творів О. Скрибіна та К. Шимановського).

Теоретико-інформаційний підхід у дослідженні музичних явищ, виявлення ентропійних процесів, принципів кодування звукової інформації найбільш повно реалізується у ймовірно-статистичному її поданні. Метод ймовірно-статистичного аналізу у проекції проведеного дослідження (в музиці пізнього періоду творчості О. Скрябіна, раннього періоду творчості К. Шимановського) дозволяє розкрити найскладніші еволюційні механізми музичного мислення.

Головний акцент даного дослідження сфокусований на «марковських процесах» («ланцюгових залежностях») та «гіллястих процесах»), функціонування яких було нами простежено у творах ор. 56. «Іронія» О. Скрябіна та ор. 29 «Метопи», п'єсі «Кліпсо» № 2 К. Шимановського.

Ймовірно-статистичні методи дозволяють віднаходити за ймовірностями одних випадкових подій ймовірності інших випадкових подій, пов'язаних певним чином з першими та є числовою характеристикою ступеня віртуальності появи будь-якої події в тих чи інших певних умовах, які наділені властивістю необмеженої повторності.

Головним і визначальним у ймовірності подій є різний ступінь детермінованості, що виявляється, з одного боку, в імплікаційній залежності, з іншого, – в комбінаторній мінливості, пермутаційності звукових подій.

Досліджуючи ймовірно-статистичні закономірності естетичних аспектів сприйняття, А. Моль у праці «Теорія інформації та естетичне сприйняття [10] дослідницьким шляхом встановив, що в ритмічно константному русі передбачуваність появи певного елемента утворюється вже на 3 – 4 елементі, такого роду очікування, закономірність послідовності звукового «ряду» визначає зміну інформаційної ємності об'єкта, яка розглядається відповідно до ймовірісних принципів, що відповідно впливає на кількісний вміст інформації.

У статті «Про можливість теоретико-інформаційного підходу до деяких проблем музичного мислення і сприйняття» [12] І. Д. Рудь і І. І. Цуккерман репрезентували результати використання вихідного розподілу ймовірностей, що дозволило кількісно проаналізувати деякі риси різних музичних стилів як складноорганізованих детермінованих систем.

У статті «Роль ЕОМ у вивченні рукописів старовинної музики» [3] Н. О. Герасимова-Персидська відзначає, що методи теорії ймовірностей, вірогідно, знайшли б застосування в теоретичному музикознавстві для обробки статистичного матеріалу у сфері жанрової типології, вияву в ньому еволюційних процесів, визначення характеристичних властивостей окремих компонентів твору, детермінований зв'язок яких дозволяє доповнити відсутній фрагмент тексту при відновленні, реставрації. До висловлених Н. О. Герасимовою-Персидською думок щодо напрямів застосування ймовірно-статистичних методів дослідження в теоретичному музикознавстві маємо додати, що в цьому напрямі можливе застосування методу комбінаторної ентропії з урахуванням надмірності тексту.

У праці А. М. Яглома і І. М. Яглома «Ймовірність та інформація» [14], в главі IV, підрозділ 3 «Музика» авторами наведена інформація про створення Р. Пінкертоном, Ф. і К. Агтнів, Ф. Бруксом, Г. Олсоном і Г. Беларом музичних фраз відповідно до ймовірісних властивостей. Для цього вищенаведеними авторами було застосовано

метод Монте-Карло, який базується на моделюванні випадкових величин (у даному випадку звукових елементів) із заданим розподілом окремих нот (від 1 до 8) та побудові статистичних оцінок для шуканих величин.

У музикознавстві, в композиторській творчості ймовірно-статистичні методи застосовувалися Я. Ксенакісом, який був основоположником «вільної та марковської стохастичної музики», творцем композицій з використанням принципів різних математичних теорій. Ймовірнісні та теоретико-множинні логіко-символічні закономірності, на думку Я. Ксенакіса, створюють можливість оперувати звуковими масами. У його праці «Формалізовані напрями музики» [15] (яка складається з дев'яти глав – 1. «Вільна стохастична музика». 2. «Марковська стохастична музика». Теорія. 3. «Марковська стохастична музика». Застосування. 4. Музична стратегія. 5. «Вільна стохастична музика» (комп'ютерна). 6. «Символічна музика». Заключення і висновки за 1 – 6 главами. 7. «У напрямку метамузики». 8. «У напрямку філософії музики». 9. «Нові пропозиції по мікрозвуковим структурам») викладена математична концепція створення музики.

У праці Ю. Кон «Про теоретичну концепцію Я. Ксенакіса» [8] наводяться п'ять глав: 1. «Вільна стохастична музика». 2. «Марковська стохастична музика». 3. «Музична стратегія». 4. «Вільна стохастична музика із застосуванням ЕОМ». 5. «Символічна музика». Назви глав ілюструють використання складного математичного апарату.

У першій главі композитор обґрунтовує застосування ймовірнісних процесів, звукова організація кожного процесу відбувається за певною формулою розподілу ймовірностей. Часовий параметр у стохастичній музиці репрезентований у вигляді неперервної прямої, відстань між двома точками складає тривалість, точки в двовимірному просторі виявляються звуками, координатами – висота і гучність. Швидкість, константність або переміщення в регістрах, щільність звукових мас визначаються за максвеллівським законом розподілу частинок у газах. У творі Я. Ксенакіса «Пітопракта» змодельовані процеси максвеллівського розподілу частинок у газі, ймовірність прояву подій у звуковому «об'ємі» обчислюється за формулою Пуассона.

Таким чином, ймовірно-статистичні методи аналізу музичних явищ знайшли в музикознавстві достатньо широке застосування. В даному контексті, як ми вже зазначали, визначені ряд досліджень, ймовірно-статистична методика яких сприяє виявленню найскладніших процесів, механізмів ладогармонічного мислення, його функціональної специфіки. Саме цей аспект – найбільш важливий у розкритті феномену гармонічного мислення О. Скрябіна (п'єса «Іронія»), К. Шимановського (ор. 29 «Метопи», № 2 «Каліпсо»), чим і пояснюється необхідність з'ясування, чи виявляється гармонічна система пізнього О. Скрябіна та раннього К. Шимановського природнім продовженням класико-романтичного типу мислення, або це якісно-нова система з ускладнюваними та помножуваними звуковими зв'язками.

Певний інтерес у цьому плані виявляє дослідження В. Детловса. У статті «Статистичний аналіз гармонії» [5] наводиться аналіз частотних проявів акордів, розміщених на кожному ступені звукоряду. У статті «Статистичні методи в музикознавстві» [4] В. Детловс визначає можливість аналізу музичного матеріалу

ймовірно-статистичними методами шляхом дистрибуції тексту на фрагменти від інтервалу до модуляційних планів з подальшим розподілом ймовірностей та обчисленням умовної ентропії відповідно до кількості інформації на один елемент повідомлення.

У дослідженні Ю. В. Кац і В. П. Овчаренко «Відновлення структури віртуальних систем» (на прикладі аналізу музичного тексту) [6] надається характеристика системи з регламентованою (тобто формальною, машинною) структурою та системи, яка частково або повністю будується на неформальних структурах, так званих віртуальних. Музичний текст автори статті відносять, наприклад, до віртуальної системи. Крім того, досліджується просторово-часова структурна організація музичного матеріалу з обчисленням висоти, тривалості, акцентності, метричності з певною ладовою структурою для з'ясування ролі та значення кожного з компонентів у сфері ладових відносин з оберненою операцією. Це дозволить при відомих значеннях компонентів, які базуються на аналізі конкретного тексту, відновити структурну організацію музичного матеріалу для вияву ладу певного типу. При оцінці засобів музичної виразності (висота, тривалість, акцентність і метричність) підключалися інформаційні характеристики. Одержані дані оцінюються лічильними методиками і можуть проектуватися на сферу значень ступенів ладу. У свою чергу значущість кожного ступеня ладу певного твору дозволяє виділити провідні ладові елементи. Дослідження було проведено на матеріалі російських, латвійських, узбецьких народних одноголосних вокальних мелодій ліричних жанрів з побудовою алгоритму звуковисотного розгортання музичного твору.

Ймовірно-статистичний підхід при розгляді детермінізму ладо-гармонічних, тонально-функціональних процесів логічно виходить і на макроструктурні послідовності – формоутворюючі структури. Дослідження В. Цеханського «Деякі закономірності ймовірного опису структури музичної форми» [13] і О. Гейн «Можливість застосування математичних методів до аналізу музичної форми» [2] є цікавим ракурсом при аналізі формоутворюючих процесів. В. Цеханський розглядає можливість застосування методів ймовірно-статистичного аналізу для дослідження структури музичної форми, що передбачає диференціацію об'єкта дослідження, а також виявлення внутрішніх зв'язків між частинами цілого. О. Гейн відзначає, що застосування статистичних методів аналізу ніякою мірою не виключає аналіз музичної форми традиційними музикознавчими методами, а лише дозволяє простежити невиявлені музикознавчим аналізом закономірності. Дослідження проводилося на прикладі фортепіанних сонат Д. Скарлатті. Автором були визначені два завдання – виявлення систем тяжінь та їх класифікація, у зв'язку з чим у музичних творах виділялися послідовності висот, нот, інтервалів, гармонічних функцій, де кожний елемент розглядався як деяка випадкова величина, таким чином, виникає ланцюг випадкових величин з розрахунком розподілу ймовірностей реалізації будь-яких значень величини у ланцюгу. Результати були одержані у вигляді розгалуженого графа, ланцюги випадкових величин виявилися не марковськими, проте наявність тяжінь встановлюється однозначно. В іншому випадку були застосовані різні кореляційні методи (метод головних компонентів і метод канонічних кореляцій).

Дослідженню організації повторності в тексті «малих мелодичних елементів» присвячена праця М. Бороди «Частотні структури музичних текстів» [1], яка базується на матеріалі музичних гомофонних і поліфонічних текстів різних стильових напрямів XVIII–XX століть із застосуванням методики лінгвостатистики, зокрема, закону Ципфа-Мандельброта, суть якого полягає в тому, що при упорядкуванні слів мови в порядку їх частотної появи (тобто ймовірностей) частотність  $n$ -го слова для всіх не надто великих значень  $n$  виявляється приблизно пропорційна  $1/n$ . Так, наприклад, у кожній текстовій добірці є значна кількість слів, які мало використовуються і порівняно незначна кількість слів, які використовуються достатньо часто. При цьому, чим менша частотність слів у текстовій добірці, тим більше у її складі слів з даною частотністю. Автором продемонстрований зв'язок наведених закономірностей з формоутворюючою цілісністю музичного тексту та організацією повторюваності слів у літературних текстах.

У дослідженні «Теоретичні основи функціональності в музиці» [9] А. Мілка розглядає проблему функціональності та дію різних її видів з точки зору загальномузичного явища в межах єдиної функціональної системи, зокрема як рушійного чинника музичної форми, а також психологічного механізму сприйняття музичних творів. Для цього одним із способів аналізу були використані ймовірнісно-статистичні методи дослідження.

Ймовірнісно-статистичні методи надали цікавий ракурс у розгляді проблем функціональності як властивості музичної структури, а саме: включення наведених методів дозволяє прогнозувати очікувану появу певних елементів (тяжінь). Саме тяжіння характеризується підвищеною ймовірністю появи певного елемента музичної структури, а його інтенсивність виявляється ступенем ймовірності, яка у свою чергу відповідає частотності появи даного елемента або зв'язків елементів, ступенем їх періодичності. Таким чином, види тяжінь і відповідні їм види функціональності мають ймовірнісно-статистичний характер. Як приклади дослідником були використані народні пісні різних національних культур, твори Дж. Палестрини, В. Моцарта, Л. Бетховена, Ф. Ліста, Ф. Шопена, М. Римського-Корсакова, П. Чайковського, Д. Шостаковича, Б. Бартока, Б. Тищенко, Г. Банщикова, С. Слоніського, що дозволило автору запропонувати типологію функціональності, а саме – здійснити їх поділ на два класи – текстові та стильові та базуючись на цьому, змоделювати формування і розвиток стильової функціональності.

У різних галузях досліджень на рівні з одновимірними та багатовимірними випадковими величинами розглядаються випадкові процеси, тобто процеси, для яких визначена ймовірність того чи іншого їх походження. Прикладом випадкового процесу може слугувати координата частинки, яка здійснює броунівський рух.

Найбільш цікаві результати теорії випадкових процесів одержані в двох спеціальних напрямках, одним з них є «марковські процеси». Виклад основних характеристик і властивостей «марковських процесів» обумовлено тим, що в нашому дослідженні ми докладно зупиняємося на прямих «марковської властивості», «марковських ланцюгових послідовностей» та «розгалужених процесах», так як їх функціонування було нами простежено у п'єсі ор. 56 «Іронія» О. Скрябіна та ор. 29 «Метопи», п'єсі «Кліпсо» № 2 К. Шимановського.

Одержані результати свідчать про те, що навіть в умовах обмеженого відбору частотність повторень тотожних утворень незначна, що створює зменшення кількості «розривів» марковського ланцюга. Такого роду дискретність вказує на індивідуально неповторні зв'язки акордових структур, що дозволяє висловити узагальнюючі спостереження при розгляді еволюційних процесів музичного мислення О. Скрябіна та К. Шимановського.

Важливим у проведеному дослідженні для нас є виявлені в пізньоскрябінській гармонії «марковські процеси» (видатний російський математик кінця XIX – початку XX ст. А. А. Марков, який досліджував методом ймовірно-статистичного аналізу текст О. С. Пушкіна «Євгеній Онєгін»).

Перед безпосереднім аналізом гармонічної системи пізніх творів О. Скрябіна та ранніх творів К. Шимановського необхідна типологічна характеристика прояву «марковських процесів» у звукових системах. При невеликій кількості елементів, які утворюють систему, порівнюючи мінімальні одиниці системи (наприклад, акорди), їх повторність буде достатньо високою, так як композиційне використання даного обмеженого кола засобів при значних масштабах композиції приведе до швидкого експозиційного вичерпання всіх контрастних складових елементів, після чого відбувається момент їх комбінаторного (пермутаційного) повторення. При порівнянні «послідовності елементів», гармонічних послідовностей, тобто при використанні великого кроку «марковських процесів» кількість їх варіантів значно зростає, при цьому – чим більша кількість елементів, які складають послідовність, тим більша кількість комбінаторних варіантів (переставлень) виникає.

В умовах «спонтанних» процесів (їх моделювання можливо в умовах «випадкового вибору», на зразок алеаторичної композиції) повторність одних і тих же послідовностей буде мінімальною, в умовах же композиційно-детермінованої організації матеріалу в музичному творі, наприклад, у творах О. Скрябіна та К. Шимановського, виникає цілеспрямований відбір гармонічних структур та їх послідовностей. Важливо відзначити, що характерною ознакою «марковських процесів» є відсутність детермінованості на великих відстанях та утворення детермінованих зв'язків на близьких відстанях. Виявлення «марковських процесів» залежить від масштабу порівнюваних ситуацій («кроку» «марковського ланцюга»). Мінімальним мікрокроком може бути інтервальна структура акорду, більш укрупнена одиниця – акорд дорівнює кроку, ще більш масштабна одиниця – гармонічна (акордова) послідовність.

«Марковський процес» проявляється в умовах знаходження повторюваних елементів (інтервалів, акордів, гармонічних послідовностей) з визначенням їх варіантно-змінюваного об'єднання з іншими елементами. У даному випадку звукове розгортання вищенаведених творів О. Скрябіна дає можливість розглядати як випадковий процес з дискретним часом, який має вигляд випадкової послідовності або часового ряду. У даному дослідженні для нас є важливим проявлення саме «спонтанних» процесів у музичному мисленні композитора. У зв'язку з цим зупинимося на їх характеристиці.

Випадковий процес, стохастичний або ймовірнісний – це процес зміни в часі стану деякої системи, протікання якого залежить від випадку і для якого визначена ймовірність того чи іншого його протікання.

Математична теорія випадкових процесів розглядає миттєвий стан системи як точку деякого фазового простору  $R$  (простору станів), при цьому випадковий процес

представлений функцією  $X(t)$  часу  $t$  зі значеннями з  $R$ . У фізичній системі  $X$  відбувається випадковий процес, якщо вона протягом часу під впливом випадкових чинників може переходити із стану в стан. Система  $X$  визначається системою з дискретними станами, у разі якщо вона має злічену (в окремому випадку – скінченну) множину можливих станів  $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ , і перехід всередині системи з одного стану в інший здійснюється стрибком. Для опису випадкового процесу, який відбувається в системі з дискретними станами  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , часто використовують імовірнісні стани:

$$P_1(t), P_2(t), \dots, P_n(t),$$

де  $P_k(t)$  ( $k=1, 2, \dots, n$ ) – ймовірність того, що в момент  $t$  система знаходиться у стані  $X_k$ . Випадковий процес, який відбувається в системі  $X$ , називається процесом з дискретним часом. Якщо переходи з одного стану в інший, в ньому здійснюються в певні моменти часу  $t_1, t_2, \dots$ . У випадку якщо переходи можливі в будь-який момент часу, процес називається процесом з неперервним часом. Випадковий процес з дискретними станами буде мати вигляд марковського, якщо всі ймовірнісні характеристики процесу в майбутньому залежать від того, в якому стані цей процес знаходиться в теперішній момент часу, і не залежить від того, яким чином даний процес відбувався в минулому («майбутнє залежить від минулого тільки через теперішнє») [7; 40]. Існують різні типи класів випадкових процесів, серед яких особливого значення набули «марковські процеси» (це поняття було введено А. А. Марковим).

«Марковський процес» – процес без наслідків, – випадковий процес, еволюція якого після будь-якого заданого значення часового параметра  $t$  не залежить від еволюції, яка передувала  $t$ , при умові, що значення процесу в цей момент фіксовано («майбутнє» та «минуле» процесу не залежать одне від одного при відомому «теперішньому»).

Узагальнюючи, зазначимо, що «марковські процеси» в проведеному дослідженні розглядаються в плані аналізу гармонічних структур пізнього періоду творчості О. Скрибіна та раннього періоду творчості К. Шимановського. Це дозволило виявити детермінуючі зв'язки і спроектувати одержані результати на процес еволюції індивідуально-стильового мислення.

У результаті застосування даного методу нами доводиться високий ступінь детермінованості звукових структур у гармонії пізнього О. Скрибіна вже на морфологічному рівні. Неповторність фактурно-гармонічних послідовностей в умовах комбінаторної множинності інтервальних варіантів гармонічних структур визначає граничну індивідуалізацію структурно-тематичних побудов, їх використання при точному або транспозиційному (секвентному і паралельному) повторенні.

У результаті такого інтонаційного відбору О. Скрибін значно звужує різноманітність конструктивно-можливих багатозвучних структур, проте і це звуження залишає задіяними достатню кількість гармонічних утворень, значно більше ніж у класичній гармонії, що і обумовлює «дифузний», безперервно еволюціонуючий, мінливий характер гармонічних процесів. Ймовірно-статистичні методи сприяють усвідомленню загально-логічних механізмів еволюції музичного мислення, а саме – дослідженню системних ускладнень, системних переходів, інформаційних згортань – визначальних чинників підтвердження необоротності еволюції музичного мислення.

**Література:**

1. Борода М. Г. Частотные структуры музыкальных текстов / М. Г. Борода // *Изменение и прогноз в культуре* / сост. И. Б. Гутчин. – М. : М-во культуры РСФСР, НИИ культуры, 1978. – Тр. 71. – С. 52–66.
2. Гейн А. Г. Психологические проблемы компьютерного обучения / А. Г. Гейн, В. М. Цеханский // *ЭВМ и проблемы музыкального образования : межвуз. сб. науч. трудов* / Новосибирская гос. консерватория. – Новосибирск, 1989. – Вып. 8. – С. 31–49.
3. Герасимова-Персидская Н. А. Роль ЭВМ в изучении рукописей старинной музыки // *МААФАГ'75 : первый всесоюзн. семинар по машинным аспектам алгоритмического формализованного анализа муз. текстов : материалы*. – Ереван : Изд-во АН Армянской ССР, 1977. – С. 240–243.
4. Детловс В. Статистические методы в музыковедении / В. Детловс // *Точные методы и музыкальное искусство : материалы к симпозиуму*. – Изд-во Ростов. ун-та, 1972. – С. 51–53.
5. Детловс В. Статистический анализ гармонии / В. Детловс // *Точные методы в исследовании культуры и искусства : материалы к симпозиуму*. – М., 1971. – С. 256–265.
6. Кац Ю. В. Восстановление структуры виртуальных систем (на прим. анализа музыкального текста) / Ю. В. Кац, В. П. Овчаренко // *Проблемы развития и освоения интеллектуальных систем : тез. докл. и сообщ. к Всесоюзной конф., 11–13 ноября 1986г. Секция II : Методы и модели освоения интеллектуальных систем*. – М., 1986. – С. 211–213.
7. Кемени Дж. Конечные цепи Маркова / Дж. Кемени, Дж. Снелл ; пер. с англ. С. А. Молчанова, Н. Б. Левиной, Я. А. Когана. – М. : Наука, 1970. – С. 6–61.
8. Кон Ю. Г. Вопросы анализа современной музыки : статьи и исследования / Ю. Г. Кон. – Л. : Сов. композитор, 1982. – 152 с. О теоретической концепции Яниса Ксенакиса // *Кризис буржуазной культуры и музыка : сб. статей*. – М. : Музыка, 1976. – Вып. 3. – С. 106–134.
9. Милка А. П. Теоретические основы функциональности в музыке / А. Милка. – Л. : Музыка, 1982. – 150 с.
10. Моль А. Теория информации и эстетическое восприятие / А. Моль. – М. : Мир, 1975. – 351 с.
11. Пясковский И. Б. Логика музыкального мышления / И. Б. Пясковский. – К. : Муз. Україна, 1987. – 184 с.
12. Рудь И. Д. О возможности теоретико-информационного и подхода к некоторым проблемам музыкального мышления и восприятия / И. Рудь, И. Цуккерман // *Проблемы музыкального мышления : сб. статей*. – М., 1974. – С. 207–229.
13. Цеханский В. Некоторые закономерности вероятностного описания структуры музыкальной формы / В. Цеханский // *Точные методы и музыкальное искусство : Материалы к симпозиуму*. – Ростов н/Д : Изд-во Ростовского ун-та, 1972. – С. 55–59.
14. Яглом А. М. Вероятность и информация / А. Яглом, И. Яглом. – М. : Наука, 1973. – С. 281–290.
15. Xenakis I. *Formalized Music . thought and mathematics in composition* / I. Xenakis. – London : Indiana University Press. Bloomington, 1971. – 273 p.