КОМПЬЮТЕРНАЯ МАТЕМАТИКА

Системный анализ

Рассмотрены вопросы решения с помощью градиентных методов обратных задач теплопроводности составного цилиндра. Представлены результаты решения некоторых модельных обратных задач.

УДК 519.6:539.3

В.С. ДЕЙНЕКА, А.А. АРАЛОВА

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ДЛЯ СОСТАВНОГО ЦИЛИНДРА

Введение. В работе [1] на основе результатов теории оптимального управления состояниями различных многокомпонентных распределенных систем [2, 3] предложена технология построения явных выражений градиентов функционалов-невязок для идентификации градиентными методами [4] различных параметров различных многокомпонентных распределенных систем. В работе [5] эта технология использована для идентификации параметров задач осесимметричного деформирования длинного цилиндра.

В данной статье рассмотрены вопросы решения с помощью градиентных методов обратных задач теплопроводности для составного цилиндра.

1. Оптимальное управление тепловым потоком.

Рассмотрим длинный толстый составной полый изотропный круговой цилиндр. Изменение температуры T удовлетворяет уравнению [6, 7]:

$$-\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(rk\frac{dT}{dr}\right)=f(r),\ \ r\in\Omega, \qquad (1)$$

где $\Omega=(r_1,\xi)\cup(\xi,r_2)$; k – коэффициент теплопроводности (различный для Ω_1, Ω_2); $f(r)\big|_{\Omega_i}\in C(\Omega_i)$; $i = 1, 2$; $\Omega_1=(r_1,\xi)$; $\Omega_2=(\xi,\ r_2)$. Краевые условия

$$-k\frac{dT}{dr}=u,\ \ r=r_1, \qquad (2)$$

$$k\frac{dT}{dr}=-\overline{\alpha}T+\beta,\ \ r=r_2. \qquad (3)$$

В точке $r = \xi$ – на круговой поверхности контакта составляющих Ω_1, Ω_2 тела условия сопряжения неидеального контакта имеют вид:

$$R_1 \left\{ k\frac{dT}{dr} \right\}^{-} + R_2 \left\{ k\frac{dT}{dr} \right\}^{+} = [T], \; \left[k\frac{dT}{dr} \right] = 0, \tag{4}$$

где R_1, R_2 = const >0, u – считается неизвестным. Задано наблюдение

$$Z(u) = CT(u), \tag{5}$$

$$CT(u) = T(u; r_2). \tag{6}$$

Поставим в соответствие каждому управлению $u \in U = R$ значение функционала стоимости

$$J(u) = \left\| CT(u) - z_g \right\|_H^2 + (\bar{a}u, u)_U , \tag{7}$$

где известный элемент $z_g \in H = R$, $\bar{a}$ = const >0. При каждом фиксированном $u \in U$ будем использовать обобщенное решение задачи (1)–(4), т. е. функцию $T(r) \in V$, которая $\forall z(r) \in V$ удовлетворяет тождеству

$$a(y; z) = l(u; z), \tag{8}$$

где $V = \left\{ v(r) : v\big|_{\Omega_i} \in W_2^1(\Omega_i), i = 1,2 \right\}$, $W_2^1(\Omega_i)$ – пространство функций Соболева определенных на области Ω_i, $i = 1, 2$, $[\varphi] = \varphi^+ - \varphi^-$, $\{\varphi\}^{\pm} = \varphi^{\pm} = \varphi(\xi \pm 0)$:

$$a(T, w) = \sum_{i=1}^{2} \int_{\Omega_i} rk\frac{dT}{dr}\frac{dw}{dr}dr + \xi\bar{r}\,[T][w] + \bar{\alpha} r_2 T(r_2)\, w(r_2),$$

$$l(u; w) = \sum_{i=1}^{2} \int_{\Omega_i} r\bar{f} w dr + r_1 u w(r_1) + \beta r_2 w(r_2), \quad \bar{r} = (R_1 + R_2)^{-1}. \tag{9}$$

Пусть $T' = T(u')$, $T'' = T(u'')$ – решения из V задачи (8) при элементе $u \in U$ равном соответственно u', u''. С учетом обобщенного неравенства Фридрихса [8] имеем $\alpha' \left| T' - T'' \right|^2 (r_2) \le \alpha \left\| T' - T'' \right\|_V^2 \le a(T' - T'', T' - T'') = r_1 (u' - u'')(T' - T'') \le c_0 \left| u' - u'' \right| \left\| T' - T'' \right\|_V$. Полученное неравенство обеспечивает непрерывность на U линейного функционала $L(\cdot)$ и билинейной формы $\pi(\cdot,\cdot)$ представления

$$2J(u) = \left\| T(u) - z_g \right\|_H^2 + (\bar{a}u, u) = \pi(u, u) - 2L(u) + \left\| z_g - \Upsilon(0) \right\|_H^2 ,$$

где $\pi(u, v) = \left(\Upsilon(u) - \Upsilon(0), \Upsilon(v) - \Upsilon(0) \right) + (\bar{a}u, v)$, $\Upsilon(v) = T(v; r_2)$, $L(v) = \left(z_g - \Upsilon(0), \Upsilon(v) - \Upsilon(0) \right)$. На основании [7, гл. 1, теорема 1.1] доказано утверждение.

Теорема 1. Пусть состояние системы определяется как единственное решение задачи (8). Тогда существует единственный элемент u выпуклого замкнутого в U множества U_∂ для которого

$$J(u) = \inf_{w \in U_\partial} J(w). \tag{10}$$

Следуя [2, 3], сопряженное состояние $\psi(r) \in V^* = V$ для каждого управления $v \in U$ определяется как обобщенное решение краевой задачи, заданной равенствами:

$$-\frac{d}{dr}\left(rk\frac{d\psi}{dr}\right) = 0, \quad r \in \Omega,$$

$$-k\frac{d\psi}{dr}\Big|_{r=r_1} = 0, \quad k\frac{d\psi}{dr}\Big|_{r=r_2} = -\bar{\alpha}\psi(r_2) + \frac{e(v)}{r_2},$$

$$\left[k\frac{d\psi}{dr}\right]\Big|_{r=\xi} = 0, \; R_1\left\{k\frac{d\psi}{dr}\right\}^- + R_2\left\{k\frac{d\psi}{dr}\right\}^+ = [\psi], \; e(v) = \left(T(v;r_2) - z_g\right). \tag{11}$$

Определение 1. Обобщенным решением краевой задачи (11) называется функция $\psi \in V$, которая $\forall z \in V$ удовлетворяет тождеству

$$a(\psi, z) = e(v)\, z(r_2), \tag{12}$$

или доставляющая на V минимум функционалу

$$\Phi(w) = a(w,w) - 2\left(T - z_g\right) w\big|_{r=r_2}. \tag{13}$$

Следуя [2, 9] единственное оптимальное управление $u \in U$ определяется тождествами (8), (12) и неравенством

$$\left(T(u) - z_g, T(v) - T(u)\right)_H + \left(\bar{a}u, v-u\right)_U \ge 0, \forall v \in U_\partial. \tag{14}$$

При $U_\partial \in U$ (случай отсутствия ограничений) имеем

$$r_1\psi(r_1) + \bar{a}u = 0. \tag{15}$$

2. Идентификация мощности теплового потока на внутренней поверхности тела при известной температуре на внешней. Пусть состояние системы описывается краевой задачей (1)–(4), где $u \in U$ является неизвестным. Считаем, что в точке $r = r_2$ известна температура

$$T(r_2) = f_0. \tag{16}$$

Составим функционал-невязку

$$J(u) = \frac{1}{2}\left|T(u;r_2) - f_0\right|^2. \tag{17}$$

Для решения задачи (8), (17) используем градиентные методы [4]:

$$u_{n+1} = u_n - \beta_n p_n, \quad n = 0, 1, \ldots, n^*, \tag{18}$$

где направление спуска p_n и коэффициент β_n определяем формулой:

$$p_n = J'_{u_n}, \quad \beta_n = \frac{\|e_n\|^2}{\|J'_{u_n}\|^2}. \tag{19}$$

Поскольку, $\left\langle J'_{u_n}, \Delta u_n \right\rangle = \left(T(u_n) - f_0, T(u_{n+1}) - T(u_n) \right)\Big|_{r=r_2} = r_1 \psi(r_1) \Delta u_n$, то

$$J'_{u_n} = r_1 \psi(r_1). \tag{20}$$

Пример 1. Пусть $r_1 = \pi/8$, $r_2 = \pi/2$, $\xi = \pi/4$. Классическое решение краевой задачи (1)–(4) на отрезке $\left[\pi/8, \pi/4\right)$ имеет вид $T = 1{,}5\cos(0{,}5r) + 2$, а на отрезке $\left(\pi/4, \pi/2\right]$ $T = 1{,}2\cos(-0{,}4r) + 1{,}5$. Так же $R_1 = 0{,}5$; $R_2 = 1{,}258$; $\alpha_2 = 1$;; $\beta_2 = 1{,}721$; $k_1 = 2$; $k_2 = 1{,}637$; $u = 0{,}293$. Считаем в этой задаче $u \in U$ неизвестным. Для приведенных исходных данных задача решена с помощью градиентных методов, где на каждом шаге определения (n+1)-го приближения u_{n+1} решения $u \in U$ прямая и сопряженная задачи решены с помощью МКЭ с использованием кусочно-линейных функций путем минимизации соответствующего функционала энергии. В этом случае погрешность метода $O(h)$ в норме пространства Соболева $W_2^1(\Omega)$, h – наибольшая из длин всех конечных элементов. В табл. 1 приведены результаты вычислительного эксперимента, где u_0 – начальное приближение итерационного процесса; u_n – результирующее значение; e_n – погрешность; N_1 – количество разбиений на отрезке $[r_1, \xi]$; N_2 – количество разбиений на отрезке $[\xi, r_2]$; n – номер итерации, на котором завершается итерационный процесс.

ТАБЛИЦА 1

f_0=2.14	u_0	1	0	10	–10	10	100	10
	u_n	0.293	0.293	0.293	0.293	0.293	0.293	0.293
	e_n	$-1{*}10^{-13}$	$4{*}10^{-14}$	$-1{*}10^{-12}$	$1{*}10^{-12}$	$2{*}10^{-12}$	$2{*}10^{-11}$	$-1{*}10^{-11}$
	N_1	20	20	20	20	50	50	30
	N_2	20	20	20	20	50	30	50
	n	2	2	2	2	2	2	2

3. Идентификация коэффициентов теплопроводности. Пусть состояние системы описывается следующей краевой задачей:

$$-\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(rk\frac{dT}{dr}\right)=\bar{f},\quad r\in\Omega,$$

$$k(r)=\begin{cases}u_1, & r_1\le r\le\xi,\\ u_2, & \xi\le r\le r_2,\end{cases}$$

$$-u_1\frac{dT}{dr}=\beta_1,\quad r=r_1,\quad u_2\frac{dT}{dr}=-\bar{\alpha}T+\beta_2,\quad r=r_2,$$

$$R_1\left\{u_1\frac{dT}{dr}\right\}^-+R_2\left\{u_2\frac{dT}{dr}\right\}^+=[T],\quad \left[u\frac{dT}{dr}\right]=0,\quad r=\xi. \tag{21}$$

Считаем, что в некоторых точках $d_i\in\Omega,\ \ i=\overline{1,N}$ известна температура, заданная равенствами

$$T(d_i)=f_i,\ \ i=\overline{1,N}. \tag{22}$$

Полученная задача (21), (22) состоит в определении положительных вещественных чисел u_1, u_2, при которых решение задачи (21) удовлетворяет равенствам (22). При каждом фиксированном $u=(u_1,u_2)\in U=R\times R,$ вместо классического решения краевой задачи (21) будем использовать ее обобщенное решение, как функцию $T(r)\in V,$ которая $\forall z\in V$ удовлетворяют тождеству:

$$a(u;T,z)=l(z), \tag{23}$$

где пространство V, определено в предыдущем разделе,

$$a(u;T,w)=\int\limits_{\Omega_i}ru\frac{dT}{dr}\frac{dw}{dr}dr+\xi\bar{r}[T][w]+\bar{\alpha}r_2T(r_2)w(r_2),$$

$$l(w)=\sum_{i=1}^{2}\int\limits_{\Omega_i}r\bar{f}wdr+r_1\beta_1w(r_1)+\beta_2r_2w(r_2).$$

Составим функционал-невязку

$$J(u)=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\left(T(d_i)-f_i\right)^2. \tag{24}$$

Для приращения θ решения задачи (21), соответствующего допустимому приращению Δu элемента $u\in U$ ($\theta=\Delta T,\ u+\Delta u\in U$), пренебрегая членами второго порядка малости, получаем краевую задачу:

$$-\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(ru\frac{d\theta}{dr}\right)=\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\Delta u\frac{dT}{dr}\right),\quad r\in\Omega,$$

$$-u_1\frac{d\theta}{dr}\Big|_{r=r_1}=\Delta u_1\frac{dT}{dr}\Big|_{r=r_1},$$

$$u_2 \frac{d\theta}{dr}\Big|_{r=r_2} = -\overline{\alpha}\theta - \Delta u_2 \frac{dT}{dr}\Big|_{r=r_2},$$

$$\left[u\frac{d\theta}{dr}\right] = -\left[\Delta u \frac{dT}{dr}\right], \quad r = \xi,$$

$$R_1\left\{u_1\frac{d\theta}{dr}\right\}^- + R_2\left\{u_2\frac{d\theta}{dr}\right\}^+ = \overline{r}[\theta] - R_1\Delta u_1\left\{\frac{dT}{dr}\right\}^- - R_2\Delta u_2\left\{\frac{dT}{dr}\right\}^+, \quad r = \xi. \tag{25}$$

Определение 2. Обобщенным решением краевой задачи (25) называется функция $\theta \in V$, которая $\forall z \in V$ удовлетворяет тождеству:

$$a(u;\theta, z_2) = l(\Delta u; z_2), \tag{26}$$

где

$$l(\Delta u; z) = \sum_{i=1}^{2}\int_{\Omega_i}\frac{d}{dr}\left(r\Delta u\frac{dT}{dr}\right)zdr +$$

$$+r_1\Delta u_1\frac{dT}{dr}z\Big|_{r=r_1} - r_2\Delta u_2\frac{dT}{dr}z\Big|_{r=r_2} + \Delta u_2\left\{\frac{dT}{dr}\right\}^+ z^+ - \Delta u_1\left\{\frac{dT}{dr}\right\}^- z^-.$$

Следуя [1, 4, 10], для нахождения (n+1)-го приближения u_{n+1} решения $u \in U$ задачи (24), (25) сопряженная задача имеет вид:

$$-\frac{d}{dr}\left(ru\frac{d\psi}{dr}\right) = 0, \quad r \in \Omega_d,$$

$$-u\frac{d\psi}{dr}\Big|_{r=r_1} = 0, \quad u\frac{d\psi}{dr}\Big|_{r=r_2} = -\overline{\alpha}\psi(r_2),$$

$$[\psi]\big|_{d_i} = 0, \quad \left[u\frac{d\psi}{dr}\right]\Big|_{r=d_i} = -\left(T(u_n) - f_i\right)_{d_i}, \quad i = \overline{1,N},$$

$$\left[u\frac{d\psi}{dr}\right]\Big|_{r=\xi} = 0, \quad R_1\left\{u\frac{d\psi}{dr}\right\}^- + R_2\left\{u\frac{d\psi}{dr}\right\}^+ = [\psi]\big|_{r=\xi}, \tag{27}$$

где $u = u_n$.

Определение 3. Обобщенным решением краевой задачи (27) называется функция $\psi \in V^* = V$, которая $\forall z \in V^*$ удовлетворяет тождеству:

$$a(\psi, z) = \sum_{i=1}^{N}\left(T(u_n; d_i) - f_i\right)z(d_i). \tag{28}$$

На каждом шаге определения (n+1)-го приближения u_{n+1} решения $u \in U$ введем в рассмотрение формы

$$\pi(u,v)=\left(\bar{Y}(u)-\bar{Y}(u_n),\bar{Y}(v)-\bar{Y}(u_n)\right)_d,$$
$$L(v)=\left(f-\bar{Y}(u_n),\bar{Y}(v)-\bar{Y}(u_n)\right)_d,$$
$$\bar{Y}(v)=\left\{T(v;d_i)\right\}_{i=1}^N,\ \left(\bar{Y}(v),\bar{Y}(w)\right)_d=\sum_{i=1}^N T(v;d_i)T(w;d_i),\ f=\{f_i\}_{i=1}^N. \quad (29)$$

Легко видеть справедливость равенства

$$J(v)=\pi(v,v)-2L(v)+\left\|\bar{Y}(u_n)-f\right\|_d^2. \quad (30)$$

Пусть $u_n+\Delta u_n\in U$. Тогда $\forall\lambda\in(0,1)$ $u_n+\lambda\Delta u_n\in U$. Пренебрегая членами второго порядка малости на основе (21) определим функцию $\tilde{T}\in V$ как решение краевой задачи:

$$-\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\ \ u_n\frac{d\tilde{T}}{dr}\right)=\tilde{f}+\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\Delta u_n\frac{dT}{dr}\right),\quad r\in\Omega,$$
$$-u_n\frac{d\tilde{T}}{dr}\Big|_{r=r_1}=\beta_1+\Delta u_n\frac{dT}{dr}\Big|_{r=r_1},$$
$$u_n\frac{d\tilde{T}}{dr}\Big|_{r=r_2}=-\bar{\alpha}\tilde{T}+\beta-\Delta u_n\frac{dT}{dr}\Big|_{r=r_2},$$
$$\left[u_n\frac{d\tilde{T}}{dr}\right]\Big|_{r=\xi}=-\left[\Delta u_n\frac{dT}{dr}\right]\Big|_{r=\xi},$$
$$R_1\left\{u_n\frac{d\tilde{T}}{dr}\right\}^-+R_2\left\{u_n\frac{d\tilde{T}}{dr}\right\}^+=[\tilde{T}]-R_1\left\{\Delta u_n\frac{dT}{dr}\right\}^--R_2\left\{\Delta u_n\frac{dT}{dr}\right\}^+. \quad (31)$$

Определение 4. Обобщенным решением краевой задачи (31) называется функция $\tilde{T}\in V$, которая $\forall z\in V$ удовлетворяет тождеству:

$$a(u_n;\tilde{T},z)=l(z)+\sum_{i=1}^2\int_{\Omega_i}\frac{d}{dr}\ \left(r\Delta u_n\frac{dT}{dr}\right)zdr+r_1\Delta u_n\frac{dT}{dr}\Big|_{r=r_1}z(r_1)-$$
$$-r_2\Delta u_n\frac{dT}{dr}\Big|_{r=r_2}z(r_2)+\xi\Delta u_n^+\left\{\frac{dT}{dr}\right\}^+z^+-\xi\Delta u_n^-\left\{\frac{dT}{dr}\right\}^-z^-. \quad (32)$$

Пренебрегая членами второго порядка малости получаем

$$Y(u_{n+1})\approx\tilde{Y}(u_{n+1})=Y(u_n)+\theta,$$
$$Y(u_n+\lambda\Delta u_n)\approx Y(u_n)+\lambda\theta, \quad (33)$$

где θ – решение задачи (26). С учетом (33) получаем

$$\left\langle J'_{u_n},\Delta u_n\right\rangle=\lim_{\lambda\to 0}\frac{J(u_n+\lambda\Delta u_n)-J(u_n)}{\lambda}\approx\left(\bar{Y}(u_n)-f,\bar{\tilde{Y}}(u_{n+1})-\bar{Y}(u_n)\right)_d. \quad (34)$$

Следовательно

$$\left\langle J'_{u_n}, \Delta u_n \right\rangle = \sum_{i=1}^{2} \int_{\Omega_i} \frac{d}{dr}\left(r\Delta u_n \frac{dT}{dr} \right)\psi dr + r_1 \Delta u_n \frac{dT}{dr}\Big|_{r=r_1} \psi(r_1) -$$

$$-r_2 \Delta u_n \frac{dT}{dr}\Big|_{r=r_2} \psi(r_2) + \Delta u_n^{+} \xi \left\{ \frac{dT}{dr} \right\}^{+} \psi^{+} - \Delta u_n^{-} \xi \left\{ \frac{dT}{dr} \right\}^{-} \psi^{-}. \qquad (35)$$

Или

$$J'_{u_n} \approx \tilde{\psi}_n, \qquad (36)$$

где

$$\tilde{\psi}_n = \left\{ \tilde{\psi}_n^i \right\}_{i=1}^{2},$$

$$\tilde{\psi}_n^1 = \int_{\Omega_1} \frac{d}{dr}\left(r \frac{dT}{dr} \right)\psi dr + r_1 \frac{dT}{dr}\Big|_{r=r_1} \psi(r_1) - \xi \left\{ \frac{dT}{dr} \right\}^{-} \psi^{-},$$

$$\tilde{\psi}_n^2 = \int_{\Omega_2} \frac{d}{dr}\left(r \frac{dT}{dr} \right)\psi dr + \xi \left\{ \frac{dT}{dr} \right\}^{+} \psi^{+} + \xi \left\{ \frac{dT}{dr} \right\}^{-} \psi^{-} - r_2 \frac{dT}{dr}\Big|_{r=r_2} \psi(r_2). \qquad (37)$$

Замечание 1. Если в задаче (21), (22) коэффициент теплопроводности неизвестен лишь на одной из областей Ω_1 или Ω_2, тогда, соответственно, $J'_{u_n} \approx \tilde{\psi}_n^1$ или $J'_{u_n} \approx \tilde{\psi}_n^2$.

4. Построение градиента функционала-невязки на основе слабой задачи состояния системы. Рассмотрим задачу идентификации (21), (22) или соответственно (23), (24). Для определения (n+1)-го приближения u_{n+1} решения $u \in U$ задачи (23), (24) функцию $\tilde{T} \in V$ определим как решение задачи:

$$a\left(u_n; \tilde{T}, z\right) = l\left(\Delta u_n; z\right), \qquad (38)$$

где $l\left(\Delta u_n; z\right) = \sum_{i=1}^{2} \int_{\Omega_i} r\bar{f} z dr + r_1 \beta_1 z(r_1) + r_2 \beta_2 z(r_2) - \sum_{i=1}^{2} \int_{\Omega_i} r \Delta u_n \frac{dT}{dr}\frac{dz}{dr} dr$.

Сопряженная задача имеет вид (27) с соответствующей ей слабой задачей (28). Выбирая в тождестве (28) $z_2 = \tilde{T}\left(u_{n+1}\right) - T\left(u_n\right)$, с учетом (34), (38) получаем

$$\left\langle J'_{u_n}, \Delta u_n \right\rangle \approx -\sum_{i=1}^{2} \int_{\Omega_i} r \Delta u_n \frac{dT}{dr}\frac{d\psi}{dr} dr.$$

Следовательно, $J'_{u_n} \approx \tilde{\psi}_n$, где $\tilde{\psi}_n = \left\{\tilde{\psi}_n^i\right\}_{i=1}^2$, $\tilde{\psi}_n^i = -\int\limits_{\Omega_1} r \frac{dT(u_n)}{dr}\frac{d\psi}{dr}dr$,

$$\left\| J'_{u_n} \right\| \approx \sqrt{\sum_{i=1}^{2}\left(\tilde{\psi}_n^i\right)^2}.$$

Пример 2. Входные данные, те же что и в примере 1. Считаем в этой задаче $k_1 = u \in U$ неизвестным, $f_0 = T(r_1)$. В табл. 2 указано количество итераций, необходимое для достижения значения $u_n = 2$ при точности окончания итерационного процесса ε. Точное значение искомого параметра $u_1 = 2$.

ТАБЛИЦА 2

N_1	20		50		50		30	
N_2	20		50		30		50	
ε	10^{-5}	10^{-10}	10^{-5}	10^{-10}	10^{-5}	10^{-10}	10^{-5}	10^{-10}
u_0=1	26	61	26	60	26	63	26	61
u_0=10	42	77	43	75	41	78	43	79
u_0=100	163	198	164	200	163	197	162	198

Заключение. На основе теории оптимального управления построены явные выражения градиентов функционалов-невязок идентификации параметров задач теплопроводности кругового цилиндра. Решены модельные примеры.

В.С. Дейнека, А.А. Аралова

ЧИСЕЛЬНЕ РОЗВ’ЯЗАННЯ ЗВОРОТНИХ ЗАДАЧ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ
ДЛЯ СКЛАДЕНОГО ЦИЛІНДРА

Розглянуто питання розв’язання за допомогою градієнтних методів зворотних задач теплопровідності складеного циліндра. Представлені результати розв’язання деяких модельних зворотних задач.

V.S. Deineka, A.A. Aralova

NUMERICAL SOLUTION TO INVERSE HEAT CONDUCTION PROBLEMS
FOR A COMPOSITE CYLINDER

Solution to the inverse problems of heat conduction in a composite cylinder using gradient methods is considered. The results of solving model inverse problem are presented.

1. *Сергиенко И.В., Дейнека В.С.* Системный анализ многокомпонентных распределенных систем. – Киев: Наук. думка, 2009. – 640 с.
2. *Дейнека В.С.* Оптимальное управление эллиптическими многокомпонентными распределенными системами. – Киев: Наук. думка, 2005. – 364 с.

3. *Sergienko I.V., Deineka V.S.* Optimal control of distributed systems with conjugation conditions. – New York: Kluwer Academic Publishers, 2005. – 400 p.
4. *Алифанов О.М., Артюхин Е.А., Румянцев С.В.* Экстремальные методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1988. – 288 с.
5. *Дейнека В.С., Аралова А.А.* Численное решение обратных краевых задач осесимметричного деформирования длинного толстого полого цилиндра // Компьютерная математика. – 2011. – № 1. – С. 3 –12.
6. *Коваленко А.Д.* Термоупрогость. – Киев: Вища школа, 1975. – 216 с.
7. *Мотовилевец И.А., Козлов В.И.* Механика связанных полей в элементах конструкций. Т. 1. Термоупругость. – Киев: Наук. думка, 1987. – 264 с.
8. *Дейнека В.С., Сергиенко И. В.* Модели и методы решения задач в неоднородных средах. – Киев: Наук. думка, 2001. – 606 с.
9. *Лионс Ж.-Л.* Оптимальное управление системами, описываемыми уравнениями с частными производными. – М.: Мир, 1972. – 414 с.
10. *Сергиенко И.В., Дейнека В.С.* Идентификация термонапряженного состояния составного цилиндра по известным смещениям // Проблемы управления и информатики. – 2009. – № 5. – С. 25 –52.

Получено 08.12.2011

Об авторах:

Дейнека Василий Степанович,
доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН Украины,
заведующий отделом Института кибернетики имени В.М. Глушкова НАН Украины,
e-mail vdeineka@ukr.net

Аралова Альбина Андреевна,
младший научный сотрудник Института кибернетики имени В.М. Глушкова НАН Украины.
e-mail aralova@ukr.net