КОМПЬЮТЕРНАЯ МАТЕМАТИКА

УДК 539.3:519.6

И.В. ДЕЙНЕКА

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ ПОВЫШЕННОГО ПОРЯДКА ТОЧНОСТИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ТЕРМОУПРУГОСТИ СЛОИСТОЙ ПОЛОЙ СФЕРЫ

Рассмотрены новые краевые задачи термоупругости с условиями сопряжения неидеального контакта. Построены вычислительные алгоритмы повышенного порядка точности дискретизации рассмотренных задач.

Введение. При создании объектов различного назначения часто возникает необходимость в исследовании термоупругого состояния составных сферических тел [1, 2].

В работе [3] на основе методики использования классов разрывных функций [4] построены вычислительные алгоритмы повышенного порядка точности для численного анализа условно корректных задач термоупругости.

В этой работе на основе использования классов разрывных функций построены вычислительные алгоритмы повышенного порядка точности для численного анализа термоупругого состояния составного сферического тела.

1. Задача о термоупругом состоянии сферического изотропного тела. Рассмотрим изотропную полую сферу. С учетом симметрии, следуя [1, 2], ее упругое термонапряженное состояние описывается уравнением

$$\frac{d\sigma_r(y)}{dr} + \frac{2\sigma_r(y) - \sigma_\theta(y) - \sigma_\varphi(y)}{r} = 0, \quad r \in \Omega, \tag{1}$$

где $\Omega = (r_1, r_2)$, $0 < r_1 < r_2 < \infty$; $\sigma_r(y), \sigma_\theta(y)$, $\sigma_\varphi(y)$ – компоненты тензора напряжений.

$$\sigma_r(y) = (\lambda + 2\mu)\frac{dy}{dr} + 2\lambda\frac{y}{r} - (3\lambda + 2\mu)\alpha T,$$

$$\sigma_\varphi(y) = \lambda\frac{dy}{dr} + \frac{2(\lambda + \mu)}{r}y - (3\lambda + 2\mu)\alpha T,$$

$$\sigma_\theta(y) = \lambda \frac{dy}{dr} + \frac{2(\lambda+\mu)}{r} y - (3\lambda + 2\mu)\alpha T, \tag{1'}$$

$y = y(r)$ – радиальное смещение точки с координатой r; λ, μ – упругие постоянные Ляме, α – коэффициент линейного расширения, T – изменение температуры $\bar{T}$ от ее начального состояния $\bar{T}_0$.

Равенство (1), с учетом (1′) легко преобразуется к виду:

$$(\lambda+2\mu)\left(\frac{d^2y}{dr^2}+\frac{2}{r}\frac{dy}{dr}-\frac{2y}{r^2}\right)-(3\lambda+2\mu)\alpha\frac{dT}{dr}=0,\ r\in\Omega\,. \tag{2}$$

Умножив обе части равенства (2) на r^2, получаем:

$$-\left\{(\lambda+2\mu)\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dy}{dr}\right)-(3\lambda+2\mu)\alpha r^2\frac{dT}{dr}-2(\lambda+2\mu)y\right\}=0,\ \ r\in\Omega. \tag{3}$$

Изменение температуры T удовлетворяет уравнению

$$-\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2k\frac{dT}{dr}\right)=\bar{f},\ r\in\Omega\,, \tag{4}$$

где k – коэффициент теплопроводности, $\bar{f}$ – плотность источников / стоков тепла.

На внутренней и внешней поверхностях сферы заданы напряжения

$$\sigma_r(y)\Big|_{r=r_i}=-p_i,\ i=1,2\,, \tag{5}$$

плотность теплового потока на внутренней поверхности

$$-k\frac{dT}{dr}=\beta_1,\ r=r_1\,, \tag{6}$$

а на внешней поверхности – краевое условие третьего рода

$$k\frac{dT}{dr}=-\alpha_2T+\beta_2,\ \ r=r_2\,. \tag{7}$$

Вместо классического решения краевой задачи (3)–(7) будем использовать ее обобщенное решение. Для этого умножим левую и правую части равенства (3) на произвольную функцию $z\in W_2^1((r_1,r_2))$ и результат проинтегрируем по отрезку $[r_1, r_2]$.

С учетом ограничений (5) получаем

$$-\int_{r_1}^{r_2}\left\{\frac{d}{dr}\left(r^2\left((\lambda+2\mu)\frac{dy}{dr}+\frac{2\lambda}{r}y-\frac{2\lambda}{r}y-(3\lambda+2\mu)\alpha T\right)\right)-2(\lambda+2\mu)y+2\alpha r(3\lambda+2\mu)\alpha T\right\}zdz=$$

$$=-r^2\sigma_r(y)z\Big|_{r_1}^{r_2}+\int_{r_1}^{r_2}r^2\left(\sigma_r(y)\varepsilon_r(z)+\sigma_\varphi(y)\varepsilon_\varphi(z)+\sigma_\theta(y)\varepsilon_\theta(z)\right)\,dr=$$

$$=-r^2\sigma_r(y)z\Big|_{r_1}^{r_2}+a(y,z)-\int_{r_1}^{r_2}r^2(3\lambda+2\mu)\alpha T\left(\varepsilon_r(z)+\varepsilon_\varphi(z)+\varepsilon_\theta(z)\right)\ \,dr=0, \tag{8}$$

где $a(y,z)=\int_{r_1}^{r_2} r^2 \left\{(\lambda+2\mu)\left(\frac{dy}{dr}\frac{dz}{dr}+2\frac{y}{r}\frac{z}{r}\right)+2\lambda\left(\frac{dy}{dr}\frac{z}{r}+\frac{y}{r}\frac{dz}{dr}+\frac{y}{r}\frac{z}{r}\right)\right\}dr$.

Доумножив обе части равенства (4) на произвольную функцию $z\in W_2^1((r_1,r_2))$, получаем равенство

$$\int_{r_1}^{r_2} r^2 k\frac{dT}{dr}\frac{dz}{dr}dr+r_2^2\alpha_2 T(r_2)z(r_2)=\int_{r_1}^{r_2} r^2\,\bar{f}\,zdr+\beta_1 r_1^2 z(r_1)+\beta_2 r_2^2 z(r_2)\,. \tag{9}$$

С учетом (8), (9) получаем, что классическое решение $Y=(y,T)$ краевой задачи (3)–(7) $\forall z=(z_1,z_2)\in H=W_2^1((r_1,r_2))\times W_2^1((r_1,r_2))$ удовлетворяет системе равенств:

$$a(y,z_1)=l(T;z_1)\,, \tag{10}$$

$$a_1(T,z_2)=l_1(z_2)\,, \tag{11}$$

где

$$a_1(T,z_2)=\int_{r_1}^{r_2} r^2 k\frac{dT}{dr}\frac{dz_2}{dr}dr+r_2^2\alpha_2 T(r_2)z_2(r_2),$$

$$l(T;z_1)=\int_{r_1}^{r_2} r^2(3\lambda+2\mu)\alpha T\left(\frac{dz_1}{dr}+\frac{2z_1}{r}\right)dr+r_1^2 p_1 z_1(r_1)-r_2^2 p_2 z(r_2)\ ,$$

$$l_1(z_2)=\int_{r_1}^{r_2} r^2\,\bar{f}\,z_2 dr+r_1^2\beta_1 z_2(r_1)+r_2^2\beta_2\,z_2(r_2)\,.$$

Определение 1. Обобщенным решением краевой задачи (3)–(7) называется вектор-функция $Y=(y,T)\in H$, которая $\forall z=(z_1,z_2)\in H$ удовлетворяет системе равенств (10), (11).

Следуя [3], на основе леммы Лакса – Мильграма [5] легко установить справедливость следующего утверждения.

Теорема 1. Обобщенное решение $Y=(y,T)$ краевой задачи (3)–(7) существует и единственно в H.

На основе равенств (10), (11) определим функционалы энергии:

$$\Phi(T;z_1)=a(z_1,z_1)-2l(T;z_1),\ \forall z_1\in W_2^1((r_1,r_2)), \tag{12}$$

$$\Phi_1(z_2)=a_1(z_2,z_2)-2l_1(z_2),\ \forall z_2\in W_2^1((r_1,r_2)). \tag{13}$$

Определение 2. Решением задачи (12), (13) называется вектор-функция $Y=(y,T)\in H$, компонента которой $y=y(r)$ доставляет минимум функционалу $\Phi(T;\cdot)$ на множестве $W_2^1((r_1,r_2))$ при фиксированной функции $T=T(r)$, которая предварительно определена как функция, доставляющая минимум функционалу $\Phi_1(\cdot)$ на множестве $W_2^1((r_1,r_2))$.

Лемма 1. Задачи (10), (11); (12), (13) – эквивалентны. Их решение $Y=(y,T)$ существует и единственно в H.

Для численного решения эквивалентных задач (10), (11); (12), (13) будем использовать метод конечных элементов (МКЭ). Для этого отрезок $[r_1,r_2]$ точками r^i разобъем на N элементарных отрезков $[r^i,\ r^{i+1}]$, $r_1=r^0<\cdots<r^N=r_2$. Приближенным обобщенным решением краевой задачи (3)–(7) называется вектор-функция $Y_k^N=(y_k^N,T_k^N)\in H_k^N$, которая $\forall z_k^N=(z_{1k}^N,z_{2k}^N)\in H_k^N$ удовлетворяет системе равенств:

$$a\left(y_k^N,z_{1k}^N\right)=l\left(T_k^N;z_{1k}^N\right). \tag{14}$$

$$a_1\left(T_k^N,\ z_{2k}^N\right)=l_1\left(z_{2k}^N\right),, \tag{15}$$

где

$$H_k^N=\bar{H}_k^N\times\bar{H}_k^N,\ \ \bar{H}_k^N=\left\{v_k^N(r):v_k^N\in C\left([r_1,r_2]\right),v_k^N(r)=\alpha_1^i+\ \ldots\ +\alpha_{k+1}^i r^k,\right.$$
$$\left.k=1,2,3,\ r\in[r^i,r^{i+1}],\ i=\overline{0,N-1}\right\}.$$

Лемма 2. Решение Y_k^N задачи (14), (15) существует и единственное.

Теорема 2. Пусть составляющие $y(r),T(r)$ классического решения $Y=(y,T)$ краевой задачи (3)–(7) – непрерывны и имеют непрерывные производные до k+1-го порядка включительно на отрезке $[r_1,r_2]$. Тогда для приближенного решения $Y_k^N\in H_k^N$ имеет место оценка

$$\left\|Y-Y_k^N\right\|_{W_2^1}\le ch^k, \tag{16}$$

где $c=\text{const}>0,\ h=\max\limits_i h_i,\ h_i=r^{i+1}-r^i$, k – степень полиномов МКЭ, $\left\|\psi\right\|_{W_2^1}^2==\int\limits_{r_1}^{r_2}\sum\limits_{i=1}^{2}\left(\psi_i^2+(\psi_i^1)\right)^2dr,\ \ \psi=(\psi_1,\psi_2)$.

Доказательство. С учетом обобщенного неравенства Фридрихса $\forall v\in W_2^1((r_1,r_2))$ имеем $a_1(v,v)\ge\alpha_1\|v\|_{W_2^1(r_1,r_2)}^2$,

$$a(v,v)=\int\limits_{r_1}^{r_2}r^2\left\{(\lambda+2\mu)\left(\left(\frac{dv}{dr}\right)^2+2\frac{v^2}{r^2}\right)+4\lambda\frac{v}{r}\frac{dv}{dr}+2\lambda\frac{v^2}{r^2}\right\}dr=\int\limits_{r_1}^{r_2}r^2\left\{\lambda\left(\frac{dv}{dr}+2\frac{v}{r}\right)^2+\right.$$

$$+2\mu\left(\left(\frac{dv}{dr}\right)^2+2\frac{v^2}{r^2}\right)\Bigg\}dr\geq\alpha_0\|v\|^2_{W_2^1(r_1,r_2)},$$

т. е. билинейные формы $a(\cdot,\cdot)$, $a_1(\cdot,\cdot)$ – эллиптичные на $W_2^1(r_1,r_2)$.

В силу того, что составляющая $T_k^N(r)$ приближенного решения Y_k^N является приближенным решением задачи (11), то

$$\alpha_1\left\|T-T_k^N\right\|^2_{W_2^1(r_1,r_2)}\leq a_1\left(T-T_k^N,T-T_k^N\right)=\Phi_1\left(T_k^N\right)-\Phi_1(T)\leq\Phi_1\left(\overline{T}_k^N\right)-\Phi_1(T)=$$

$$=a_1\left(\overline{T}_k^N-T,\overline{T}_k^N-T\right)\leq c_1^2h^{2k},$$

т. е.

$$\left\|T-T_k^N\right\|_{W_2^1(r_1,r_2)}\leq\overline{c}_1h^k, \tag{17}$$

где $\overline{T}_k^N(r)$ – функция из $\overline{H}_k^N$, которая является полным интерполяционным полиномом или интерполяционным полиномом Эрмита составляющей $T(r)$ классического решения Y на каждом элементарном отрезке $[r^i,\ r^{i+1}]$, $i=\overline{0,N-1}$.

На основании (10) можем записать:

$$a(y-y_k^N,z_{1k}^N)=l(T-T_k^N;z_{1k}^N)\ \forall z_{1k}^N\in\overline{H}_k^N. \tag{18}$$

С учетом условия эллиптичности, неравенства Коши – Буняковского, ε – неравенства, равенства (18) можем записать:

$$c_2\left\|y-y_k^N\right\|^2_{W_2^1(r_1,r_2)}\leq a\left(y-y_k^N,y-y_k^N\right)=a\left(y-y_k^N,y-\overline{y}_k^N+\overline{y}_k^N-y_k^N\right)\leq$$

$$\leq c_3\left\|y-y_k^N\right\|_{W_2^1(r_1,r_2)}\left\|\overline{y}_k^N-y\right\|_{W_2^1(r_1,r_2)}+\left|l\left(T-T_k^N;\ \overline{y}_k^N-y+y-y_k^N\right)\right|\leq$$

$$\leq c_3\left(\varepsilon\left\|y-y_k^N\right\|^2_{W_2^1(r_1,r_2)}+\frac{1}{4\varepsilon}\left\|\overline{y}_k^N-y\right\|^2_{W_2^1(r_1,r_2)}\right)+$$

$$+c_4\left\|T-T_k^N\right\|_{W_2^1(r_1,r_2)}\left\|\overline{y}_k^N-y\right\|^2_{W_2^1(r_1,r_2)}+$$

$$+c_5\left(\varepsilon_1\left\|T-T_k^N\right\|^2_{W_2^1(r_1,r_2)}+\frac{1}{4\varepsilon_1}\left\|y_k^N-y\right\|^2_{W_2^1(r_1,r_2)}\right), \tag{19}$$

где $\overline{y}_k^N\in\overline{H}_k^N$ – интерполянт k-го степени составляющей $y(r)$ классического решения Y на каждом элементарном отрезке $[r^i,\ r^{i+1}]$, $i=\overline{0,N-1}$; $\varepsilon,\varepsilon_1$ – произвольные неотрицательные вещественные числа.

С учетом оценок интерполяции, оценки (17), соотношений (19) получаем искомую оценку (16). Теорема доказана.

2. Задача о термоупругом состоянии составной полой сферы. Пусть на интервалах $\Omega_1=(r_1,\xi), \Omega_2=(\xi,r_2), (0<r_1<\xi<r_2<\infty)$ уравнение равновесия имеет вид

$$-\left\{(\lambda+2\mu)\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dy}{dr}\right)-2(\lambda+2\mu)y-(3\lambda+2\mu)\alpha r^2\frac{dT}{dr}\right\}=0,\ r\in\Omega, \tag{20}$$

где $\Omega=\Omega_1\cup\Omega_2$.

Изменение температуры T удовлетворяет уравнению

$$-\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2k\frac{dT}{dr}\right)=\bar{f},\ r\in\Omega. \tag{21}$$

Заданы краевые условия (5)–(7).

На сферической поверхности радиуса $r=\xi$ контакта составляющих сферического составного полого тела условия сопряжения имеют вид:

$$[y]=0,\ [\sigma_r(y)]=0,$$
$$\left[k\frac{dT}{dr}\right]=0,\ \left\{k\frac{dT}{dr}\right\}^{\pm}=\bar{r}[T], \tag{22}$$

где $[\varphi]=\varphi^+-\varphi^-$, $\varphi^\pm=\{\varphi\}^\pm=\varphi(\xi\pm0)$, $\bar{r}=\text{const}\geq0$.

Условия (22) отражает непрерывность смещений, составляющей $\sigma_r(y)$ на участке контакта составляющих рассматриваемого тела, непрерывность теплового потока и его пропорциональность скачку температуры в точке $r=\xi$.

Определение 3. Обобщенным решением краевой задачи (20)–(22), (5)–(7) называется вектор-функция $Y=(y,T)\in H$, которая $\forall z=(z_1,z_2)\in H$ удовлетворяет системе равенств

$$a(y,z_1)=l(T;z_1), \tag{23}$$

$$a_1(T,z_2)=l_1(z_2), \tag{24}$$

где формы $a(\cdot,\cdot), l(\cdot;\cdot), l_1(\cdot)$ совпадают с соответствующими, определенными в предыдущем пункте

$$a_1(T,\ z_2)=\int_{r_1}^{r_2} r^2k\frac{dT}{dr}\frac{dz_2}{dr}dr+r[T][z_2]\Big|_{r=\xi}+r_2^2\alpha_2T(r_2)z_2(r_2),$$

$$H=V_1\times V_2,\ V_1=\{v(r)\in\overline{V}:[v]\big|_{r=\xi}=0\},\ V_2=\overline{V},\ \overline{V}=\{v(r):v\big|_{\Omega_i}\in W_2^1(\Omega_i),\ i=1,2\}.$$

Теорема 3. Обобщенное решение краевой задачи (20)–(22), (5)–(7) существует и единственно.

На основе задачи (23), (24) имеют место функционалы энергии вида (12), (13).

Для задачи (20)–(22), (5)–(7) имеет место определение, аналогичное определению 2 и лемма, аналогичная лемме 1.

Задачу (23), (24) или эквивалентную ей задачу на минимумы функционалов энергии будем решать с помощью метода конечных элементов. Для этого каждый из отрезков $[r_1,\xi],[\xi,r_2]$ разобъем на элементарные отрезки $[r^i,r^{i+1}]$, $i=\overline{0,N-1}$, $i\neq\chi$ $(r_1=r^0<...<r^\chi,r^{\chi+1}<...<r^N=r_2,\ r^\chi=\xi-0,\ r^{\chi+1}=\xi+0)$. Приближенным решением обобщенной задачи (23), (24) называется вектор-функция $Y_k^N=\left(y_k^N,T_k^N\right)\in H_k^N$, которая $\forall z_k^N=\left(z_{1k}^N,\ z_{2k}^N\right)\in H_k^N$ удовлетворяет равенствам

$$a(y_k^N,z_{1k}^N)=l(T_k^N;z_{1k}^N), \tag{25}$$

$$a_1(T_k^N,z_{2k}^N)=l_1(z_{2k}^N), \tag{26}$$

где

$$H_k^N=V_{1k}^N\times V_{2k}^N,\quad V_{1k}^N=\left\{v_k^N(r)\in V_k^N:[v_k^N]\Big|_{r=\xi}=0\right\},\quad V_{2k}^N=V_k^N,\quad V_k^N=\left\{v_k^N(r):\right.$$

$$\left.v_k^N\Big|_{\overline{\Omega}_i}\in C(\overline{\Omega}_i),\ i=1,2;\ v_k^N(r)=\alpha_1^i+...+\alpha_{k+1}^i r^k,\ r\in[r^i,r^{i+1}],\ i=\overline{0,N-1},\ i\neq\chi\right\}.$$

Лемма 3. Решение $Y_k^N=(y_k^N,T_k^N)$ задачи (25), (26) существует и единственное в H_k^N.

Теорема 4. Пусть составляющие $y(r),T(r)$ классического $Y=(y,T)$ краевой задачи (20)–(22), (5)–(7) – непрерывны и имеют непрерывные производные до k+1-го порядка включительно на каждой из областей $\overline{\Omega}_i$, $i=1,2$. Тогда для приближенного обобщенного решения $Y_k^N=\left(y_k^N,T_k^N\right)\in H_k^N$ имеет место оценка вида (16).

3. Задача о термоупругом состоянии составной сферы при наличии расклинивающего давления. Пусть на областях Ω_1,Ω_2 определено уравнение упругого равновесия (20), а изменение температуры T удовлетворяет уравнению (21). На концах отрезка $[r_1,\ r_2]$ заданы краевые условия (5)–(7), а в точке $r=\xi$ условия сопряжения имеют вид:

$$\begin{gathered}[y]=0,\ \{\sigma_r(y)\}^-=-\overline{p},\ \{\sigma_r(y)\}^+=\overline{p},\\ R_1\left\{k\frac{dT}{dr}\right\}^-+R_2\left\{k\frac{dT}{dr}\right\}^+=[T],\ \left[k\frac{dT}{dr}\right]=\omega.\end{gathered} \tag{27}$$

Определение 4. Обобщенным решением краевой задачи (20), (21), (5)–(7) (27) называется вектор-функция $Y=(y,T)\in H$, которая $\forall z=(z_1,z_2)\in H$ удовлетворяет системе равенств

$$a(y,z_1)=l(T;z_1), \tag{28}$$

$$a_1(T, z_2) = l_1(z_2)\,, \tag{29}$$

где множество $H = V_1 \times V_2$, множества V_1, V_2 и билинейные формы $a(\cdot,\cdot), a_1(\cdot,\cdot)$ определены в разделе 2

$$l(T; z_1) = \int_{r_1}^{r_2} r^2 (3\lambda + 2\mu)\alpha T \left(\frac{dz_1}{dr} + \frac{2z_1}{r} \right) dr - 2\xi^2 \overline{p} z_1(\xi) + r_1^2 p_1 z_1(r_1) - r_2^2 p_2 z_1(r_2)\,,$$

$$l_1(z_2) = \int_{r_1}^{r_2} r^2 \overline{f} z_2 dr \quad + r_1^2 \beta_1 z_2(r_1) + r_2^2 \beta_2 z_2(r_2) + \frac{\xi^2 R_2 \omega}{R_1 + R_2}[z_2] - \xi^2 \omega z_2^+\,.$$

С помощью леммы Лакса – Мильграма легко установить справедливость следующего утверждения.

Теорема 5. Обобщенное решение краевой задачи (20), (21), (5)–(7), (27) существует и единственное.

Задачу (28), (29) или эквивалентную ей на минимумы функционалов энергии будем решать с помощью метода конечных элементов. Для этого используем конечно-элементное разбиение отрезков $[r_1, \xi], [\xi, r_2]$ и классы вектор-функций H_k^N определенные в разделе 2.

Приближенным обобщенным решением краевой задачи (20), (21), (5)–(7), (27) называется вектор-функция $Y_k^N = (y_k^N, T_k^N) \in H_k^N$, которая $\forall z_k^N = (z_{1k}^N, z_{2k}^N) \in H_k^N$ удовлетворяет равенствам

$$a(y_k^N,\ z_{1k}^N) = l(T_k^N;\ z_{1k}^N),$$

$$a_1(T_k^N,\ z_{2k}^N) = l_1(z_{2k}^N). \tag{30}$$

Лемма 4. Решение $Y_k^N \in H_k^N$ задачи (30) существует и единственно.

Теорема 6. Пусть составляющие $y(r), T(r)$ классического решения $Y = (y, T)$ краевой задачи (20), (21), (5)–(7), (27) – непрерывны и имеют непрерывные производные до k+1-го порядка включительно на каждой из областей $\overline{\Omega}_i$, $i = 1,2$. Тогда для приближенного обобщенного решения $Y_k^N = (y_k^N, T_k^N) \in H_k^N$ имеет место оценка вида (16).

Заключение. В работе рассмотрены вопросы построения вычислительных схем повышенного порядка точности дискретизации задачи термоупругого деформирования полой и составной полой сферы с условиями сопряжения неидеального контакта.

І.В. Дейнека

ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ АЛГОРИТМИ ПІДВИЩЕНОГО ПОРЯДКУ ТОЧНОСТІ
ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ТЕРМОПРУЖНОСТІ ШАРУВАТОЇ ПОРОЖНИСТОЇ СФЕРИ

Розглянуті нові крайові задачі термопружності з умовами сполучення неідеального контакту. Побудовані обчислювальні алгоритми підвищеного порядку точності дискретизації розглянутих задач.

I.V. Deineka

THE HIGHLY-ACCURATE COMPUTATION ALGORITHMS FOR SOLVING
A THERMAL ELASTICITY PROBLEM OF A LAYERED SPHERE WITH A HOLLOW

New problems of a thermal-elastic deformation of a layered sphere are considered. The classical generalized problems that are defined on a classes of discontinuous functions are considered. Computational algorithms are created for highly-accurate discretization of the considered problems.

1. *Коваленко А.Д.* Термоупругость. – Киев: Вища школа, 1975. – 216 с.
2. *Мотовиловец И.А., Козлов В.И.* Механика связных полей в элементах конструкций. Термоупругость. Т. 1. – Киев: Наук. думка, 1987. – 264 с.
3. *Дейнека В.С.* Вычислительные алгоритмы повышенного порядка точности для условно-корректной задачи термоупругости // Компьютерная математика. – 2007. – № 1. – С. 3–12.
4. *Дейнека В.С., Сергиенко И.В.* Модели и методы решения задач в неоднородных средах. – Киев: Наук. думка, 2001. – 606 с.
5. *Сьярле Ф.* Метод конечных элементов для эллиптических задач. – М.: Мир, 1980.– 512 с.

Получено 05.04.2011

Об авторе:

Дейнека Игорь Васильевич,
кандидат физико-математических наук, младший научный сотрудник
Института кибернетики имени В.М. Глушкова НАН Украины.
e-mail vdeineka@ukr.net