

КАЛИБРОВКА МОДЕЛИ ВЫЧИСЛЯЕМОГО ОБЩЕГО РАВНОВЕСИЯ

Введение. Теоретическая база общего экономического равновесия разработана лауреатом Нобелевской премии 1972 г. Эрроу (Arrow) и лауреатом Нобелевской премии 1983 г. Дебре (Debreu) [1]. С 1970-х годов по инициативе Всемирного банка эта теория воплощается в программном обеспечении GAMS (general algebraic modeling system) [2]. С 1980-х годов теория общего экономического равновесия применяется для решения отечественных прикладных задач [3–8]. Современную прикладную теорию общего равновесия называют теорией вычисляемого общего равновесия (computable general equilibrium, CGE).

База данных матрицы социального учета (social accounting matrix, SAM) строится для оценивания модели CGE методом калибровки. Такой метод удобен для моделей большой размерности, так как требует лишь одного наблюдения.

Одно из преимуществ модели CGE состоит в том, что ей нужны таблицы затраты-выпуск и национальные счета за единственный год. Калибровкой оцениваются параметры различных функций модели так, что результирующее базовое решение (равновесие) точно удовлетворяет всем уравнениям модели. Калибровка удобна при отсутствии наблюдений длинных временных рядов для отраслей. В отличие от эконометрики, калибровка не измеряет статистическую достоверность оценок параметров, но позволяет проверять чувствительность результатов моделирования относительно выбранных ключевых параметров.

Предложены методы калибровки матрицы социального учета в модели вычисляемого общего равновесия. Такие методы не требуют наблюдений длинных временных рядов и основаны на свойствах матрицы социального учета, настройках этой матрицы, моделировании и анализе поведения домохозяйств, предприятий и правительства, а также на использовании внешних баз данных.

© В.М. Горбачук, И.А. Русанов,
2010

Модель CGE задается системой одновременных уравнений [2, 8]:

$$F_h = \sum_j F_{hj} \quad \forall h \in H, \quad (1)$$

где F_h – экзогенное количество первичного фактора h в наличии домохозяйства, которое считается полностью использованным фирмами для производства товаров; F_{hj} – количество фактора h , купленное фирмой j ;

$$Y_j = b_j \prod_h (F_{hj})^{\beta(h,j)}, \quad (2)$$

Y_j – прибавочная стоимость фирмы j на нижней стадии производства; b_j – масштабирующий множитель;

$$\beta(h,j) \geq 0, \quad \sum_j \beta(h,j) = 1; \quad (3)$$

$$F_{hj} = \frac{\beta(h,j)}{R_h} P_j^y Y_j \quad \forall h \in H, \quad \forall j \in I, \quad (4)$$

P_j^y – цена прибавочной стоимости фирмы j ; R_h – рыночная цена фактора h , по которой домохозяйства продают его фирмам;

$$X_{ij} = a_{xij} Z_j \quad \forall i \in I, \quad (5)$$

X_{ij} – промежуточный вход товара i для фирмы j ; a_{xij} – минимальная потребность товара i на единицу валового выпуска $Z_j = 1$ фирмы j ;

$$Y_j = a_{yj} Z_j \quad \forall j \in I, \quad (6)$$

a_{yj} – минимальная потребность прибавочной стоимости на единицу валового выпуска $Z_j = 1$;

$$P_j^s = a_{yj} P_j^y + \sum_i a_{xij} P_i^q \quad \forall j \in I, \quad (7)$$

P_j^s – цена предложения товара j ; P_i^q – цена промежуточного товара i ;

$$T_j = \tau_j Z_j \quad \forall j \in I, \quad (8)$$

τ_j – ставка непрямого налога от физического количества товара j ; T_j – налоговые поступления от указанного налога;

$$X_i^g = \frac{\mu(i)}{P_i^q} \left(\sum_j T_j - S^g \right) \quad \forall i \in I, \quad (9)$$

X_i^g – потребление товара i правительством; S^g – сбережения правительства.

$$\mu(i) \geq 0, \sum_i \mu(i) = 1. \quad (10)$$

$$X_i^v = \frac{\chi(i)}{P_i^q} (S^p + S^g + HS^f) \quad \forall i \in I, \quad (11)$$

где X_i^v – потребление страной в целом товара i для инвестиций; S^p – частные сбережения; S^f – сбережения в иностранной валюте (дефицит текущего баланса); H – обменный курс иностранной валюты в национальную;

$$\chi(i) \geq 0, \sum_i \chi(i) = 1; \quad (12)$$

$$P_i^e = HP_i^{fe} \quad \forall i \in I, \quad (13)$$

$$P_i^m = HP_i^{fm} \quad \forall i \in I, \quad (14)$$

P_i^e и P_i^m – соответственно экспортная и импортная цена товара i в национальной валюте; P_i^{fe} и P_i^{fm} – соответственно экспортная и импортная цена товара i в иностранной валюте;

$$S^f + \sum_i P_i^{fe} E_i = \sum_i P_i^{fm} M_i \quad \forall i \in I, \quad (15)$$

E_i и M_i – количество соответственно экспорта и импорта товара i ;

$$Q_i = \gamma_i [\delta_{mi} (M_i)^{\eta(i)} + \delta_{di} (D_i)^{\eta(i)}]^{\frac{1}{\eta(i)}}, \quad (16)$$

Q_i – выпуск составного импортного товара i ; γ_i – параметр производственной CES-функции составного импортного товара i ;

$$\delta_{mi}, \delta_{di} \geq 0; \delta_{mi} + \delta_{di} = 1; \eta(i) = \frac{\sigma(i) - 1}{\sigma(i)}; \sigma(i) = \frac{\frac{d(M_i / D_i)}{M_i / D_i}}{\frac{d(P_i^m / P_i^d)}{P_i^m / P_i^d}}; \quad (17)$$

$\sigma(i)$ – эластичность Армингтона [9] замещения импортом отечественного производства;

$$Z_i = \theta_i [\xi_{ei} (E_i)^{\phi(i)} + \xi_{di} (D_i)^{\phi(i)}]^{\frac{1}{\phi(i)}}, \quad (18)$$

Z_i – количество составного экспортного товара i ; θ_i – параметр производственной SET-функции составного экспортного товара i

$$\xi_{ei}, \xi_{di} \geq 0; \xi_{ei} + \xi_{di} = 1; \phi(i) = \frac{\psi(i) + 1}{\psi(i)}; \psi(i) = \frac{\frac{d(E_i / D_i)}{E_i / D_i}}{\frac{d(P_i^e / P_i^d)}{P_i^e / P_i^d}}; \quad (19)$$

$\psi(i)$ – эластичность Армингтона замещения экспортом отечественного производства.

$$M_i = Q_i \left(\frac{(\gamma_i)^{\eta(i)} \delta_{mi} P_i^Q}{P_i^m} \right)^{\frac{1}{1-\eta(i)}} \quad \forall i \in I, \quad (20)$$

P_i^Q – цена составного импортного товара i ;

$$D_i = Q_i \left(\frac{(\gamma_i)^{\eta(i)} \delta_{di} P_i^Q}{P_i^d} \right)^{\frac{1}{1-\eta(i)}} \quad \forall i \in I, \quad (21)$$

P_i^d – потребительская цена спроса отечественного товара i ;

$$E_i = Z_i \left(\frac{(\theta_i)^{\phi(i)} \xi_{ei} (\tau_i + P_i^s)}{P_i^e} \right)^{\frac{1}{1-\phi(i)}} \quad \forall i \in I; \quad (22)$$

$$D_i = Z_i \left(\frac{(\theta_i)^{\phi(i)} \xi_{di} (\tau_i + P_i^s)}{P_i^d} \right)^{\frac{1}{1-\phi(i)}} \quad \forall i \in I; \quad (23)$$

$$Q_i = X_i^p + X_i^s + X_i^v + \sum_j X_{ij} \quad \forall i \in I, \quad (24)$$

X_i^p – потребление товара i представительным домохозяйством;

$$X_i^p = \frac{\alpha(i)}{P_i^q} \left(\sum_h R_h F_h - S^p \right) \quad \forall i \in I; \quad (25)$$

$$\alpha(i) \geq 0, \quad \sum_i \alpha(i) = 1. \quad (26)$$

Поскольку число уравнений модели CGE на 3 меньше, чем число эндогенных переменных этой модели, то существует важная при моделировании возможность доопределения трех произвольных переменных.

Например, доопределенными можно считать сбережения S^f ,

$$S^p = APS^p \sum_h R_h F_h,$$

$$S^s = APS^s \sum_j T_j,$$

где APS^p и APS^s – средняя склонность (average propensity) к соответственно частным и правительственным сбережениям. Вместо сбережений S^f в иностранной валюте доопределить можно обменный курс H , если он считается фиксированным или экзогенно заданным.

Применяя закон Вальраса к модели CGE, можно выбрать масштаб цен через выбор товара, цену которого полагаем равной 1.

Обычно базовое решение имеет вид SAM, которая включает таблицы затраты-выпуск (отраслевые входы промежуточных товаров и первичных факторов для выпуска на каждый конечный спрос, не учитывая импорт), баланс на рынке факторов, распределение дохода, баланс инвестиций и сбережений, платежи и поступления налогов, трансфертов и т. п. Поскольку каждая внутренняя отрасль, каждый фактор, каждый институт (домохозяйство, правительство, предприятие), каждая внешняя отрасль имеет как платежи, так и поступления, то SAM является квадратной матрицей. В равновесии сумма значений по строке матрицы SAM равна сумме значений по соответствующему столбцу SAM. Матрица SAM рекуррентно задает все потоки средств в экономике: за поступление товара (услуги) производится платеж, и наоборот.

SAM показывает распределение доходов, спроса на товары, предложения факторов среди институтов, распределение выпусков для институтов и экспорта, использование факторов предприятиями, международную торговлю через баланс платежей. Входу фактора (капитала или труда) соответствует платеж за него. В данной модели факторы предлагают только домохозяйства. Потребление правительства финансируется поступлениями от прямых налогов на домохозяйство. Внутренние инвестиции финансируются через сбережения домохозяйства, правительства и внешнего мира. В данной модели инвестиции осуществляет только предприятие.

Матрицу SAM можно модифицировать, добавляя строки и соответствующие столбцы, например, переводы денежных средств (remittances) из-за рубежа, экспортные и импортные тарифы, налоги и субсидии на производство и потребление и т. д.

Данная SAM не показывает налоговую базу для прямых налогов, конкурентность и дополнительную импорт. Налог может зависеть от количества (ad quantum) и от оценки (ad valorem). Импортный товар конкурентный, если он в большей степени замещает соответствующий внутренний товар, и дополнительный, если он не имеет заменителей на внутренних рынках.

Значительную часть элементов SAM можно получить из таблиц затраты-выпуск. Чтобы получить оставшуюся часть элементов SAM, можно использовать свойство равенства сумм элементов по строке и по соответствующему столбцу. Так получаем поступления домохозяйства за труд и за капитал, а также иностранные инвестиции из баланса платежей (общий экспорт минус общий импорт равняется дефициту текущего счета, не учитывая доходов от факторов и трансфертов). SAM нуждается хотя бы в одном предположении о прямых налогах, сбережениях домохозяйства и правительства. Если использовать отчетные значения этих трех показателей, то сумма элементов по строке может не равняться сумме элементов по соответствующему столбцу из-за несовместимости исходных статистик. Обычно объем прямых налогов – наиболее доступный и надежный показатель.

Статистики международной торговли в таблицах затраты-выпуск и в балансе платежей могут отличаться. Для некоторых стран могут отличаться значения ВВП в международной и национальной статистике. Кроме того, иногда таблицы затраты-выпуск обновляют, заменяя известные значения на новые и тем самым нарушая равенство суммы элементов по строке и по соответствующему столбцу. Для возобновления совместимости можно осуществить матричную настройку SAM путем решения задачи минимизации взвешенной суммы относительных изменений [10, 11]

$$\sum_{i,j} \left(\frac{x_{ij} - x_{ij}^b}{x_{ij}^b} \right)^2 \quad (27)$$

по x_{ij} , y_i при ограничениях

$$\sum_j x_{ij} = y_i = \sum_j x_{ji} \quad \forall i \in I, \quad (28)$$

где x_{ij} и x_{ij}^b – элемент искомой SAM и базовой (base) SAM соответственно; y_i – сумма элементов искомой SAM по строке и по соответствующему столбцу. Любую дополнительную информацию о SAM можно учесть в ограничениях.

Такая настройка, вообще говоря, не обоснована экономическими теориями, а ряд таких настроек может ухудшить соответствие между элементами SAM и фактическими экономическими данными. Так как вычислительные затраты на решение задачи (27), (28) резко возрастают с ростом размерности SAM, то для обновления таблиц затраты-выпуск можно применять простое масштабирование относительно уровней ВВП в разные периоды.

Модель CGE обладает свойством однородности степени 0 относительно цен, т. е. выбор масштаба цен не влияет на равновесные количества и относительные цены.

Если вместо соотношения (25) калибровать зависимость

$$X_i^p = \frac{\alpha(i)}{P_i^q} \left(\sum_h R_h F_h - S^p - T^d \right) \quad \forall i \in I, \quad (29)$$

где T^d – прямые (direct) налоги от домохозяйства правительству, S^p – инвестиции домохозяйства, то получаем оценку

$$\alpha(i) = \frac{P_i^q X_i^p}{\sum_h R_h F_h - S^p - T^d} = \frac{P_i^q X_i^p}{\sum_i P_i^d X_i^p},$$

где все значения в правой части берутся из базовой SAM и учитываются соотношения (26), (29):

$$\sum_i X_i^p P_i^q = \sum_i \alpha(i) \left(\sum_h R_h F_h - S^p - T^d \right) = \sum_h R_h F_h - S^p - T^d.$$

При калибровке зависимости (4) получаем оценку

$$\beta(h, j) = \frac{R_h F_{hj}}{P_j^y Y_j} = \frac{R_h F_{hj}}{\sum_h R_h F_{hj}},$$

где все значения в правой части берутся из базовой SAM и учитываются соотношения (3), (4):

$$\sum_h R_h F_{hj} = \sum_h \beta(h, j) P_j^y Y_j = P_j^y Y_j.$$

При калибровке зависимостей (2), (5), (6) оценки соответственно b_j , a_{xij} , a_{yj} получаем непосредственно, используя базовую SAM и равенства [8]

$$P_j^s Z_j = \sum_h R_h F_{hj} + \sum_i P_i^q X_{ij},$$

$$\sum_h R_h F_{hj} = P_j^y Y_j.$$

При калибровке зависимостей (20) и (21) получаем оценки δ_{mi} и δ_{di} , исключая γ_i , используя данные по $\sigma(i)$ [12, 13] (откуда следует $\eta(i)$) и базовую SAM. Затем при калибровке зависимости (16) получаем оценку γ_i , используя равенство (24), базовую SAM и равенство нулю прибыли фирмы, трансформирующей составной экспортный товар и не имеющей налогов [8]:

$$P_j^d D_j + P_j^e E_j - P_j^s Z_j = 0.$$

Аналогично при калибровке зависимостей (22) и (23) получаем оценки ξ_{ei} и ξ_{di} , исключая θ_i , используя данные по $\psi(i)$ [12, 13] (откуда следует $\phi(i)$) и базовую SAM. Затем при калибровке зависимости (18) получаем оценку θ_i , используя базовую SAM. После такой калибровки прогонка модели не должна изменять начальное равновесие при неизменных экзогенных переменных. Изменяя значения этих переменных, можно оценивать их качественное и количественное влияние на состояние равновесия.

В.М. Горбачук, І.А. Русанов

КАЛІБРОВКА МОДЕЛІ ОБЧИСЛЮВАНОЇ ЗАГАЛЬНОЇ РІВНОВАГИ

Запропоновані методи калібрування матриці соціального обліку в моделі обчислюваної загальної рівноваги. Такі методи не потребують спостереження довгих часових рядів і засновані на властивостях матриці соціального обліку, налаштуваннях цієї матриці, моделюванні та аналізі поведінки домогосподарств, підприємств і уряду, а також на використанні зовнішніх баз даних.

V.M. Gorbachuk, I.A. Rusanov

CALIBRATION OF A COMPUTABLE GENERAL EQUILIBRIUM MODEL

The methods for calibration of the social accounting matrix within a computable general equilibrium model are suggested. The methods don't require observations of long time series and are based on the properties of social accounting matrix, adjustments of this matrix, modeling and analysis of households', enterprises', and government's behavior, as well as on the use of external databases.

1. *Полтерович В.М.* Элементы теории реформ. – М.: Экономика, 2007. – 448 с.
2. *Hosoe N.* Computable general equilibrium modeling with GAMS. – Tokyo: National Graduate Institute for Policy Studies, 2004. – 98 p.
3. *Горбачук В.М.* Моделирование процессов торговли // Математические методы моделирования и системного анализа в условиях неполной информации. – Киев: Ин-т кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, 1991. – С. 48–53.
4. *Горбачук В. М.* Линейные модели торговли // Моделирование и оптимизация. – Киев: Ин-т кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, 1991. – С. 3–8.
5. *Горбачук В.М.* Моделирование бюджетов, доходов, накоплений, инвестиций, потребления и спроса // Использование математических методов информационных технологий в технических и экономических системах. – Киев: Ин-т кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, 1992. – С. 107–113.
6. *Ляшенко І.М.* Економіко-математичні моделі сталого розвитку. – К.: Вища шк., 1999. – 234 с.
7. *Михалевич М.В., Сергиенко И.В.* Моделирование переходной экономики: модели, методы, информационные технологии. – Киев: Наук. думка, 2005. – 671 с.
8. *Горбачук В.М., Гаркуша Н.І.* Багаторівневі моделі та методи обчислюваної загальної рівноваги // Вісн. Київ. ун-ту. Сер. Фізико-математичні науки. – 2009. – № 3. – С. 121–126.
9. *Armington P.* A theory of demand for products distinguished by place of production // IMF staff papers. – 1969. – 16 (1). – P. 445–467.
10. *Nagurney A., Eydeland A.* A splitting equilibration algorithm for the computation of large-scale constrained matrix problems: theoretical analysis and applications // Computational economics and econometrics. / Н.М. Amman, D.A. Belsley, L.F. Pau (eds.) – Kluwer Academic Publishers, 1992. – P. 65–105.
11. *Bacharach M.* Biproportional matrices and input-output change. – Cambridge: Cambridge University Press, 1971. – 170 p.
12. *Stern R.M., Francis J., Schumacher B.* Price elasticities in international trade: an annotated bibliography. – Macmillan, 1976. – 363 p.
13. Global trade analysis project / www.agecon.purdue.edu/GTAP/

Получено 15.12.2009

Об авторах:

Горбачук Василий Михайлович,

кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник
Института кибернетики имени В.М. Глушкова НАН Украины,

Русанов Иван Анатольевич,

младший научный сотрудник
Института кибернетики имени В.М. Глушкова НАН Украины.