Компьютерная математика

Системный анализ

УДК 519.85

В.А. ЖИДКОВ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФЕКТОВ В ПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ

Рассматривается метод поиска дефектов в периодических структурах с помощью сравнения экспериментального и идеализированного образов. Показана эффективность «усеченной» L_2-нормы для восстановления параметров иделизированной модели. Описана программная реализация метода и приведены результаты вычислительных экспериментов для изображений, полученных методом ширографии.

Введение. Периодические изображения с дефектами характерны для результатов интерферометрии, а также изображений регулярных сварных структур, полученных методами спекл-интерферометрии и ширеографии [1]. Методы лазерной интерферометрии для неразрушающего контроля качества (НКК) предполагают измерение перемещений (деформаций) поверхностей исследуемых объектов, возникающих в результате термической или механической нагрузки. При НКК элементов конструкций, имеющих периодическую структуру (трансляционную симметрию), результат измерения также должен иметь свойства периодической структуры. Если же в измеряемой структуре есть отклонение от трансляционной симметрии, то аналогичное отклонение должно проявляться и в результатах измерений.

В настоящее время задача нахождения нарушений чаще всего решается оператором (наблюдателем), поэтому существует потребность в автоматизации этого процесса для снижения влияния человеческого фактора при НКК в методе ширографии. Применение к задаче обнаружения дефектов на таких изображениях обычных подходов, используемых для решения задач распознавания образов, крайне затруднено многообразием видов дефектов; даже если будет создан большой каталог образов дефектов, это не исключает возможности ошибки вследствие появления ранее неизвестного вида дефекта. Отметим, что при поиске дефекта с использованием человека-оператора возникают схожие проблемы.

Таким образом, более общим и надежным методом является реконструкция «идеального» образа периодической структуры (такой, какой бы она была без дефектов) с последующим определением дефекта как отклонения имеющегося образа от «идеального». Разработка такого метода рассматривается в статье.

Материал статьи изложен в таком порядке. В разделе 1 изложена предлагаемая статистическая модель образа структуры с дефектами и вытекающие из нее математические постановки задачи нахождения образа «идеальной» структуры, который своими свойствами повторяет исходно данный образ структуры, но в котором отсутствуют дефекты. В разделе 2 изложены математическая модель для идеализированной структуры и постановка оптимизационной задачи. В разделе 3 обсуждаются подходы к решению задачи, приведены алгоритмы и примеры решения задач.

1. Статистическая модель задачи

Пусть матрица $M \in \mathbb{R}^{n\times m}$ – некоторый экспериментально полученный двумерный образ размера $n \times m$, соответствующий исследуемой структуре, а матрица $L \in \mathbb{R}^{n\times m}$ – двумерный образ размера также $n \times m$, соответствующий идеализированной модели структуры, не содержащей дефектов. Допустим также, что дефекты занимают не больше некоторой заранее заданной части образа; обозначим отношение площади этой части к площади всего образа как p.

Сделаем следующее предположение – образ M получен экспериментально, в нем отсутствуют систематические погрешности измерения, и шум в образе M только белый. Это предположение является довольно общим и справедливо для данных подавляющего большинства измерительных установок, в частности для данных спекл-интерферометрии. Типы установок, для которых это несправедливо, представляют собой довольно специальные случаи и для них статистическую модель следует строить индивидуально; в данной статье они рассматриваться не будут.

Из этого предположения следует, что $D = M - L$ – отклонение образа корректно построенной идеализированной модели L от измеренного образа M должно иметь нормальную плотность распределения значений элементов и соответствующую белому шуму, с точностью до величины p. Это дает критерий для определения, соответствует ли некоторый сконструированный образ L экспериментальным данным M.

Допустим, что шум образа D имеет нормальное распределение со стандартным отклонением σ. Тогда, вероятность того, что некоторая точка из L соответствует образу M и вероятности наступления хотя бы одного из двух событий: она находится в пределах отклонения с вероятностью, определяемой нормальным распределением и/или попадает на дефект с вероятностью p.

Таким образом, эта вероятность для заданной точки образа равна

$$V(i, j) = 1 - (1 - e^{-D^2(i,j)/2\sigma^2}) \times (1 - p), \qquad (1)$$

где $D(i,j)$ значение ячейки i-го столбца и j-й строки матрицы D. Следуя принципу наибольшего правдоподобия [2], рассмотрим весовую функции

$$W(M-L)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\ln(1-(1-\mathrm{e}^{-(M(i,j)-L(i,j))^2/2\pm^2})\times(1-p)), \qquad (2)$$

определяющую насколько образ L соответствует образу M. Для наглядности эта весовая функции для одной точки показана на рис. 1. Здесь и в дальнейшем, если не указано другого, предполагается $p=0.1$.

Заметим, что при небольших отклонениях эта весовая функция близка к L_2-норме. Если учитывается весь диапазон отклонений, то тогда она ближе всего к L_1-норме. Для практических целей эту весовую функцию можно заменить «усеченной» L_2-нормой, которая вычисляется согласно выражения

$$W_c(D)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\min(D^2(i,j),-2\sigma^2\ln(p)), \qquad (3)$$

и весьма близка к (2), как показано на рис. 1. Она вычисляется значительно быстрее, вследствие меньшего количества операций в выражении (3), чем в (2).

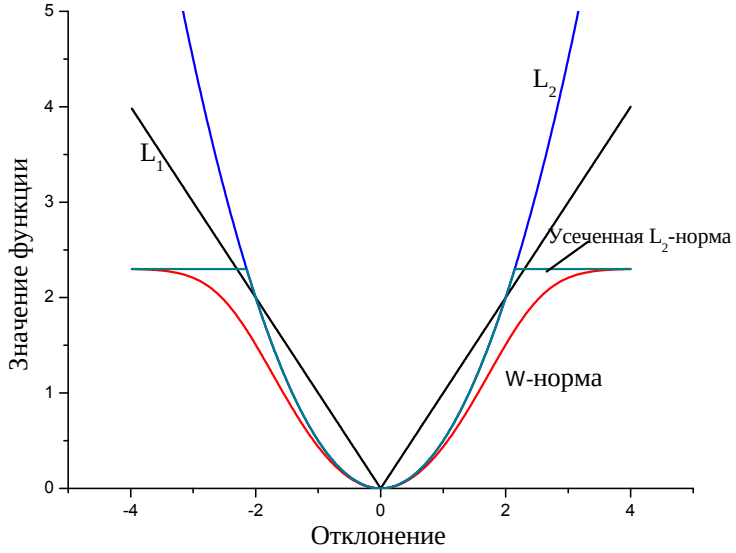
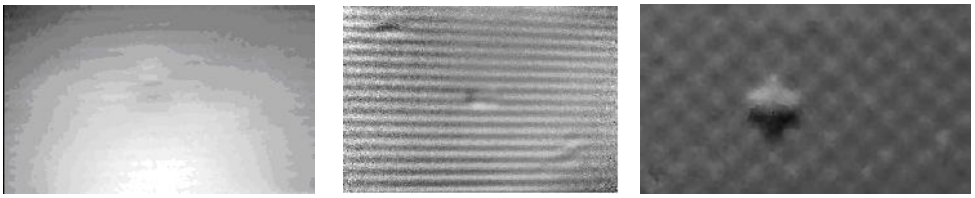


РИС. 1. График для сравнения норм: L_1, L_2, W, W_c (усеченная L_2-норма)

2. Модели идеализированной структуры и оптимизационные задачи

Построение модели образа идеализированной периодической структуры с трансляционной симметрией в одном направлении можно выполнить, если образ L заполняется по всем ячейкам следуя формуле $L(i,j)=F(ai+bj+c)$, где F – некоторая периодическая функция. Учитывая, что мы имеем дело

не с самой периодической структурой, а с ее экспериментально полученным образом, то требуются определенные поправки к этой формуле. В частности, рассматриваемой задачи следует учитывать искажения полученного образа присущие используемым методам лазерной интерферометрии, такие как неравномерность фона (рис. 2, а); неперпендикулярность ориентации оси объектива к исследуемой поверхности, что приводит к неравномерности чувствительности и трапециевидной аберрации (рис. 2, б); трансляционная симметрия может иметь два независимых направления (рис. 2, в).



а б в

РИС. 2. Примеры изображений с дефектами и искажениями

Чтобы учесть вышеизложенное при заполнении образа с симметрией в одном направлении, будем использовать формулу

$$L = Q_1 + F(Q_2) \times Q_3, \tag{4}$$

где $\times$ – операция поэлементного умножения матриц, $Q_l = 1,2,3$ – матрицы того же размера, что и исходный образ, заполняемые по формуле

$$Q_l(i, j) = a_l + b_l i + c_l j + d_l ij + e_l i^2 + f_l j^2 + g_l i^2 j + h_l ij^2 + k_l i^2 j^2. \tag{5}$$

Аналогично, для модели с симметрией в двух направлениях можно использовать

$$L = Q_1 + F_1(Q_2) \times F_2(Q_3) \times Q_4, \tag{6}$$

где $Q_l = 1,2,3,4$ – матрицы заполненные по формуле (5), а F_1 и F_2 – периодические функции, применяемые к элементам матрицы.

Что же касается вида функции F, то для описания образов, полученных методом ширографии, с точностью ниже уровня шумов часто достаточно выбрать функции синус или косинус. Если аппроксимация этими функциями недостаточно точна, то при выборе F можно использовать дискретный ряд Фурье из нескольких гармоник.

Используя результаты предыдущего раздела и формулу (4), для образа с одним направлением симметрии можно сформулировать следующую оптимизационную задачу:

$$\Phi^* = \Phi(a_1^*, ..., k_3^*) = \min_{(a_1, ..., k_3) \in \mathbb{R}^{27}} W(M - Q_1 + F(Q_2) \times Q_3), \tag{7}$$

где коэффициенты $a_l, ...k_l$ задающие *l*-ое соотношение (5), W – используемая норма, F – используемая периодическая функция.

Аналогично для двух направлений симметрии можно сформулировать оптимизационную задачу

$$\Phi^* = \Phi(a_1^*,...k_4^*) = \min_{(a_1,...k_4)\in\mathbb{R}^{36}} W(M - Q_1 + F_1(Q_2)\times F_2(Q_3)\times Q_4), \qquad (8)$$

где F_1, F_2 – используемые периодические функции.

3. Подход и примеры решения задач

Легко видеть, что задачи (7) и (8) – невыпуклые и многоэкстремальные. Решение этих задач «в лоб», используя только весовую функцию, оказывается весьма затратным. Это подтверждают вычислительные эксперименты для нахождения идеализированного образа для задач из рис. 2, где размеры изображений составляли 1000×1500, 1920×1200, 620×360. Кроме того, в этих задачах большое значение имеет правильный способ выбора требуемого экстремума. Поэтому целесообразно провести предварительный анализ имеющихся образов, чтобы найти хорошие стартовые точки, в окрестности которых и будет осуществляться поиск нужного экстремума. Предварительный анализ изображения состоит из двух этапов.

Этап 1. Из имеющегося образа M вычитается его аппроксимация вида (5), для чего решается следующая оптимизационная задача:

$$\Phi^* = \Phi(a^*,... k^*) = \min_{a,... j\ \in\mathbb{R}} \left\{ \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} \left| Q(i, j) - M(i, j) \right| \right\}. \qquad (9)$$

Затем вычисляется разность $\mathrm{Q}^* - M$, где Q^* определяется коэффициентами $a^*, \dots k^*$, полученными в результате решения задачи (9). Полученная разность – сбалансированная и имеет уменьшенные краевые эффекты, что дает возможность оценить применимость различных функций для аппроксимации образа путем вычисления корелляционного момента для них.

Этап 2. Над образом $\mathrm{Q}^* - M$ проводится двумерное Фурье-преобразование, которое можно представить как совокупность оценок корелляционного момента для набора гармонических функций. Двумерное Фурье-преобразование – подходящее для того, чтобы определить какая из гармонических функций является наиболее подходящей для аппроксимации образа.

Следует отметить, что задача (9) может быть решена как с помощью програмного обеспечения для решения задач линейного программирования, так и с помощью алгоритмов минимизации негладких выпуклых функций [3]. Подобного типа задачи расматривались в [4], где исследовалась робастность метода наименьших модулей для нахождения параметров регулярных 3D-структур при наличии одного или нескольких дефектов. Показано, что метод наименьших модулей способен восстановить параметры регулярных 3D-структур с одной и несколькими областями с дефектами, чего не позволяет метод наименьших квадратов.

Предварительные этапы обработки изображения показаны на рис. 3. Здесь вверху приведены исходный образ M (слева) и образ $\mathrm{Q}^* - M$ (справа), а внизу приведен спектр, полученный в результате двумерного преобразования Фурье, где четко видна основная гармоника и краевые эффекты.

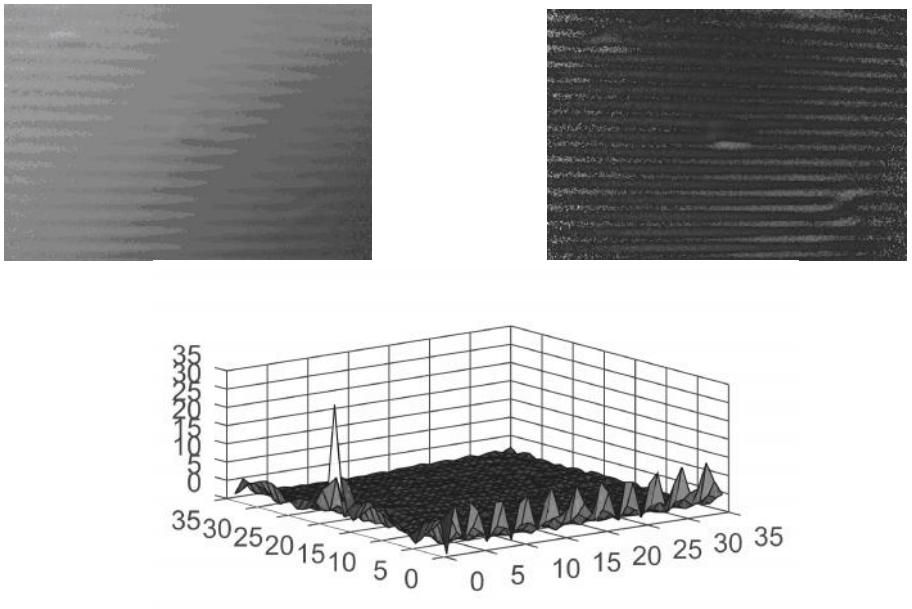


РИС. 3. Предварительные этапы анализа изображения

После выполнения второго этапа легко определить, какая из моделей (4) либо (6) лучше подходит для аппроксимации идеализированного образа, и начальную стартовую точку для процесса оптимизации. В частности, параметры основной гармоники вместе с ближайшими к ней частотами позволяют определить коэффициенты матриц Q_2 и Q_3, которые используются как аргументы для периодических функций в выражениях (4) и (6). Чтобы определить вид функции F достаточно проанализировать основную и старшие гармоники. Если гармоники, кроме основной, меньше уровня шумов, то в качестве F принимается функция sin, если же это не так – то в качестве F принимается ряд Фурье, параметры которого определяются из данных сделанного ранее двумерного преобразования Фурье. Стартовые коэффициенты для матрицы Q_1 можно положить равными коэффициентам матрицы Q^* – найденного решения задачи (9).

Далее находим локальный экстремум оптимизационной задачи вида (7) либо вида (8) для W_c-нормы (усеченной L_2-нормы). Вначале находим локальный экстремум выбранной задачи для L_1-нормы, а далее вычислив отклонение σ, находим локальный экстремум той же задачи для W_c-нормы. Пример успешной реконструкции показан на рис. 4. На нем слева показан исходный образ, справа реконструированный по нему идеализированный образ L. Следует заметить, что хотя решение для L_1-нормы характеризуется небольшим отклонением, но идеализированный образ имеет фазовый сдвиг сильнее, чем для W_c-нормы.

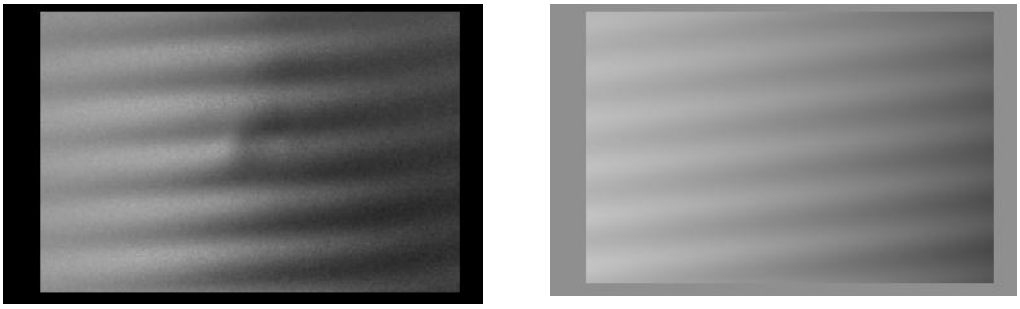


РИС. 4. Исходный и идеализированный образы

Если в образе $D = M - L$ плотность распределения не соответствует нормальной с относительным отклонением больше p, то это означает ошибку в определении начальных условий и описанную процедуру следует повторить заново. Если же алгоритм не может определить новую начальную точку, то нахождение образа L за пределами возможностей алгоритма в конкретной реализации. В таком случае алгоритм следует модифицировать путем добавления новых видов параметрически задаваемых идеализированных образов.

В случае успешной оптимизации, зная L и σ, можно вычислить вероятности дефекта для конкретной ячейки образа по формуле

$$G(i, j) = 1 - e^{-(M(i,j)-L(i,j))^2/2\sigma^2}, \tag{10}$$

по которой можем построить полную картину вероятности дефектов. Пример такой картины показан на рис 5, где вероятности наличия дефекта отображены оттенками серого цвета: темно-серый ≈ 0.3, светло-серый ≈ 0.7, белый ≈ 0.98.

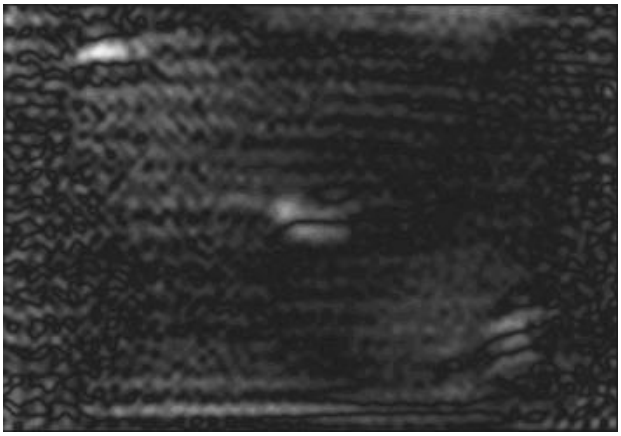


РИС. 5. Полная картина вероятности дефектов для образа из рис. 3

Алгоритм программно реализован с использованием GNU Octave 4.2.1. Для решения оптимизационных задач используется octave-программа ralgb5 [5, 6, с. 384 – 385], реализующая *r*-алгоритм с адаптивной регулировкой шага и постоянным коэффициентом растяжения пространства. Для решения задачи (7) с размерами изображений 1000×1500 и 1920×1200 программе понадобилось 95 секунд на процессоре Phenom II 945, а для решения задачи (8) с размером изображения 620×360 – 17 секунд. Такой результат является следствием того, что процедуру вычисления значений функции и ее субградиента удалось реализовать так, что она занимает всего в 4 раза больше времени, чем процедура вычисления только значения функции. Для сравнения – стандартная программа fminunc (библиотека octave-nlopt) затратила 592 секунды на решение задачи (7) с размером изображения 1000×1500, а программа nmsmax (библиотека optim, octave) – 210 секунд.

Выводы. В статье рассматривается алгоритм поиска дефектов в периодических структурах с помощью сравнения экспериментального и идеализированного образов. Показана эффективность применения «усеченной» L_2-нормы для восстановления параметров иделизированной модели для изображений, полученных методом ширографии. Алгоритм имеет довольно общий характер и допускает улучшение как в плане уменьшения объема вычислений для получения результата, так и в плане расширения типов изображений, для которых он будет применим. Разработанное програмное обеспечение можно использовать для поиска дефектов в периодических структурах, свойственных сотовым и композиционным панелям и т. п.

Работа выполнена при поддержке НАН Украины (проект № 0116U004558) и Volkswagen Foundation (грант N 90 306).

Автор благодарен В.В. Савицкому за обсуждение задач и предоставление тестовых материалов, П.И. Стецюку за подготовку статьи.

В.О. Жидков

ЗНАХОДЖЕННЯ ДЕФЕКТІВ У ПЕРІОДИЧНИХ СТРУКТУРАХ

Розглядається метод пошуку дефектів у періодичних структурах за допомогою методу порівняння єкспериментального та ідеалізованого образів. Показана ефективність «урізаної» L_2-норми для відновлення параметрів ідеалізованої моделі. Описана програмна реалізація методу та наведені результати обчислювальних експериментів для зображень, отриманих методом ширографії.

V.O. Zhydkov

FINDING DEFECTS IN PERIODIC STRUCTURES

Finding defects in periodic structures by the method of comparing a measured and an idealized images is considred. Effectiveness of “truncated” L_2-norm for idealized model parameteters retrieval is demonstrated. Software realization of the method and computational experiment results for the images received by sheareography method are described.

1. Lobanov L.M., Pivtorak V.A., Kyjanets I.V., Savitsky V.V., Tkachuk G.I. Express control of quality and stressed state of welded structures using method of electron shearography and speckle-interferometry. *The Paton Welding Journal*. 2005. P. 35 – 40.
2. Никулин М.С. Отношения правдоподобия критерий. М.: *Советская энциклопедия*, 1984. Т. 4. С. 151. – 1216.
3. Шор Н.З. Методы минимизации недифференцируемых функций и их приложения. Киев: Наук. думка, 1979. 200 с.
4. Стецюк П.И., Савицкий В.В. О робастности метода наименьших модулей для поиска дефектов в регулярных 3D-структурах. Матеріали XIX Міжнародного науково-практичного семінару «*Комбінаторні конфігурації та їх застосування*», присвяченого пам'яті д-ра фіз.-мат. наук, професора Петренюка Анатолія Яковича (Кропивницький, 7 – 8 квітня 2017 року) / За ред. Г.П. Донця – Кропивницький, 2017. С. 127 – 132.
5. Стецюк П.И. Субградиентные методы ralgb5 и ralgb4 для минимизации овражных выпуклых функций. *Вычислительные технологии*. 2017. Т. 22, № 2. С. 127 – 149.
6. Стецюк П.И. Методы эллипсоидов и *r*-алгоритмы. Кишинэу: Эврика, 2014. 488 с.

Получено 17.11.2017

Об авторе:

Жидков Владимир Александрович,
ведущий инженер-программист
Института кибернетики имени В.М. Глушкова НАН Украины.
E-mail: lynx233@yahoo.com