УДК 621.01

ПОВЕДІНКА РОЛИКА У ВИГЛЯДІ КУЛЬКОВОГО ПІДШИПНИКА ПРИ ПЕРЕКОЧУВАННІ ПО ПОВЕРХНІ ПАЗУ В ЦИКЛОВИХ МЕХАНІЗМАХ З ГЕОМЕТРИЧНИМ ЗАМИКАННЯМ

Математично описано поведінку зовнішнього кільця кулькового підшипника і запропоновано метод визначення його критичної кутової швидкості у циклових механізмах з геометричним замиканням.

The mathematic model of the roll conduction in mechanism with geometrical locking have been described and provided on the example of the cam mechanism with pusher.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

У циклових механізмах із геометричним замиканням (ЦМГЗ) на зовнішнє кільце роликоопори, яка виконана у вигляді консольно або двоопорно закріпленого кулькового або роликового підшипника, діють знакозмінні навантаження і кутові швидкості, що викликає поперечні і повздовжні деформації матеріалу, а отже, коливання зовнішнього кільця. Ці коливання є нестаціонарними внаслідок зміни нормальних реакцій і швидкості перекочування кульок, які збурюються внаслідок того, що частина кільця, як складно навантажена і защемлена балка (кільце), почергово опирається то на дві кульки і прогинається то защемляється між однією із кульок і, наприклад, криволінійною поверхнею кулачка, чи прямолінійним пазом у кивошипно-кулісному механізмі.

2. МАТЕМАТИЧНИЙ ОПИС ЯВИЩА

Вірогідно, що у зазначених випадках коливання із великими амплітудами виникають у зовнішньому кільці підшипника у тому випадку, коли лінійна швидкість перекочування буде близькою до швидкості розповсюдження біжучої хвилі вільних коливань у ньому.

Диференційне рівняння пружної лінії навантаженої балки, яка опирається на пружну основу, має наступний вигляд [1]

$$E \cdot J \cdot \frac{d^4 \cdot h_i}{dx^4} + k \cdot h_i = f(x)\,, \tag{1}$$

[27] Українська академія друкарства

де h_i – прогин кільця внаслідок перекочування кульок в одному прольоті; $E \cdot J$ – жорсткість поперечного перерізу кільця при згині; k - коефіцієнт ложа; *f(x)* - інтенсивність розповсюдження навантаження.

Якщо прийняти, що інтенсивність сил взаємодії між балкою і пружною основою пропорційна прогину балки у даній точці, а коефіцієнт пропорційності рівний *k,* то рівняння руху кільця можна отримати, додаючи до зовнішнього навантаження сили інерції власної маси кільця, інтенсивність яких рівна $-q \cdot \left(\partial^2 h_i / \partial t^2\right)$, де q – питома маса матеріалу кільця. Отже, отримуємо:

$$E \cdot J \cdot \frac{\partial^4 h_i}{\partial x^4} + \frac{\partial^2 h_i}{\partial t^2} + k \cdot h_i = f(x,t) . \qquad (2)$$

Ввівши $q / E \cdot J = 4 \cdot n^2$; $k / E \cdot J = 4 \cdot m^4$, отримаємо рівняння руху у такому вигляді

$$\frac{\partial^4 h_i}{\partial x^4} + 4 \cdot n^2 \cdot \frac{\partial^2 h_i}{\partial t^2} + 4 \cdot m^4 \cdot h_i = \frac{1}{E \cdot J} \cdot f(x,t) . \qquad (3)$$

За цим рівнянням визначаємо власні частоти коливань балки на пружній основі. Тут можна використати метод розв’язку, як у випадку вільної (не защемленої) балки [2].

При переміщенні кільця підшипника між кульками і профілем пазу величина навантаження змінює частково свою величину, але умовно вважаємо, що в межах одного кроку (віддалі між кульками) вона значно не зміниться. Звідси можемо записати

$$f(x,t) = f(x_i - V_i \cdot t_i) . \qquad (4)$$

Якщо при русі із постійною швидкістю прогини переміщаються вздовж кільця із такою ж швидкістю як і навантаження, то

$$h_i = h \cdot (x_i - V_i \cdot t_i) . \qquad (5)$$

Позначивши $x_i – V_i \cdot t_i = \xi$ і підставивши вирази (4) і (5) у диференціальне рівняння (3), отримуємо диференційне рівняння для функції $h_i \cdot (\xi)$:

$$\frac{d^4 h_i}{d\xi^4} + 4 \cdot n^2 \cdot V_i^2 \cdot \frac{d^2 h_i}{d\xi^2} + 4 \cdot m^4 \cdot h_i = \frac{1}{E \cdot J} \cdot f(\xi) \qquad (6)$$

При $V_i < m/n = \sqrt[4]{4 \cdot k \cdot E \cdot J / q^2}$, корені характеристичного рівняння $a^4 + 4 \cdot n^2 \cdot V_i^2 \cdot a^2 + 4 \cdot m^4 = 0$ є комплексними і матимуть наступний вигляд

$a_{1-4} = \pm\alpha \pm i \cdot \beta$, де $\alpha = \sqrt{m^2 - V_i^2 \cdot n^2}$; $\beta = \sqrt{m^2 + V_i^2 \cdot n^2}$.

Загальний розв'язок рівняння (6) можна відобразити у вигляді

$$h_i = e^{\alpha\xi} \cdot \left(C_1 \cdot \cos(\beta \cdot \xi) + C_2 \sin(\beta \cdot \xi)\right) +$$
$$+ e^{-\alpha\cdot\xi} \cdot \left(C_3 \cdot \cos(\beta \cdot \xi) + C_4 \cdot \sin(\beta \cdot \xi)\right) + F(\xi),$$

де $F(\xi)$ – окремий розв'язок неоднорідного рівняння.

У окремому випадку, коли на зовнішнє кільце діє зосереджена сила, її положення відповідає $\xi = 0$ або $x_i = V_i \cdot t$.

Якщо покласти, що при $\xi > 0$ і $\xi < 0$ зовнішнє навантаження відсутнє, то вираз для знаходження $h_i(\xi)$ отримуємо розв'язком однорідного диференційного рівняння. Відкидаючи у цьому рівнянні складові, які необмежено зростають із віддаленням від початку координат, отримуємо при $\xi < 0$ (зліва від точки прикладання сили)

$$h_л = e^{\alpha\xi} \cdot \left(C_1 \cdot \cos(\beta \cdot \xi) + C_2 \cdot \sin(\beta \cdot \xi)\right) \tag{7}$$

і при $\xi > 0$ (справа від точки прикладання сили)

$$h_п = e^{-\alpha\xi} \cdot \left(C_3 \cdot \cos(\beta \cdot \xi) + C_4 \cdot \sin(\beta \cdot \xi)\right). \tag{8}$$

У випадку, коли $\xi = 0$ повинні виконуватися наступні умови

$$h_л = h_п;\ \frac{dh_л}{d\xi} = \frac{dh_п}{d\xi};\ \frac{d^2h_л}{d\xi^2} = \frac{d^2h_п}{d\xi^2};\ \frac{d^3h_л}{d\xi^3} = \frac{d^3h_п}{d\xi^3} + \frac{R_{пi}}{E \cdot J}.$$

Визначаючи із цих умов постійні C_1, C_2, C_3 і C_4, отримуємо:

при $\xi > 0$

$$h_i = -\frac{R_{пi}}{8 \cdot E \cdot J \cdot m^2 \cdot \alpha} \cdot e^{-\alpha\xi} \cdot \left(\cos(\beta \cdot \xi) + \frac{\alpha}{\beta} \cdot \sin(\beta \cdot \xi)\right), \tag{9}$$

а при $\xi < 0$

$$h_i' = -\frac{R_{пi}}{8 \cdot E \cdot J \cdot m^2 \cdot \alpha} \cdot e^{\alpha\xi} \cdot \left(\cos(\beta \cdot \xi) - \frac{\alpha}{\beta} \sin(\beta \cdot \xi)\right). \tag{10}$$

Прогин у місці дії сили $(\xi = 0)$ буде рівним

$$(h)_{\xi=0} = \frac{R_{пi}}{8 \cdot E \cdot J \cdot m^2 \cdot \alpha} = \frac{R_{пi}}{\sqrt[4]{4 \cdot k^3 \cdot E \cdot J}} \cdot \frac{V_{кр}}{\sqrt{V_{кр}^2 - V_i^2}}, \tag{11}$$

де

$$V_{кр} = \sqrt[4]{\left(4 \cdot k \cdot E \cdot J\right) / q^2} \ . \qquad (12)$$

Із цього виразу видно, що при зростанні лінійної швидкості V_i руху кільця його прогин збільшується і прямує до безмежності при наближенні швидкості до її критичного значення $V_{кр}$.

Форми пружних ліній, які залежать від згинального моменту і відповідають різним положенням кільця підшипника і кульок відносно точки дотику із профілем на протязі половини їх кроку показано на рис. 1. зрозуміло, що сформовані прогини між однією парою кульок відповідають дзеркальним прогинам між іншими парами і таким чином зовнішнє кільце деформується. Теоретично при умові чистого кочення і непарній кількості кульок та парній кількості прольотів знакозмінні прогини гасяться на діаметрально протилежному боці від точки контакту або в його околиці. У випадку парної кількості кульок зустрічні хвилі не гасяться, а викликають появу нового збурення коливань і появу нової біжучої хвилі, яка накладається на уже існуючу із зсувом фази на пів довжини хвилі.

При швидкостях руху, близьких до критичної, прогини із віддаленням від точки прикладання сили затихають повільніше, ніж у випадку динамічного навантаження при нерухомому кільці $V_i = 0$.

Фізична сутність критичної лінійної швидкості $V_{кр}$ полягає у тому, що вона відображає собою найменшу швидкість біжучої хвилі у матеріалі кільця, а вираз для опису форми біжучої хвилі синусоїдної форми має наступний вигляд

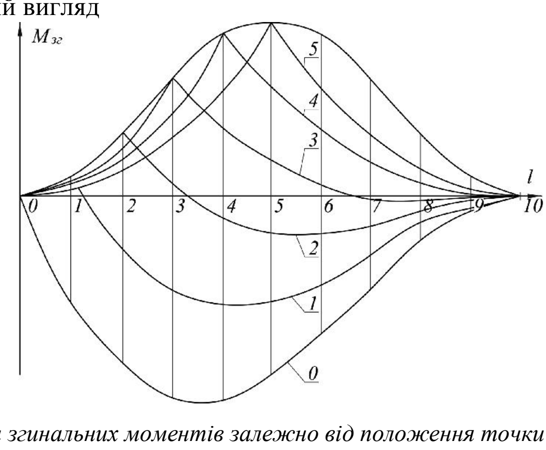

Рис. 1. Епюри згинальних моментів залежно від положення точки контакту кільця підшипника із поверхнею кулачка та двох роликів при умові дії постійної реакції

$$h_i = C \cdot \sin\frac{\pi}{\lambda} \cdot \left(x_i - V_i \cdot t_i\right), \qquad (13)$$

де λ - довжина півхвилі; V_i - швидкість розповсюдження хвилі.

Підставивши вираз (8) у рівняння вільних коливань, які зосереджені у матеріалі кільця

$$\frac{d^4 h_i}{dx^4} + 4 \cdot n^2 \cdot \frac{d^2 h_i}{dt^2} + 4 \cdot m^4 \cdot h_i = 0, \qquad (14)$$

отримаємо вираз для визначення швидкості розповсюдження біжучої хвилі

$$V_{б.хв.} = \sqrt{\frac{1}{4 \cdot n^2} \cdot \left(\frac{\pi^2}{\lambda^2} + 4 \cdot m^4 \cdot \frac{\lambda^2}{\pi^2}\right)}. \qquad (15)$$

Таким чином, швидкість розповсюдження хвилі залежить від її довжини і при довжині $\lambda = \pi / m \cdot \sqrt{2}$ досягає максимуму, рівного $V_{кр}$.

3. ВИСНОВКИ

У той час як при великих швидкостях кочення пружна деформація локалізується у безпосередній близькості від площинки контакту із профілем стінки паза, то у випадку наближення до критичної швидкості руху або співпаданні фаз діючих і збурюваних внаслідок перекочування ролика коливань на його зовнішньому кільці виникають хвилеподібні вигини, які можуть викликати проковзування поверхні ролика відносно поверхні замикаючого профілю паза навіть у випадку наявності зазору, що приводить до додаткового спрацювання як поверхонь профілів, так і зовнішнього кільця підшипника. Отже, найбільш ефективним способом покращення працездатності ролика у вигляді підшипника кочення необхідно збільшити поперечний переріз його зовнішнього кільця, напресувавши на нього відповідний бандаж.

1. В .Л. Бидерман. Теория механических колебаний: /В.Л. Бидерман. М. Высшая школа, 1980.- 408 с. 2. Перель Л.Я. Подшипники качения. Расчет, проектирование и обслуживание опор: /Л.Я. Перель. Справочник.- М.: Машиностроение, 1983.- 543 с.